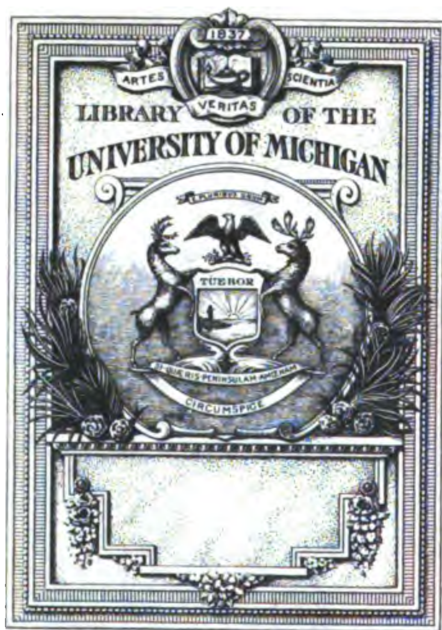

1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE



INLEYDING
TOT DE
WISKUNST;
Of de
BEGINSELEN
Van de
GEOMETRIA
EN
ALGEBRA,
Door
ABRAHAM DE GRAAF.

De tweede Druk.



t'AMSTERDAM,
By JOANNES LOOTS, Boekverkooper in de Nieuwe Brugsteeg, in de Jonge Lootsman. 1706.

VOORREDEN.

Waarde LEEZER.

HIer werd UL. voorgedragen een verhandeling over de Beginselen van de Geometria en van de Algebra, of van de Meetkunst, en van de Stelkunst, onder de benaming van een Inleyding tot de Wiskunst. Wy noemen het zodanig om dat het die naam waarlyk verdient: de Meetkunst geeft ons een aanleyding tot de kennisse van de bezondere wetenschappen, en de Stelkunst, voor zo verre als wy ze hier verhandelen, maakt ons bequaam om het overige van hen gemakkelyk te konnen verstaan; zynde een Kunst die het cieraat, of de luyster geeft aan de Mathesis, om dat men daar door vind de afgelegenste dingen, welke men zonder deze, of niet wel, of geheel niet zoude konnen ontdekken. Wy noemen het de Beginselen van de Geometria en van de Algebra, niet alleen om dat de beginselen van die Kunsten daar in verhandelt werden, aan welke Boeken men gemeenlyk deze benaming geeft, maar ook om datter nog veel van hen overblyft: Evenwel, die dat geene verstaat dat wy in deze voordragen, zal al vry ver gevordert wezen, en misschien meer als hy zig zoude konnen inbeelden.

De Meetkunst is by na geheel nieuw: in ons Boek van de geheele Mathesis vind men hen mede, maar is hier op een andere wyze geschikt, wyder uytgebreyt ten opzigt van de zaken, en korter in een getrokken ten aanzien van het getal der Voorstellen: in veertig, met de Gevolgen en Leeringen, waar op wy hen gebragt hebben, vind men alle het nuttelyke dat in de vyftien Boeken van Euclides te vinden is. De Algebra

gebra is voor het meerendeel het Oude, dog ook merkelyk verandert; eenige weynige Queſtien zynder uytgelaten, en veele andere in de plaats gevoegt: de verhandeling van de Plaatzen is 'er voor het grootſte gedeelte van afgeſneden, om dat wy die in een ander werk verhandelen, daar in het beter voegt als in dit dat tot een Inleyding geſchikt is.

Boven het verhaalde hebben wy Ulieden niet meer voor te dragen, om dat verſcheyde zaken, die we te zeggen hadden, in de volgende verhandeling, zo hier en daar, hebben te kennen gegeven; ten waare het van uw believen was aan te hooren wat nuttigheit men uyt de leering van deze dingen kan bekomen; de kenniſſe der zaken, die verhandelt werden, aan een zyde ſtellende.

Om dat de Meetkunſt gedurig bezig is met dingen te bewyzen die zuyver verſtaanlyk zyn, zonder eenige zekerheit van de ſinnen, of van de verbeelding te ontleenen, zo kan men daar door gewaar werden, wat tot een bewys, dat onfeylbaar is, behoort: men zal zien dat de Kundigheden, of de algemeene kenniſſen, de behulpſelen zyn, en dat uyt de Bepalingen alles voortkomt: dat de Bepalingen de Gevolgen ſtellen, en de Gevolgen de Bepalingen; en dat een beveſtigde zaak wederom een nieuwe inſluyt, en dat dit in 't oneyndig voortloopt: dat de eene waarheit de andere voortbrengt; datze alle als met ſchakels aan een gebonden zyn; en dat een bewys niet anders is als een vertooning van deze aaneenhanging, aanwyzende dat het beſlotene in het onderſtelde begrepen lag. En om dat dit dikwyls geſchiet, zo veroorzaakt het in onze geeſt een geſtalte die ons meer voordeel kan toebrengen als men

wel

wel zoude geloven. Het kan ons dienen om bezadigt te werden van geest; opmerkend; omzigtig; en keurig van oordeel; niet ligtveerdig iets besluytende, afwagtende tot dat ons de waarheit daar toe dringt.

Men moet niet denken dat alles, wat Waarheit is, zig zo klaar aan ons verstand behoorde te vertonen, en nog veel minder dat alle die dingen vals zyn van de welke men deze klare aandoening niet kan verkrygen. De Wiskunst heeft zeer baarblykelyke beginselen, hoedanige de Bepalingen insluyten; ja wy zelfs maken veele na ons welgevallen: andere Waarheden hebben meestendeel zodanige klaare beginselen niet, of ze vertoonen zig niet zo klaar aan onze geest; en daarom moet men zig vergenoegen met het geene dat men van hen met gezonde reden kan toestemmen, de waarschynlykheit plaats gevende: ja de gewigtigste waarheden zyn wel van die natuur, dat wy, om hen met reden na te vorschen, geen spoor konnen vinden; en daarom werdenze ook ons door overnatuurlyke middelen aangepressen.

De Stelkunst is by na gedurig bezig om het geene te ontdekken dat in de gegevene dingen opgesloten is, en daarom moet men altyd zeer naukeurig letten wat en hoedanig het geene is dat gegeven is, en wat het geene is dat begeert werd, en dan moet men die eygenschappen naspeuren; of zodanige middelen gebruyken, waar door de gegevene dingen aan de begeerde verknogt werden: en om dat dit op alderhande wyze veranderlyk is, en gedurig een nauwe toezigt vereyscht, zo kan ons deze weten-

ſchap vry vorderlyk wezen, om dat vermogen te krygen, dat men het zelfde mede in andere zaken met nuttigheit kan gebruyken.

Zo veel dan, waarde Leezer, gezegt hebbende van het geene in dit werk verhandelt werd, en van de voordeelen die men door de leering van hen kan bekomen, behalven de kenniſſe van 't geene hier in voorgedragen werd, zo zullen wy afkorten.

Vaar wel.

A. DE GRAAF.

Rynsburg, den 1 January 1706.

Inleyding tot de Wiskunst;

HET I BOEK.

Van de BEGINSELEN der

GEOMETRIA, Ofte MEETKUNST.

INLEYDING. Dit is de Deur waar door men ingaat tot de Wiskunst: men kan weynig van hen verstaan zonder deze te kennen: alle de andere konsten bedienen zig van deze; en daarom heeft men als dan een vrije toegang tot hen. Het Lant-meten is een volslagen gevolg hier van, waarom men hen ook *Geometria*, of de konst van het Lant-meten genoemt heeft. Wy zullen alleenlijk de Beginselen van deze dingen voordragen, en dat nog de zodanige, welke de ondervinding geleert heeft die by na over al te pas komen, hoewel de eene veel meer als de andere. Wy dragen U L niet voor de Boeken van Euclides, waar in deze dingen verhandelt werden, om dat zijne order ons niet en gevalt, en om dat hy veele zaken verhandelt die nu ter tijt in geen achting zijn. Als het diep verloopt verzet men de Bakens. De Wiskundige Studie is nu geheel anders als ze was ten zijnen tijde. Toen maakte men Bergen van Propositien, nu wil men naulijx Heuvelen gedogen. Eenige, in onze tijd, hebben daarom ook al onderwonden Euclides van het overtollige te ontlasten: maar dan behoud men nog zijne order, en by gevolg zijne moeylijke Bewijzen: ook kan men deze besnoeying zo niet aanleggen of men behoud nog verscheyde ondienstige Voorstellen: daarom hebben sommige een geheel andere weg ingeslagen, gelijk wy mede doen. Dat deze beter is als de zyne laten wy aan het oordeel van de Kundige. Wy konnen niet twijfelen of ze zullen in ons faveur zijn, zo niet een zaak by haar al te swaar gewogen werd, en dat is deze: dat genoegzaam in alle de Oude Boeken, en ook in veele van de Nieuwe, de Beginselen uyt Euclides aangetrokken werden, zeggende dit of dat te volgen uyt de zo veelde Propositie van het zo veelde Boek van Euclides; en zo men als dan de meetkunst niet uyt Euclides geleert heeft, dat ons dan deze aantekening geen nut zoude konnen doen. Hier op kan

men antwoorden. Ist een Boek waar in gehandelt werd van zaken, die wat ver van de Beginselen af zijn, zo ist een onnutte aantekening, om dat eender, die zodanigen Boek zal verstaan, ten minsten zo verre behoorde gevordert te wezen dat hy deze Beginselen wel byderhand had, dat hy ze niet behoefde te zoeken in Euclides, en, bygevolg, dat geen aantekening voor hem behoefde gedaan te werden, ten waare, dat zelden gebeurt, het een ongemeene eygenschap was, die by na noyt voorvalt: *Cartesius*, *Slusius*, en meer andere, trekken ook geen Propositien van Euclides aan. En ist een Boek dat van gemeene dingen handelt, zo heeft deze aantrekking van Euclides meerder schijn, om dat het een beschrijving is van zaken die een Leerling nog zoude konnen dienen, welke de Beginselen nog niet vast heeft: maar gedenkende dat ons getal van Voorstellen zo kleen is, dat men niet veel moyten zal behoeven aan te wenden om hen te konnen onthouden, en dat het genoeg is, dat men weet die zaak waarheit te wezen, welke een Autheur onderstelt volgens de Propositien van Euclides. Ons is niet gelegen aan zijne getuygenis als wy van de waarheit verzekert zijn. Dog ten overvloet, zo kan men zig gewennen, in de leering van deze onze Voorstellen, de Propositien van Euclides, by ons aangetekent, daar over na te zien, niet de bewijzen, maar alleenlijk de Inhoud van het Voorstel, en acht nemende met welke Propositien van Euclides ons Voorstel overeenkomt: hier van een memory formerende, zo zal men alle die voordeelen bezitten welke die geene genieten die in Euclides geleert hebben, zijne bewijzen konnen ons nergens toe dienen; ook zijn ze niet van hem, yder schrijver heeft hen voorgedragen na zijn welgevallen. Voor 't laast zal ik 'er dit nog by voegen, dat men door 't groot getal die Euclides stelt, zeer beswaarlyk zyne Propositien, zelf alleen die van de ses eerste Boeken, het vyfde al uytgesloten, van buyten zal konnen onthouden; en als dit zodanig is, gelijk het gemeenlijk gebeurt, zo staat men in die geene, welke men vergeten heeft, gelyk met de geene die Euclides noyt hebben ingezien.

Dewyl in dit Boek niet zal verhandelt werden, of men zal aanwyzen dat het onfeylbaar zodanig moet wezen als men 'er van zal komen te besluyten; en om dat een Bewys niet behoorlyk kan geschieden als met behulp van *Algemeene Kundigheden*, waarheden die een yder daar voor erkent, en daarenboven ook *Bepalingen*, wezende een beknopte beschryving van die dingen waar af iets zal gezegt werden, zo zullen wy deze twee Ul. eerst voordragen, en van hen geen andere als die ons konnen dienen.

AXIO-

AXIOMATA,
Of
ALGEMEENE KUNDIGHEDEN.

1. De dingen die aan een ding gelyk zyn, zyn ook gelyk aan elkander: *of*, als 'er een verknochte gelykheit is, zo is de eerſte ook gelyk aan de laatſte.

Indien a *is gelyk aan* c, *en* b *ook gelyk aan de zelve* c, *zo is* a *gelyk aan* b. *of*, *zo* d *is gelyk* c, *dezelve* e *gelyk* f, *deze* f. *gelyk* g (*en zo in 't oneyndig*) *zo is* d *gelyk* g. *ook*

Zo de reden van p *tot* q *gelyk is aan de reden van* r *tot* s; *en zo de reden van* t *tot* v *mede is als de reden van* r *tot* s; *zo is de reden van* p *tot* q *gelyk aan de reden van* t *tot* v.

2. Gelyke by gelyke vergaart, de ſommen zyn gelyk.

3. Gelyke van gelyke afgenomen, de reſten zyn gelyk.

4. Van gelyke, zyn de gelykvoudige mede gelyk: of, gelyke met een zelfde gemultiplicoert, de uytkomſten zyn gelyk.

5. Van gelyke zyn de gelyke deelen mede gelyk: of, gelyke door een zelfde gedivideert, de uytkomſten zyn gelyk.

6. Gelyke zyn in een zelfde, (of in gelyke), gelyke maten begrepen: of, een zelfde, (of gelyke) door gelyke gedeelt, de uytkomſten zyn gelyk.

7 Gelyke zyn gelykredig tot een zelfde (of tot gelyke.)

Is a *gelyk* b, *zo heeft* a *zodanigen reden tot* c *als* b *heeft tot dezelve* c.

8. Een ding is gelykredig tot gelyke dingen.

Is a *gelyk* b, *zo heeft* c *zodanigen reden tot* a *als tot* b.

9. De dingen die gelykredig tot een ding zyn (of tot gelyke) zyn gelyk aan elkander.

Heeft a *zodanigen reden tot* c *als* b *heeft tot de zelve* c, *zo is* a *zo groot als* b.

10. Zo een ding (of gelyke dingen) gelykredig is aan twee andere; zo zyn deze twee andere gelyk.

Heeft c *zodanigen overeenkoming met* a *als hy heeft met* b, *zo is* a *gelyk* b.

11. Het heel is ongelyk aan zyn deel.

12. Indien een van alle moet waar zyn, en zo ze alle op een na vals zyn, zo is de laatste waar.

13. Zoo twee dingen te zamen gelyk zyn aan twee andere te zamen, en zo een van de twee eerste gelyk (of een zelfde is) aan een van de twee andere; zo zyn de overige mede gelyk.

Dit is een gevolg van de darde kundigheit; wy voegen dit hier by om kortheits wille.

Is a *en* b *te zamen zo groot als* c *en* d *te zamen; en is dan* a *gelyk* c; *zo is ook* b *gelyk* d.

DEFINITIONES,
Of
BEPALINGEN.

1. Geometria, *of* Meetkunst *is een wetenschap om wel te meten.*

Tot het wel meten werd vereyscht de natuur en eygenschap te kennen van het geene dat gemeten zal werden: dit is de *Theory* waar van het meten de *Practyk* is: het eerste geeft wetten waar van het tweede zig bedient.

Het geen dat gemeten werd is *Grootheit.*

Grootheit, bestiptelyk genomen, is *een aaneengebondene uytgestrektheit*, in tegendeel van het getal, dat by trappen toe of afneemt, springende van 1 op 2, op 3 enz. of telt alleenlyk zekere bepaalde grootheit.

Bepaalde Grootheit is Lichaam, Vlak, en Streep.

Dit zyn de drie zaken die te meten zyn, en welkers eygenschappen dat men moet kennen.

2. Lichaam (Corpus) *is een Grootheit van drie afmetingen, hebbende Lengte Breete en Diepte.*

Dit is de eenigste grootheit die wy wezentlyk in de natuur vinden, de twee andere werden alleenlyk by aftrekking begrepen, of by deeling verstaan.

3. Vlak (Superficies) *is een grootheit van twee af-*

mee-

metingen, hebbende alleenlyk lengte en breete: of is het buytenste van een Lichaam. 5 def. ib. Eucl.

4. Streep, Lyn (Linea) *is een Grootheit van een afmeting, hebbende alleenlyk lengte: of is het uitterste van een Vlak.* 2 def. 1 b. Eucl.

5. Stip (Punctum) *is dat geen afmeting heeft: of is het uytterste van een Lyn, en by gevolg ondeelbaar.* 1 def. 1 b. Eucl.

6. Paal (Terminus) *is het uytterste van de grootheit.* Van een Lichaam is de Paal een Vlak, van een Vlak isze een Streep, en van een streep isze een Stip.

Door't bewegen van de Paal eener grootheit werd gezegt die grootheit maakbaar te zyn: een Stip bewegende maakt een Lyn; een Lyn bewegende maakt een Vlak; en een Vlak roerende maakt een Lichaam.

Dus verre hebben wy Bepalingen gegeven van de grootheden in't algemeen; maar zullen wy'er vrugt van trekken, zo moeten wy van haare geslagten een bezondere beschryving doen. Wy zullen nu beginnen van de Lyn, overgaan tot het Vlak, en van dit tot het Lichaam. Van de Stip, als geen grootheit hebbende, valt niets te zeggen.

Lyn is *Recht* of *Krom*.

7. Rechte lyn (Linea recta) *is die maar een kan zyn tusschen zyn uytterste of palen:* of *is de kortste afstant tusschen twee punten.* 4 def. 1 b. Eucl.

Kromme lyn is die meer lynen tusschen zyn uytterste toelaat: of is niet de kortste afstand tusschen twee punten.

Vlak is *Plat* of *Bultig*.

8. Plat vlak (Superficies plana) *is dat maar een kan zyn tusschen zyn palen.* 7 def. 1 b. Eucl.

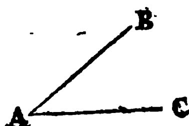
Bultig vlak is dat nog een ander toelaat.

Plat vlak is *Hoek* of *Figuur*.

9. Hoek (Angulus) *is een plat vlak door twee verknochte lynen bepaalt.* 8 def. 1 b. Eucl.

Hoek is *recht* of *Kromlinisch*.

10. Rechtlinische hoek (Angulus rectilineus) *is plat vlak door twee verknochte rechte lynen bepaalt.* 9 def. 1 b. Eucl.



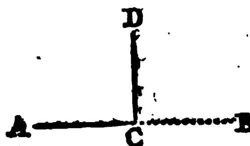
Als de nevenstaande hoek BAC, verstaande by BAC de hoek begrepen tusschen de lynen BA en AC, de middelste letter als A tweemaal lezende. Wy zullen deze, als veel herhaalt werdende, meestendeel simpelyk *hoek* noemen.

11. *De verknochte Streepen noemt men* Beenen, als AB en AC.

12. *De verknochting noemt men* Top. Als A.

Zodanigen hoek is *recht* of *schuyns*.

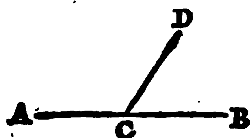
13. Rechte hoek (Angulus rectus) *is een wiens eene Been aan de Top verlengt zynde met het ander Been een hoek maakt die zo wyd is als de eerste.* 10 def. 1 b. Eucl.



De hoek ACD zegt men Recht te wezen, by aldien CB, het verlengsel van het eene Been AC aan de Top C, met het ander Been CD, een hoek BCD maakt, die zo wyd is als de eerste hoek ACD.

Men zegt DC rechthoekig te staan op AC, of op AB; ook zegtmen DC een *hangende* te wezen, ook een *Lootlyn*, ook een *perpendiculaar* op AC, of op AB.

Scheve hoek is *Scherp* of *Bot*.

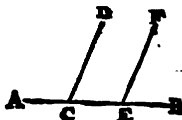


14. Scherpe hoek (Angulus acutus) *is een die kleender is als een rechte.* 12 def. 1 b. Eucl.

Als DCB, in de nevenstaande Figuur.

15. Botte hoek (Angulus obtusus) *is een die groter is als een rechte.* 11 def. 1 b. Eucl. Als ACD.

16. Evenwydige lynen (parallelæ lineæ) *noemen wy zulke twee rechte, welke in een plat vlak zodanig op een darde rechte staan, dat de hoeken na ar een zelfde oirt gelyk zyn.* 34 def. 1 b. Eucl.



Indien de rechte DC FE, in een zelfde Vlak zijnde, zodanig op een darde rechte AB staan, dat de hoeken DCB FEB, beyde na de rechter zyde; of de hoeken DCA FEA, beyde na de linker

ker zyde, even wyd zyn: zo noemen wy de lijnen DC FE *evenwydige* lijnen.

Euclides geeft een andere bepaling, en zegt evenwydige lijnen zodanige te wezen, welke verleugt zijnde, noyt te zamen konnen komen. *Andere, datze evenwyd van elkander af blyven, en meten die evenwydte af met te zeggen dat alle de rechte getogen uyt een punt van de eene rechthoekig op de andere, even lang zijn, beyde beeldenze wel af de natuur van de evenwydige: maar alle goede Bepalingen zijn niet even dienstig om daar uyt bewyzen te formeren. Euclides is genootzaakt geweest een zaak, die bewys vereyste, tot een kundigheit in te voeren, gelijk blijkt uyt zijne elfde van het eerste Boek.*

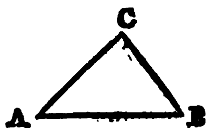
Wy maken onze bepaling op de gelijkheyt der Hoeken naar een zelfde oirt, waar van wy ons aanstonts konnen bedienen. Men kan wel zien datze noit te zamen zullen konnen komen voor datze geheel op elkander vallen, of tot een selfde lijn werden. CD na EF schuyvende, behoudende in de verschuyving altijt dezelfde wydte van de hoek DCB, zo zal zy noit EF konnen ontmoeten voor dat C in E komt, en dan zal ook CD noodzakelijk moeten vallen op EF, door de gelijkheit van de gezeyde hoeken.

17. Platvlakkige Figuur *is plat vlak rontom bepaalt.*

De Palen zyn recht of kromlinisch, en de Figuur is *gehoekt* of *ongehoekt.*

Gehoekte rechtlinische Figuur is *Driehoek, Vierhoek, Veelhoek.*

18. Rechtlinische Driehoek (Triangulus rectilineus) *is een plat vlakkige Figuur door drie rechte lynen besloten.* 20 def. 1 b. Eucl.



Als de nevenstaande ABCA, vier letters de Driehoek afbeeldende zo der het woord Driehoek niet bygevoegt is: maar dit woord daar by zijnde, zo zegt men ook wel de Driehoek ABC, of ACB, of BAC.

Deze mede, als veel herhaalt werdende, zal simpelyk *Driehoek* genaamt werden.

19. *Als een Driehoek twee gelyke zyden heeft, zo noemt menze* gelykbenig (Isosceles) 24 def. 1 b. Eucl.

20. *Als een Driehoek drie gelyke zyden heeft, zo noemt menze* gelykzydig (Æquilatera). 23 def. 1 b. Eucl.

Driehoek is *recht* of *scheef hoekig.*

21. Rechthoekige Driehoek *is die een rechte hoek heeft.* 26 def. 1. b. Eucl.

Scheef

Scheefhoekige driehoek is *Bot* of *Scherp*.

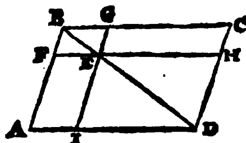
22. Bothoekige Driehoek *is die een Botten hoek heeft*. 27 def. 1 b. Eucl.

23. Scherphoekige Driehoek *is die drie Scherpe hoeken heeft*. 28 def. 1 b. Eucl.

24. Vierhoek *is plat vlak van vier rechte lynen besloten*.

Vierhoek is *evenwydzydig* en *onevenwydzydig*.

25. Evenwydzydige Vierhoek (Parallelogrammum) *is wiens overstaande zyden evenwydig zyn: deze noemen wy* Raam. 35 def 1 b. Eucl.



Zo AB en DC evenwydig zijn, ook AD en BC, zo werd de Vierhoek ABCDA evenwydzydige Vierhoek, en by ons *Raam* genoemt.

In plaats van hem door ABCDA uyt te drukken, zo zegt men ook wel de Raam AC, als'er geen rechte lijn getrokken is van A tot C: en daarom niet de Raam DB.

Hebbende getogen de Hoeklijn BD, en door eenig punt van hen, als hier door E, gehaalt twee lijnen FEH gelijkwydig aan AD, en IEG zodanig aan AB: zo zijn wel IH FG, IF HG alle Ramen, maar men geeftze daar en boven nog bezondere benaminge.

26. Gehoeklynde *noemt men die Ramen die om de hoeklyn staan*. 36 def. 1 b. Eucl.

Als IH en FG, in de bovenstaande Figuur.

27. Vervultzels (Complementa) *zijn die twee stukken die met de gehoeklijnde de Raam vervullen*. 36 def. 1 b. Eucl.

Als IF en GH, mede in de bovenstaande figuur.

De Ramen zyn *recht* of *scheefhoekig*.

28. Rechthoek (Rectangulum) *is een Raam met rechte hoeken*. 30 def. 1 b. Eucl.

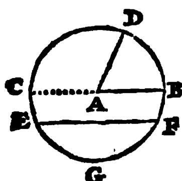
29. Vierkant (Quadratum) *is een Rechthoek van vier even lange zijden*. 29 def. 1 b. Eucl.

30. Ruyt (Rhombus) *is een scheefhoekige Raam, wiens vier zijden even lang zijn*. 31 def. 1 b. Eucl.

31. Veelhoek *is een plat vlakkige figuur van vyf of meer rechte lijnen besloten*.

32. Rond

32. Rond (Circulus) *is een plat vlak, omtrokken van een kromme lijn, binnen de welke een punt is, zodanig dat de lijnen, die uyt dit punt tot den omtrek getogen werden, alle even lang zijn,* 15 def. 1 b. Eucl.



Hier uyt volgt, dat een Rond gemaakt werd door de beweging van een rechte lijn om een punt langs een plat vlak.

Indien de rechte AB rondom het punt A bewogen werd, langs een plat vlak, die beweging maakt het nevenstaande rond BDCE.

33. Midstip, Middelpunt (Centrum) *is het punt waar uyt de lijnen tot den omtrek getogen alle even lang zijn: of is het punt daar de rechte lijn om drayt die het Rond maakt.* 16 def. 1 b. Eucl. Als A.

34. Kring, Omtrek (Peripheria, Circumferentia) *is de kromme die het Rond bepaalt: of is de kromme die het losse eynde* (B) *beschrijft in de omdraying.* Als CDBFEC.

35. Boog (Arcus) *is een stuk van een Kring.* als CD.

36. Straal (Radius) *is de rechte lijn getogen van de Midstip tot aan den Omtrek: of is de rechte lijn door welkers beweging het rond gemaakt werd: men noemt hem ook wel half-middellijn.* Als AB

37. Middellijn (Diameter) *is de rechte lijn de welke door de midstip gaat, stotende weerzijds de Kring.* 17 def. 1 b. Eucl. Als CAB.

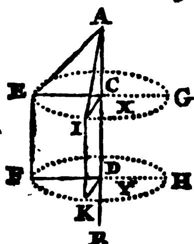
38. Pees (Chorda) *is een rechte lijn die de Kring weerzyds stoot en niet door de midstip gaat.* Als de rechte EF.

39. Peesdeel (Segmentum) *is een stuk van het Rond besloten door een Boog en een Pees.* 5 def. 3 b. Eucl. Als EGFE, of ECDBFE.

40. Snijtsel, Snijder (Sector) *is een stuk van een Rond besloten door een Boog en twee Stralen getrokken uyt het middelpunt tot de eynden van deze Boog.* 9 def. 3 b. Eucl. Als DABD.

41. *Twee kringen, en ook een rechte lijn en een kring, werden gezegt elkander te* raken, *wanneerze verlengt zijnde elkander niet snijden.* 2 def. 3 b. Eucl.

42. Een rechte lijn staat rechthoekig op een plat vlak, *als alle de lijnen, in dit vlak getogen uyt het punt daar de staande lijn het vlak stoot, met deze staande Lijn rechte hoeken maken.* 3 def. 11 b. Eucl.



Zodanig staat AC op het Vlak X, wanneer X beschreven werd door de beweging van de rechte lijn EC om AC als As of als Spil, wanneer EC rechthoekig op AC staat: want dan zullen alle de lijnen uyt C, het stootpunt, in het Vlak X getogen, op AC rechthoekig staan, om dat alle de hoeken ACI ACG zo wijd zijn als de hoek ACE.

43. De helling van een rechte lijn tot een plat Vlak *werd afgemeten door de hoek begrepen van de hellende lijn en een ander getrokken uyt het stootpunt door een punt van het Vlak waarin die lijn het Vlak stoot die uyt een punt van de hellende lijn rechthoekig op dit Vlak staat.* 5 def. 11 b. Eucl.

Dit ziet men in de rechte AE AI, welkers helling tot het Vlak X bepaald werd door de hoek AEC AIC, welke begrepen werd van AE AI, de hellende lijn, en EC IC, lijnen in het Vlak X, komende van het stootpunt E, I en gaande door C, het punt daar de rechte uyt A, een punt van de hellende lijn, rechthoekig het Vlak X ontmoet.

44. De helling van een Vlak tot een Vlak *werd afgemeten door de hoek begrepen tusschen twee rechte lijnen, getrokken uyt een punt van der Vlakken onderlinge ontmoeting, of snijding, rechthoekig op deze snee, in elk Vlak een.* 6 def. 11 b. Eucl.

De Vlakken CEFD CIKD ontmoeten, of snijden elkander in de rechte lijn CD; en C is een punt van deze snijding; en door dit punt C gaan twee lijnen, CE in het Vlak DE, en CI in het Vlak DI, welke twee CE CI staan beyde rechthoekig op CD, haare onderlinge snijding; en de hoek van deze CE CI begrepen, dat is ECI, bepaalt

paalt de onderlinge helling die de Vlakken DE DI tot elkander hebben; om dat deze hoek grooter of kleender werd naar mate dat deze Vlakken van elkander verwijderen of elkander naderen. Is deze hoek *Recht*, zo staan de Vlakken ook *rechthoekig* op elkander.

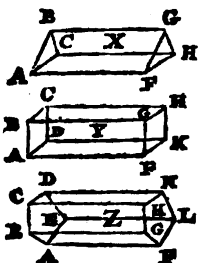
45. Twee platte Vlakken zijn evenwijdig *wanneer de rechte lijn, die rechthoekig op het eene Vlak staat, ook rechthoekig staat op het ander Vlak.* 14 prop. 11 b. Eucl.

Zodanig zijn de Vlakken X en Y, welke door EC FD beschreven werden, door de draying om AB als haare gemeene Spil; onderstellende dat FD zo wel rechthoekig op deze spil staat als EC. DC, die rechthoekig op X staat, is ook rechthoekig op Y.

46. Lichamelijke plat-vlakkige hoek *is van drie of meer te zamenkomende platte Vlakken begrepen.* 11 def. 11 b. Eucl.

De gefigureerde Lichamen, die wy zullen verhandelen, zijn *Balk, Naalde, Rol, Kegel, Kloot.*

47. De Balk (Prisma) *is een Lichaam wiens twee overstaande zijden, evenwijdig wezende, zijn gelijke gelijkformige plat-vlakkige figuren, en wiens andere zijden Raamen zijn.* 13 def. 11 b. Eucl.



Als X, Y, Z. De twee overstaande zyden, gelijkwydig wezende, even groot en gelijkformig zyn, in X, de Driehoeken ABCA FGHF, in Y, de Vierhoeken ABCDA FGHKF, en, in Z, de Vyfhoeken ABCDEA FGHKLF, en zoo ook met alle andere. De andere zyden, die het tot een figuur bepalen, zyn Ramen: in X zynze de Ramen AG GC CF, in Y zynze de Ramen AG GC CK KA, en in Z zynze de Ramen AG GC CK KE EF.

48. Evenwijdzijdige Balk (Parallelepipedum) *is een Balk wiens overstaande zyden evenwydig zijn.* 30 def. 11 b. Eucl.

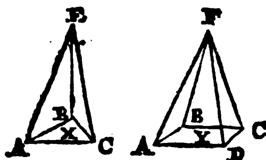
Zodanig een is Y, wanneer de eynden AC FH Ramen zijn, om dat alsdan de overstaande Vlakken AG DH, ook AK BH, evenwydig zijn.

49. Teerling (Cubus) *is een evenwydzydige Balk,*

waar van de ses zyden alle Vierkanten zijn. 25 def. 11 b. Eucl.

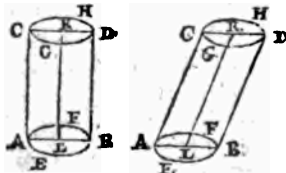
Als Y, wanneer AC FH AG GC CK KA alle Vierkanten zijn.

50. Naalde (Pyramis) *is een Lichaam besloten van een plat vlakkige drie vier vyf &c. hoekige figuur, en zo veel plat vlakkige Driehoeken als de nu even genoemde figuur zyden heeft, welke te zamen komen in een punt, die men zijn Top, en de eerste figuur zijn gront noemt.* 12 def. 11 b. Eucl.



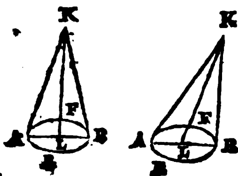
Als de nevenstaande X en Y, besloten, de eerste van de Driehoek ABC, en de tweede van de Vierhoek ABCD, en daarenboven nog de eerste van de drie driehoekige Vlakken AEB BEC CEA, en de tweede van de vier driehoekige Vlakken AFB BFC CFD DFA; te zamen komende in de punten E en F, haare Toppen: ABCA en ABCDA zyn haare gronden.

51. Rol (Cylindrus) *is een Lichaam, of Suyl, besloten aan de eynden door twee evenwydige even groote Ronden, en tusschen deze van een plat vlak krings wyze om deze Ronden gebogen.* 20 def. 11 b. Eucl.



Als de nevenstaande, waar van de eynden besloten zyn van de even-groote evenwydige Ronden AEBFA CGDHC, en tusschen beyden door een plat Vlak, dog kringswyze om deze Ronden gebogen, dat is door AGBHA.

52. Kegel (Conus) *is een Lichaam besloten van een Rond, en een plat vlak kringswyze om dit Rond gebogen, en tot een punt toelopende.* 18 def. 11 b. Eucl.



Hoedanige zyn de nevenstaande, waar van de gronden AEBFA Ronden zyn, wiens kringswyze gebogen plat vlak begint van de omtrek dezer Ronden, en loopt te zamen in de punten K K.

53. Spil

53. Spil (Axis) *is de rechte lijn welke gaat door het midden van de Rol, of Kegel.*

Als KL. L het middelpunt wezende van de gronden AEBFA, en K het zelve van het verheven Rond in de Rol, en de Top in de Kegel.

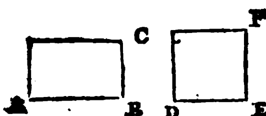
Dus verre gesproken hebbende van de benamingen die men geeft aan de Grootheden yder in't bezonder, gefigureert en ook ongefigureert, zo zullen wy nu overgaan tot de benamingen die voortkomen uyt de ongelijkheit van twee en meer grootheden.

Als 'er vier grootheden *b c d f* zijn, en als 'er zodanigen overeenkoming is tusschen de hoegrootheit van *b* tot die van *c*, als 'er is tusschen de hoegrootheit van *d* tot die van *f*: zo geeft men deze gelijke overeenkoming de benaming van *gelijkredigheit*: daarom

54. *Zo van vier grootheden, de eerste zodanigen reden heeft tot de tweede, als de darde heeft tot de vierde*: of, *zo de eerste in de tweede zo menigmaal begrepen is als de derde in de vierde*; of, *zo de eerste de tweede zo menigmaal begrypt als de derde de vierde. Zo zegt men deze grootheden te zijn vier gelijk of evenredige grootheden.*

55. *Als van drie grootheden, de eerste zodanigen reden heeft tot de tweede, als deze tweede reden heeft tot de darde*: of, *zo de eerste zo menigmaal in de tweede begrepen is als de tweede in de darde*: of, *zo de eerste de tweede zo menigmaal begrypt als de tweede de darde*: *zo noemt men deze grootheden drie gedurige evenredige.*

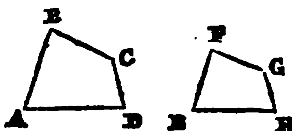
56. Vier evenredige, of drie gedurige evenredige, zegt men *weerkerig evenredig te wezen, als de eerste en laatste gehorig zijn aan zekere grootheit, of figuur, en de andere aan een ander.*



Gelijk dan, wanneer AB is tot DE als EF tot BC: zo zegt men dat deze AB/DE// EF/BC *weerkerig evenredig* zyn, om dat de evenredigheit begint van de figuur AC en in de zelve wederom eyndigt.

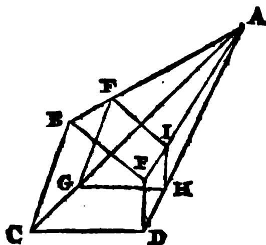
Twee figuren, ongelijk van groote wezende, konnen echter eenderley gedaante hebben, of, gelijk men hen noemt, gelijkformig zijn.

57. Platvlakkige rechtstrepige figuuren zijn gelijkformig *wanneer ze gelijkhoekig zijn, en dat de zyden om de gelijke hoeken evenredig zijn.* 1 def. 6 b. Eucl.



Indien de Hoek A is gelijk de Hoek E, B gelijk F, C gelijk G, en D gelijk H; en zo dan de zyden om de gelijke hoeken evenredig zyn; AB tot EF als AD tot EH, of AB tot AD als EF tot EH; ook AB tot EF als BC tot FG, of AB tot BC als EF tot FG, en zo voort, zo noemt men deze figuren *gelijkformige.*

58. Platvlakkige gelijkformige Lichamen *zijn die geene dewelke op een zelfde wyze omvangen zijn van even veel gelijkformige platte vlakken* 9 def. 11 b. Eucl.



Zodanige zyn de platvlakkige Lichamen ABCDEA AFGHIA, aanmerkende FG GH HI IF evenwydige wezen aan BC CD DE EB. De Vlakken ABCA ACDA ADEA AEBA BCDEB zyn alle gelijkformig aan de Vlakken AFGA AGHA AHIA AIFA FGHIF.

59. Twee Rollen, *en ook* twee Kegels zijn gelijkformig *als de Spillen gelijkhoekig op de gronden staan, en dat daarenboven de Spillen evenredig zijn met de Middellijnen van de gronden.* 24 def. 11 b. Eucl.

60. Kloot (Sphæra) *is een Lichaam van een bultig vlak omtrokken, binnen het welke een punt is dat over al even ver van de Omtrek af is.* 14 def. 11 b. Eucl.

Van

Van de Grootheden in 't Algemeen.

WY beginnen van deze om de kortheit te bevorderen, dewijl de algemeene ook de bezondere insluyten: dog dewijl men niet beoogt dit generale te kennen, maar alleenlijk het particuliere, zo zullen wy ook de dingen, die in deze verdeeling zullen verhandelt werden, niet de benaming geven van Voorstellen (propositien) maar van *Beginselen*, om hen daar door van de andere te onderscheyden, en ook om datze in waarheit deze naam verdienen, dewylze ons tot fondamenten zullen verstrekken om het volgende gebouw daar op te stigten.

1. BEGINSEL.

De grootheden, wiens verschil gedurig kleender werd: zijn even groot.

Schoon dit vals is, wilde men wel dat het voor een waarheit passeerde: dat altijt kleender werd, blijft evenwel altijt iets. maar dit iets, om dat het kleender is als de kleenste grootheit bepaalt, die men zelfs by gedagten kan stellen, zo isze *niets* ten opzigte van grootheit *bepaalt* hoe kleen ook genomen, gelijk wy zulx in een ander werk, waar in dit beginsel van meerder gebruyk is, als in dit tegenwoordige, wiskunstig bewyzen. Dit verschil dan, oneyndig kleen wezende, voor *niets* aanmerkende, zo zijnze evengroot. De manier van onze denking, die by trappen voort gaat, vereyscht dit Beginsel, en niet de Meetkunst.

2. BEGINSEL.

De rechte lijnen, de platvlakkige hoeken en figuren, en de platvlakkige Lichamen, wiens palen passen: zijn even groot.

Dat is: indien van twee rechte lijnen de eynden op elkander leggen, zo zijnze even lang: indien van twee platvlakkige hoeken de beenen passen; zo zijnze even wyd: indien van twee platvlakkige figuren alle de zyden passen; zo zijnze even groot: en, indien van twee platvlakkige Lichamen, zyde op zyde gelegt zijnde passen; zo zijnze van een zelfde Inhoud.

3. BEGINSEL.

Zo twee rechte lijnen even lang zijn, twee platvlakkige rechtstrepige hoeken even wyd, en twee platvlakkige rechtlinische figuren even groot zijn: zo ze dan zodanig op elkander leggen dat alle haare palen op een na passen: zo past deze eene paal mede.

Indien twee rechte lijnen even lang zijn, en men legt de lijnen zodanig op elkander, dat het eene eynde van de eene legt op het eene eynde van de andere; zo passen de twee andere eynden mede: zijn twee zodanige hoeken even wyd, past de Top op de Top, het eene Been op het eene; zo past ook het ander Been op het ander, wanneer men de vlakte van de hoeken op elkander legt: zo mede van de figuren.

4. BEGINSEL.

De ongelijke grootheden zijn evenredig met de getallen die afbeelden hoe menigmaal een zelfde grootheit in hen beyde begrepen is.

Indien *b* en *c* twee ongelijke grootheden zijn; en zo dan een ander grootheit *d* in *b* 5 malen begrepen is, en in *c* 7 malen: zo is *b* tot *c* als 5 tot 7.

5. BEGINSEL.

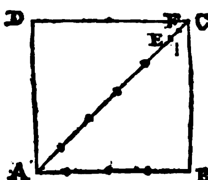
Twee ongelijke grootheden, van een geslagt, zyn beyde meetbaar door een grootheit van dat geslagt die onbepaalt kleen is.

Dit Beginsel werd voorgedragen, op dat men de Getallen aan de rechte lijnen zoude mogen toepassen, en by gevolg de vermenigvulding van twee Getallen aan een Recht-hoek, en van drie aan een rechthoekige Balk.

Als twee grootheden door een zelfde meetbaar zijn, zo zijnze tot elkander als getal tot getal volgens het vierde Beginsel: maar onmeetbaar zynde door een zelfde, hoedanig de zyde van een Vierkant is tot

zyn

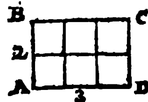
zyn Hoeklyn, en meer andere, zo laat ons zien of wy het gezeyde daar van konnen bevestigen, tot ons behulp nemende het eerste Beginsel.



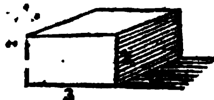
Laat BD een Vierkant wezen, waar van AC de Hoeklijn is. Laat AB gedeelt wezen in vier gelijke deelen, en met een deel van hen gemeeten werden de Hoeklijn AC, zo zal het vyfde deel eyndigen in E, en het overschot EC zal kleender wezen als een deel van AB, de *Meeter*. Indien men de Meeter eens zo kleen neemt, dat is gelijk aan het achtste deel van AB, zo zal deze Meeter, elf maal in AC genomen zynde, eyndigen in F, zo veel nader aan C als bedraagt EF, de lengte van de tweede Meeter: en, neemt men de Meeter nog eenmaal kleender, het overblyvende zal nog kleender wezen: zo dat EC, het overschot, gedurig kleender werd met de Meeter gedurig kleender te nemen: en om dat deze Meeter altijt zodanig kan genomen werden dat hy AB effen opgaande meet, en om dat het overschot, AC daar mee metende, gedurig kleender werd de Meeter gedurig kleender nemende: dit overschot dan, als oneyndig kleen zynde, gelijk nul stellende, volgens het 1 Beginsel: zo zal men mogen zeggen dat AC meetbaar is tegen AB wanneer de Meeter onbepaalt kleen is. en zo van alle andere, zelfs ook van de Vlakken, ja ook van de Lichamen: 't geen te bevestigen was.

6. BEGINSEL.

Het gemultipliceerde van twee getallen, die aanwijzen hoe menigmaal de zyde van een Vierkant begrepen is in de twee zyden van een Rechthoek, die de rechte hoek omvangen, vertoont hoe veel malen dit Vierkant in deze Rechthoek bevat werd: en het vermenigvuldigde van drie getallen, die aanwyzen hoe menigmaal de zyde van een Cubicq in de drie zyden, of kanten, van een Rechthoekige Balk, die een lichamelijke rechte hoek bevatten, begrepen is, vertoont hoe veel van zodanige Cubiquen deze Balk groot is.



Indien AB is 2, en AD is 3 voeten lang, zo is de hoegrootheit van de Rechthoek AC 6 vierkante voeten, even zynde aan het gemultipliceerde van 2 met 3, de lengte zynde van de twee zyden AB en AD, de zyden om de rechte hoek BAD: een voet de zyde van het Vierkant zynde, waar door het Vierkant zelfs is 1 maal 1, dat is 1 voet in 't Vierkant.



Een zodanigen Lichaam, lang 4, breet 3, en hoog 2 voeten wezende; zo is zyne Inhoud, of zyne groote 24 Cubicq voeten (Lichaamtjens zynde van 1 voet lang, 1 voet breet, en 1 voet hoog) zynde het gemultipliceerde van 4, 3, 2 door elkander.

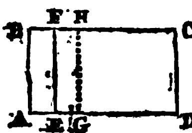
Hier uyt is openbaar,

1. *Het gemultipliceerde van een getal met zig zelfs, komt overeen met een Vierkant, wiens zyde zo lang is als dit getal aanwyst.* Een lijn 3 voeten lang wezende, zo is zyn Vierkant 9 (dat is 3 maal 3) vierkante voeten groot.

2. *Het gemultipliceerde van een getal met zig zelfs, en de uytkomst nog eens met dit getal, levert uyt de groote van een lichaam in gedaante van een Cubicq, of Teerling, van dewelke yder zyde, of liever kant, zo lang is als dit getal eenen vertoont.* 3 maal 3 is 9, dit nog met 3, komt 27 Cubicq voeten voor de hoegrootheit van een Teerling waar van yder zyde lang is 3 voeten.

7. BEGINSEL.

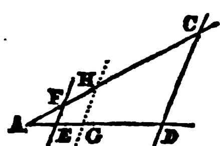
Die grootheden konnen reden tot elkander hebben, waar van de gelijke deelen van de eene, ook gelijke deelen van de andere bepalen.



Indien ABCDA een Rechthoek is, en zo EF van hen afsnijt een andere Rechthoek ABFEA, en GH nog een andere EFHGE: yder weet (en werd hier na bewezen) dat, als AE zo lang is als EG, dat dan ook de Rechthoek AF zo groot is als de Rechthoek EH. En om dat dit toegepast kan werden aan zo veel Rechthoekjens AF als'er van hen in AC gaan, en ook van zo veel lijntjens AE als'er van hen in AD gaan; zo zietmen dat AF zo menigmaals begrepen is in AC, als

als AE in AD: of, dat de reden van AF tot AC gelijk is aan de reden van AE tot AD: en dat komt hier van daan, om dat gelijke deelen van AD ook gelijke deelen van AC bepalen.

Op gelijke wyze zal blijken dat de Stukken der Balken evenredig zullen wezen met de lengte van deze Stukken.



Indien AE is gelijk EG; en zo dan EF en GH beyde evenwydig zyn aan DC; zo zal niet alleen AF zo lang wezen als FH, maar ook AE zal zodanigen deel wezen van AD als AF is van AC, ja ook als EF is van DC, gelijk hier na zal blijken; en daarom hebben deze lijnen reden tot elkander.

Van de Evenredigheden der grootheden.

DEwyl het gene wy van de Evenredigheden zullen verhandelen, niet alleen toepasselijk zal wezen op de Meetkunst, maar ook op de Telkunst; daarom zullen wy de grootheden door de letteren van 't *a b c* afbeelden, op dat men ze zo wel aan een getal als aan een lijn zoude kunnen toe-eygenen.

By *a* moet men dan verstaan zekere grootheit, en by *b* een ander; het zy van een getal of van een lijn, groot of kleen: by 2 *a* moet men dan verstaan 2 maal deze *a*, en by 3 *b* driemaal deze *b*. waar uyt volgt:

2 *a* by 5 *a* moetende vergaren, zo is de som 7 *a*: 3 *b* by 5 *b*, zo is de som 8 *b*: *c* by 2 *c*, zo is de som 3 *c*, en zo voort. Hierom, trekkende 2 *a* van 7 *a*, rest 5 *a*: 5 *b* van 8 *b*, rest 3 *b*: *c* van 3 *c*, rest 2 *c*, en zo voort. Multiplicerende 2 *a* met 3, komt 6 *a*: 5 met 3 *b*, komt 15 *b*: *c* met 7, komt 7 *c*. Daarom: dividerende 6 *a* door 3, komt 2 *a*; en door 2 *a*, komt 3: 15 *b* door 5, komt 3 *b*; door 3 *b*, komt 5; door 15 komt *b*, en door *b* komt 15.

Moet men *a* met *b* multipliceren, zo stelt men voor de uytkomst *ab*, of *ba*, dat is, *beyde de letters van de Multipliceerders nevens elkander*, (een manier van stelling die in de Algebra gedurig gebruykt werd) op dezelve manier, *a* met *a* multiplicerende, komt *aa*: *ab* met *c*, komt *abc*, of *cab*, of *bca* (hen by een voegende op zodanigen wyze als men wil): 2 *a* met 3 *a*, komt 6 *aa*: 2 *c* met 3 *df*, komt 6 *cdf*; waar uyt blijkt, dewijl de Divisio het tegendeel is van de Multiplicatio, dat, willende *ab* divideren door *a*, komt *b*; en door *b*, komt *a*: *aa* door *a*, komt *a*: *abc* door *a*, komt *bc*; door *ac*,

komt *b*: 6*aa* door 3*a*, komt 2*a*: 6*cdf* door 3*d*, komt 2*cf*; door 2*cd*, komt 3*f*, en door 6*fd*, komt *c*.

Dewyl wy in 't 6 Beginsel gezien hebben, dat de Rechthoek van twee rechte lijnen begrepen, bepaalt werd door de Multiplicatie van de lengte der twee zyden om de rechte hoek, en van een Balk door de lengte der drie zyden om deze hoek, zo kan men dan by *bc* verstaan de Rechthoek van de twee lijnen *b* en *c* die de rechte hoek bevatten, en by *bcd* de rechthoekige Balk van de drie zyden, of lijnen, om zyn rechte hoek, welkers lengte door *b*, *c*, en *d* afgebeelt werden.

Vorders: om dat de 54 Bepaling aanwyst, *dat vier grootheden dan evenredig zyn, als de eerste zo menigmaal in de tweede begrepen is, als de derde in de vierde*. En om dat deze hoemenigmaal een getal is, en hen gelijk *q* stellende, zo ziet men dat *b* / *qb* // *c* / *qc* vier evenredige zullen moeten wezen, om dat *b* in *qb*, en *c* in *qc*, yder een *q* maal begrepen is. verstaande by *q* alle getallen, groot of kleen, heel of gebroken, zo kan hy dienen tot afbeelding van alle overeenkomingen van grootheden die meetbaar zyn; en om dat in het 5 Beginsel is aangewezen dat alle grootheden, hoewel onmeetbaar, als meetbaar konnen aangemerkt werden, zo zal dit ook konnen dienen tot alle grootheden meetbaar of onmeetbaar. Nemende *b* en *c* voor lijnen in de Meetkunst, en voor getallen in de Telkunst, zo zal deze afbeelding ons konnen dienen in beyde deze Wetenschappen, en men zal door hen, op een zeer gemakkelijke wyze, konnen bevestigen alle het geene men van deze evenredige zal komen te besluyten.

8. BEGINSEL.

Indien vier grootheden evenredig zijn: zo is het gemultipliceerde van de twee uytterste zo groot als het zelvige van de twee middelste.

Dit is de voornaamste eygenschap van vier evenredige grootheden. Van *b* / *qb* // *c* / *qc*, die evenredig zyn, gemultipliceert de twee uytterste, komt *qcb*, en de twee middelste, komt *qbc*, of *qcb*, welke even groot zyn, om dat het de zelfde letters zyn, beyde afbeeldende het gemultipliceerde van *b*, *c*, *q* door elkander. Indien *b* en *c* rechte lijnen zyn, zo is yder gemultipliceerde *q* maal de Rechthoek begrepen van de lijnen *b* en *c*: welke klaarblykelijk even groot zyn.

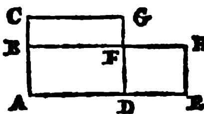
Nemende evenredige getallen. Als 2 / 3 // 4 / 6: of 3 / 2 // 6 / 4, en multiplicerende als boven, men vind voor beyde 12. hebbende 100 / 375 // 20 / 75, die ook evenredig zyn, men vind voor yder gemultipliceerde 7500.

Verstaat by / *tot*, by // *als*, en by / wederom *tot*, en dan is't even eens als men stelt *b* / *bq* // *c* / *cq*, als of men zeyde *b* tot *bq* als *c* tot *cq*. gelieft dit overal waar te nemen.

Anders: op een Meetkunstige wyze voorgedragen.

Zo vier rechte lijnen evenredig zijn: zo is de Rechthoek van de twee uytterste even zo groot als de Rechthoek van de twee middelste. *De 16 prop. 6. b. Eucl.*

Laten *b* / *c* / *d* / *f* deze vier evenredige lijnen afbeelden: of liever, laat AB zo lang wezen als de eerste lijn *b*, AC als de tweede *c*, AD als de derde *d*, en AE als de vierde *f*. ACGD en ABHE dan rechthoeken zynde: zo moet de eerste zo groot wezen als de tweede, om dat de eerste is de ▭ van de twee middelste *c* en *d*, en de tweede de ▭ van de twee uytterste *b* en *f*.



Verstaat by ▭ Rechthoek.

't Bewys. Na 't 7 Beginsel
is AB tot AC, of *b* tot *c* als de ▭ AF tot de ▭ AG:
ook is AD tot AE, of *d* tot *f* als de ▭ AF tot de ▭ AH.
Maar, na 't gegeve is *b* tot *c* als *d* tot *f*, daarom ook, na de 1 kundigheit, de ▭ AF tot de ▭ AG, als de zelfde ▭ AF tot de ▭ AH: dies is de ▭ AG (van de twee middelste) zo groot als de ▭ AH (van de twee uytterste) na de 10 kund. 't geen te bewyzen was.

GEVOLG. *Als drie grootheden gedurig evenredig zyn: zo is het gemultipliceerde van de twee uytterste even zo groot als het vermenigvuldigde van het middelste met zig zelfs.*

Laten *b* : *c* : *d* gedurig evenredig wezen: zo is *bd*, het gemultipliceerde van de twee uytterste, even zo groot als *cc*, het vermenigvuldigde van het middelste met zig zelfs.

't Bewys. De middelste *c* tweemaal stellende, dus *b* / *c* // *c* / *d*, zo zyn het vier evenredige, en daarom is *bd* gelijk *cc* na het bovenstaande.

4: 6: 9 zyn gedurig evenredig (4 is in 6 zo menigmaal als 6 in 9) yder gemultipliceerde is 36. *x*: *xy*: *xyy* zyn mede zodanige: in beyde vint men *xxyy*.

Deze *b* : *c* : *d* willende toepassen aan de bovenstaande figuur, zo moet men aanmerken dat AB is gelijk *b*, AC en ook AD yder gelijk *c*, en AE gelijk *d*: en dan is AG een Vierkant, zo dat

Van drie gedurige evenredige lijnen, is het Vierkant van de middelste zo groot als de Rechthoek van de twee uytterste. De 17 prop. 6 b. Eucl.

LEERING.

Uyt dit Beginsel is openbaar de bewerking die men in de Regel van Drien gebruykt, *multiplicerende de twee achterste getallen met elkander, en deelende de uytkomst door het voorste*, om dat het facit een vierde evenredige moet wezen. Want: willende van 2 / 3 // 4 / 6 het laatste, dat is de 6 vinden. om dat men nu weet dat 3 maal de 4 zo veel is als 2 maal de 6, zo volgt, de 3 met de 4 multiplicerende, dat het product 12 zo veel is als het gemultipliceerde van de 2 met de 6: daarom, deze 12, het gemultipliceerde van de twee achterste, door 2, het voorste deelende, komt 6 voor de vierde evenredige, of het facit.

Willende de 4 hebben, zo multipliceert 2 met 6 en deelt de uytkomst door 3. begerende de 3, zo divideert het vermenigvuldigde van 2 met 6 door 4. en willende de 2 vinden, zo deelt 3 maal 4 door 6. In 't kort, een *uytterste* willende, zoo deelt het gemultipliceerde van de twee *middelste* door de bekende *uytterste*; en begerende een *middelste*, zo divideert het gemultipliceerde van de twee *uytterste* door de bekende *middelste*.

9. BEGINSEL.

Zo, van vier grootheden, het gemultipliceerde van de twee uytterste zo groot is als het zelve van de twee middelste: zo zyn deze vier grootheden, in die rang, evenredig.

Dit is het voorgaande omgekeert: hier door kan men proberen of de grootheden evenredig zyn.

Laten b, c, d, f vier grootheden wezen, en zodanig dat bf, het gemultipliceerde van de twee uytterste, zo groot is als cd, het zelve van de twee middelste: zo zal b tot c wezen als d tot f.

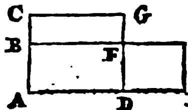
't Bewys. Genomen het was vals dat b, c, d, f evenredig zyn:

Laat dan b tot c wezen als d tot een ander g: zo is dan bg gelijk cd na 't 8 Beginsel: maar bf is ook gelijk cd na 't gegeve: zo is dan bg gelijk bf (1 kund.): deze bg en bf, die gelijk zyn, door een zelfde b gedeelt, komt g gelijk f (5 kund.): maar b, c, d, g zyn evenredig volgens de onderstelling, daarom ook b, c, d, f, om dat 'er geen onderscheit tusschen f en g is. 't geen enz.

An-

Anders: op een Meetkunstige wyze voorgedragen.

Zo, van vier lynen, de rechthoek van de twee uytterste zo groot is als de rechthoek van de twee middelste: zo zyn deze lynen, in die rang, evenredig. *De 16 prop. 6 b. Euclides.*



Laten *b*, *c*, *d*, *f* deze vier lijnen af beelden: en laat, in de nevenstaande figuur, AB zo lang wezen als *b*, AC als *c*, AD als *d*, en AE als *f*. En laten ACGD, ABHE rechthoeken wezen.

't Bewys. Na't 7 Beginsel
is AB tot AC, of *b* tot *c* als de ▭ AF tot de ▭ AG.
ook AD tot AE, of *d* tot *f* als de ▭ AF tot de ▭ AH.
Maar, na't gegeve is AG (de ▭ van de twee middelste) gelijk AH (de ▭ van de twee uytterste): en om dat de ▭ AF in beyde de proportien staat, of om dat dan ▭ AF / ▭ AG // ▭ AF, ▭ AH evenredig zyn: zo zyn ook *b* / *c* // *d* / *f* evenredig na de 1 kund., 't geen te bewyzen was.

GEVOLG. *Indien, van drie grootheden, het gemultipliceerde van de twee uytterste even is aan het middelste met zig zelfs, zo zijn deze grootheden, in deze rang, gedurig evenredig.*

Dat is, indien van de grootheden *b*, *c*, *d*, de *bd* is gelijk *cc*: zo zyn *b*: *c*: *d* gedurig evenredig. Dit volgt uyt het geene nu even bewezen is, het middelste tweemaal stellende, dus *b*, *c*, *c*, *d*.

Deze *b*, *c*, *d* willende toepassen aan de bovenstaande figuur, zo moet men aanmerken dat AB is gelijk *b*, AC en ook AD yder gelijk *c*, en AE gelijk *d*: en dan is AG een Vierkant. Zo dat,

Als van drie lijnen de rechthoek van de twee uytterste even is aan het vierkant van het middelste: zo zijn deze lijnen, in die rang, gedurig evenredig. De 17 prop. 6 b. Eucl.

LEERING.

Indien *np* is gelijk *qr* : zo zyn *n* / *q* // *r* / *p*: ook *n* / *r* // *q* / *p*: ook *p* / *q* // *r* / *n*: ook *p* / *r* // *q* / *n*: ook *q* / *n* // *p* / *r*: ook *q* / *p* // *n* / *r*: ook *r* / *n* // *p* / *q*: ook *r* / *p* // *n* / *q* evenredig, om dat in deze alle *np* is gelijk *qr*.

10. BEGINSEL.

Als van vier evenredige grootheden haare order verschikt werd, zodanig dat de twee uytterste uytterste blyven of middelste werden: zo zyn ze in die verschikte order evenredig.

Dat is, indien $b / c // d / f$ in deze order evenredig zyn: zo zyn ze ook evenredig als ze op de volgende wyze geschikt zyn.
of dus: $b / d // c / f$: dat is, de *eerste* tot de *darde* als de *tweede* tot de *vierde*.
of dus: $c / b // f / d$: dat is, de *tweede* tot de *eerste* als de *vierde* tot de *darde*.
of dus: $d / b // f / c$: dat is, de *darde* tot de *eerste* als de *vierde* tot de *tweede*.
Dit zyn de voornaamste die meest gebruykt werden. de andere zyn
of: $f / c // d / b$ of: $c / f // b / d$
of: $f / d // c / b$ of: $d / f // b / c$

Dit is een gevolg van het 8 en 9 Beginsel: want, de uytterste uytterste blyvende, of middelste werdende; zo zal in yder herschikte order het vermenigvuldigde van de twee uytterste zo groot wezen als het zelve van de twee middelste, om dat zulx plaats heeft in de eerste opgestelde $b / c // d / f$ na het 8 Beginsel, en daarom zyn ze dan ook evenredig in deze herschikte order na het 9 Beginsel. in de gegeve is bf gelijk cd, zo ook in de herschikte.

11. BEGINSEL.

Indien twee grootheden met een zelfde gemultipliceert, of door een zelfde gedivideert werden: zo zyn de uytkomsten evenredig met de eerste.

b en c zyn twee grootheden
beyde *met* d — d *gemultipliceert*.

zo zyn $db / dc // b / c$ evenredig
db en dc zyn twee grootheden
beyde *door* d — d *gedivideert*

zo zyn $b / c // db / dc$ evenredig.

Na het 9 Beginsel, om dat in beyde het gemultipliceerde van de twee uytterste is gelijk het zelve van de twee middelste, zynde in yder dat van b, c, d door elkander.

In-

Indien *b* en *c* lijnen zyn, en *d* een getal, genomen 3: zo is, In't eerste, 3 *b* tot 3 *c* als *b* tot *c*; en, in't tweede, *b* tot *c* als 3 *b* tot 3 *c*. Maar is *d* ook een lijn, zo is, in't eerste, de ▭ *db* tot de ▭ *dc* als *b* tot *c*; en, in't tweede, *b* tot *c* als de ▭ *db* tot de ▭ *dc*: beyde aanwyzende, *dat twee rechthoeken, even hoog wezende, gelijkredig zyn met haare gronden*, dat in het 7 Beginsel alrede is aangewezen.

Ingetallen. 3 en 7 / beyde met 4 gemultipliceert, komt 12 en 28; en alsdan zyn 12 / 28 // 3 / 7 evenredig: ook, deelende 18 en 24 beyde door 6, komt 3 en 4; en alsdan zyn 3 / 4 // 18 / 24 evenredig.

LEERING.

Dewyl van vier evenredige, de twee voorste en de twee achterste elkander even veel malen begrypen, zo volgt hier uyt, hebbende, *van twee Getallen, te divideren het eene door het ander, dat men ze eerst beyde met een zelfde getal mag multipliceren of divideren, en dan de divisie volbrengen.*

Moetende 12 deelen door 4: men mag ze eerst byde met een zelfde getal multipliceren, by voorbeelt met 2, komt 24 en 8; of eerst beyde deelen door 2, komt 6 en 2; en dan 24 door 8, of 6 door 2 divideeren, en de uytkomst 3 is zo veel als of men de 12 door de 4 deelde. Dit heeft somtyts met nuttigheit zyn gebruyk. Moetende 624$\frac{3}{7}$ divideren door 13, zo multipliceert ze eerst beyde met 7, komt 4371 en 91, deelt ze dan, komt 48$\frac{3}{91}$: willende 12$\frac{3}{4}$ deelen door 3, multipliceert ze beyde met 4, komt 51 en 12, deze beyde door 3 gedeelt; komt 17 en 4; dan gedivideert 17 door 4, komt 4$\frac{1}{4}$, het zelfde zynde als of men 12$\frac{3}{4}$ deelde door 3. Willende 3 deelen door 12$\frac{3}{4}$, eerst beyde met 4, komt 12 door 51, en dan beyde door 3, komt 4 door 17, of $\frac{4}{17}$. Moetende 69300 divideren door 9450; eerst beyde door 50, komt 1386 en 189, dan door 9, komt 154 en 21; dan nog door 7, komt 22 en 3; nu gedeelt, komt 7$\frac{1}{3}$ voor het quotient deelende 69300 door 9450.

12 BEGINSEL.

Zo men, van vier evenredige grootheden, een uytterste en een middelste met een zelfde multipliceert, of door een zelfde divideert: zo zijn de uytkomsten evenredig met de ongemultipliceerde, of met de ongedeelde, in die order alsze staan.

Indien *b / c // d / f* evenredig zyn *b / c // d / f*
met p p gemult. *door q q gedivideert*

zo zyn *g / b // d / f* evenredig. ook *g / b // d / f* evenredig
Want, na 't 11 Beginsel, is *g* tot *b* als *b* tot *c*, of als *d* tot *f*.

b / c // d / f *b / c // d / f*
met p p gemult. *door q q gedivideert*

zo zyn *k / c // l / f* evenredig. ook *k / c // l / f* evenredig.
Want, na 't 11 Beginsel, is *k* tot *l* als *b* tot *d*, of als *c* tot *f*.
(10 Beg.) daarom ook *k* tot *c* als *l* tot *f* (10 Beg.)

De andere gevallen zullen blijken waarheit te wezen op de zelfde manier.

LEERING.

Uyt de multiplicatie in deze gedaan, volgt de bewerking die men in de Regel van Driën gebruykt als 'er Breuken in zyn, en uyt de Divisio, de verkorting die men daar in kan toepassen. *Als 'er Breuken in zyn.*

$2\frac{2}{3}$ — 4 — 6? — . $2\frac{2}{3}$ — 4 — 6? — .
3 3
8 — 12 — 6? *komt* 9. 8 — 4 — 18? *komt* 9.

2 — $3\frac{3}{4}$ — 8? — . 2 — 8 — $3\frac{3}{4}$.
4 4
8 — 15 — 8? *komt* 15. 8 — 8 — 15? *komt* 15

In 't eerste en derde Exempel werden de eerste en tweede beyde even veel malen vergroot, en in het tweede en vierde Exempel het eerste en derde. Zynder meerder breuken men doet het zelfde zo veel malen als 'er breuken zyn.

De Regel is, *dat men een van de twee achterste multipliceert met de Noemer van de Breuk die voor-staat, en het voorste met de Noemer van de Breuk van een der twee achterste: gebruykende de komende getallen in plaats van de gegevene.* Op de Verkorting

24 — 16 — 15? — . 24 — 16 — 15? — .
8 — 8 — 3 — 3 —
3 — 2 — 15? *komt* 10. 8 — 16 — 5? *komt* 10.

Men kan de zelfde verkorting veeltyts meer als eenmaal gebruyken, gelyk zulx in yder van 't bovenstaande nog eenmaal kan geschieden; in 't eerste Exempel de 3 en de 15 beyde door 3, in het tweed. Exempel de 8 en de 16 beyde door 8.

De Regel is, *dat men door een zelfde getal, effen opgaande, mag deelen*

deelen een voorste tegen een van de twee andere, zo menigmaal als men kan, gebruykende de komende getallen inplaats van de gegevene.

13. BEGINSEL.

Indien men by twee grootheden twee andere vergaart, of daar van aftrekt, die met de eerste evenredig zijn: zo zijnde uytkomsten mede evenredig met de twee eerste, of met de twee laaste.

Indien *b* is tot *c*
als *d* is tot *f*

Vergaart, zo zyn $\overline{b+d}$ / $\overline{c+f}$ // *b* / *c* (of *d* / *f*) evenredig.
afgetogen, zo zyn $\overline{b-d}$ / $\overline{c-f}$ // *b* / *c* (of *d* / *f*) evenredig.
verstaat by + *plus*, of *en*, en by — *minus*, of *min*.

want, gemultipliceert de uytterste en middelste,
komt *bc+dc*, en *bc+bf* in de eerste,
en *bc—dc*, en *bc—bf* in de tweede.

en deze twee eerste *bc+dc* en *bc+bf* zyn gelyk aan elkander, en ook de twee laaste *bc—dc* en *bc—bf*, om dat *dc* gelyk *bf* is (8 beg.) dewyl *b* / *c* // *d* / *f* evenvredig zyn na 't gegeve, en om dat *bc* aan weerzyden een zelfde is.

Wanneer *b* / *c* / *d* / *f* *rechte lynen zyn*, zo ziet men hier uyt, *als men by twee lynen twee andere vergaart, of daar van aftrekt, die gelykredig zyn met de eerste: dat dan ook de twee sommen, of de twee resten, gelykredig zyn met de twee eerste, of met de twee laatste.*

14. BEGINSEL.

Als men van vier evenredige grootheden, addeert of substraheert de eerste en derde en de tweede en vierde; zo zijn de uytkomsten tot elkander als de eerste tot de tweede, of als de darde tot de vierde: maar zo men zulx doet van de eerste en tweede en van de derde en vierde; zo zijn de uytkomsten tot elkander als

 de

de eerste tot de derde, of als de tweede tot de vierde.

Dat is, Indien $b / c // d / f$ evenredig zyn

geaddeert, zo zyn $\overline{b\ c}$ $g / h // d / f // b / c$ mede evenredig.
gesubstrab., zo zyn $k / l // d / f // b / c$ mede evenredig.

ook, als $b / c // d / f$ evenredig zyn

geadd. zo zyn $\overline{b}\ m / \overline{d}\ n // c / f // b / d$ mede evenredig.
gesubs. zo zyn $p / q // c / f // b / d$ mede evenredig.
dit blykt uyt het 13 Beginsel. in het laatste om dat $c / f // b / d$ evenredig zyn na het 10 Beginsel.

15. BEGINSEL.

Zo vier evenredige met vier evenredige gemultipliceert, of daar door gedivideert werden: de uytkomsten zyn mede evenredig.

Dat is, de evenredige $b / qb // c / qc$
vermenigv. met de evenr. $d / pd // f / pf$

komt $bd / qpbd // cf / qpcf$: deze zyn mede evenredig, gelyk blykt, om dat de eerste in de tweede, en de derde in de vierde yder qp maal begrepen is, of uyt de multiplicatie van de uytterste en middelste.

de evenredige $bd / qpbd // cf / qpcf$
gedeelt door de evenr. $d / pd // f / pf$

komt $b / qb // c / qc$: deze zyn mede evenredig omreden als boven verhaalt is.

GEVOLG. *Als vier grootheden evenredig zyn: zo zyn haare Vierkanten, en ook haare Teerlingen evenredig: mede haare Vierkante Wortelen, en ook haare Teerlingsze Wortelen.*

2/ 3// 4/ 6 zyn evenredig: haare Vierkanten 4/ 9// 16/ 36/ en haare Cubique; 8/ 27// 64/ 216 zyn mede evenredig: nu, deze twee laatste 4/ 9// 16/ 36 en 8/ 27// 64/ 216 zyn evenredig; haare Quadraat en haare Cubicq wortelen, de welke 2/ 3// 4/ 6 zyn, zyn mede evenredig.

Dit

Dit zelfde Meetkunſtig. *Als vier rechte lynen evenredig zyn: zo zyn ook haare Vierkanten, en ook haare Cubiquen evenredig. en, zo de Vierkanten evenredig zyn, en ook de Cubiquen: zo zyn de zyden van de Vierkanten, en ook die van de Cubiquen evenredig.*

16. BEGINSEL.

Indien men twee, of meermalen, vier evenredige grootheden heeft, waar in dat eenige gelyke zijn, in uytterſte en in middelſte geplaatſt zijnde, zo magmen deze te niet doen zo menigmaal als men kan: en dan zullen evenwel de gemultipliceerdens van de onder een ſtaande evenredig zijn; de eenheit ſtellende alwaarze alle uytgedaan zijn.

laten *b / c // d / f*
ook *g / h // k / l*
ook *c / m // l / n* alle vier en vier evenredige wezen,
vermenig. komt *bg / hm // dk / fn* in de welke *c* en *l* yder tweemaal gevonden werd, als middelſte en als uytterſte: daarom, deze uytgelaten, en de blyvende, ondereenſtaande, gemultipliceert, komt *bg / hm / dk / fn*: ik zegge dat deze evenredig zyn.

Dit blykt hier uyt, om dat de uytlating het zelfde te weegbrengt dat de Diviſio zoude doen (12 beg.) want, zo 'er geen gelyke uyt gedaan waren. zo zoude in de uytkomſten van de twee voorſte, dat is in *bg* en in *hm* yder een *c* meerder gevonden werden, en in de twee achterſte *dk* en *fn* yder een *l*: en daarom veroorzaakt deze uytdoening het zelfde dat het 12 Beginſel doet door de deeling, gelyk boven gezegt is: en dewyl alhier geen andere uytgedaan werden als aldaar gedeelt worden, te weten uytterſte tegens middelſte, zo blykt uyt dat Beginſel, ook de waarheit van dit Beginſel.

b / c // d / f	in deze twee	*b / c // d / f*
g / h // f / k	werden de *f*	*g / f // h / k*
bg / ch // d / k	uytgelaten	*bg / c // dh / k*

b / c // d / f g / b // f / k l / m // b / n	in deze twee werden b en f uytgelaten.	b / c // d / f g / b // f / b
gl / chm // d / kn		g / c // d / h

b / c // d / f
d / b // g / b
f / c // g / fb

in deze werd b en d uytgelaten. de eenheit is voor aangestelt, om datze aldaar alle weggenomen waren, en om dat deze wegdoening voor een deeling moet aangemerkt werden, gelyk boven gezegt is, welke deeling een 1 nalaat

Van de Rechte Lynen, de Rechtlinische Hoeken, en de rechtstrepige Figuren.

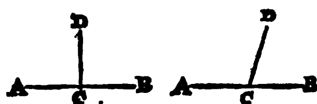
Dus verre verhandelt hebbende de hoedanigheden der grootheden in 't algemeen, zullen nu overgaan tot de bezondere, die wy eygentlyk op 't oog hadden, gelyk hier voren is te kennen gegeven. Wil men zig niet bedrogen vinden, men loope niet al te ras over deze heen: de Inhoud van de Voorstellen dient men wel in zyn Memory in te drukken, dewylze zodanige zaken behelzen die men in de andere deelen van de Wiskunst gedurig van doen heeft: daar in onderstelt men dat men deze Beginselen der Meetkunst alreede weet; en daar op gaat men dan voort. wy hebben het getal der Voorstellen zo merkelyk verkort, in vergelyking van die geene welke Euclides *heeft, dat men niet veel moeyten zal behoeven om hen te konnen onthouden: van de Veertig, waar toe wy hen gebragt hebben, werden de meeste in dit Werk zelfs zo menigmaal herhaalt, datze uw, zonder uwe zorg en toedoen, wel van zelfs zullen byblyven.*

Wat de Bewyzen aangaat, het is genoeg dat men hen eens en andermaal wel heeft verstaan: die alle te onthouden waar niet wel doenlyk. men bedient zig hier naar niet van de Bewyzen, maar alleenlyk van de inhoud der Voorstellen. de Gevolgen en de Byvoegsels zyn van minder belang; echter verdienenze een onthouding: en dit geschiet dies te gemakkelyker, om dat het veeltyts zodanige zyn, die men wel zoude konnen zien Gevolgen te wezen; schoon menze UL. niet voordroeg. en wat de Leeringen belangt, men kan daar in doen na zyn welgevallen.

I. VOORSTEL.

Als een rechte lyn op een andere rechte lyn staat, met dezelve twee Hoeken makende: zo zyn deze Hoeken of beyde Recht, of doen te za-

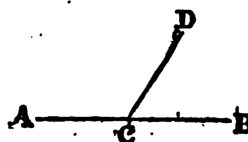
zamen zo veel als twee Rechte hoeken. *de 13 Propositio van 't 1 Boek Euclidis.*



Toepassing. Indien de rechte DC op de rechte AB staat, met hen bepalende de hoeken DCA, DCB: zo is DCA en DCB, of yder recht, als in de eerste Figuur, of doen te zamen zo veel als twee rechte hoeken, als in de tweede Figuur.

Dit heeft geen bewys van noden. Als de eene zo wyd is als de ander, zo is yder hoek Recht na de 13 Bepaling: en zynze ongelyk, 't geen de eene groter is als Recht dat is de ander kleender; en daarom doenze te zamen zo veel als twee Rechte hoeken.

GEVOLG. *De geheele ruymte rontom een punt in hoeken verdeelt zynde: zo doen alle deze hoeken te zamen zo veel als vier rechte hoeken.*



BYVOEGSEL. *Indien uyt een punt* C, *van een Rechte lyn* DC, *aan weerzyden van hen, twee andere rechte* CA, CB *zodanig getogen werden, dat deze met de eerste twee hoeken* DCA, DCB *bepalen, die even zyn aan twee rechte hoeken: zo is* ACB *een rechte lyn.* de 14 Prop. 1 b. Eucl.

Dit is 't omkeersel van 't bovenstaande voorstel.

't Bewys. Aanmerkt DCA hier zo wyd te wezen als DCA hier boven in de tweede Figuur: leggende dan C hier op C daar, CD hier op CD daar, zo valt CA hier op CA aldaar na 't 3 Beginsel: en om dat als dan DCB hier, zo wyd is als DCB hier boven (13 *kund.*) (dewyl beyde de hoeken hier zo veel doen als beyde de hoeken aldaar, te weten in yder twee rechte hoeken) zo valt CB hier op CB aldaar (3 *beg.*) maar ACB boven is een rechte lyn, daarom ook ACB hier.

2. VOORSTEL.

Als twee rechte lynen elkander snijden: zo zijn, de overstaande hoeken, wiens toppen elkander raken, evengroot. *de 15 Prop. 1 B. Eucl.*

b / c // d / f g / b // f / k l / m // b / n gl / chm // d / kn	in deze twee werden b en f uytgelaten.	b / c // d / f g / b // f / b g / c // d / b
b / c // d / f d / b // g / b f / c // g / fb	in deze werd b en d uytgelaten.	

de eenheit is voor aangestelt, om datze aldaar alle weggenomen waren, en om dat deze wegdoening voor een deeling moet aangemerkt werden, gelyk boven gezegt is; welke deeling een 1 nalaat

Van de Rechte Lynen, de Rechtlinische Hoeken, en de rechtstrepige Figuren.

DUs verre verhandelt hebbende de hoedanigheden der grootheden in 't algemeen, zullen nu overgaan tot de bezondere, die wy eygentlyk op 't oog hadden, gelyk hier voren is te kennen gegeven. Wil men zig niet bedrogen vinden, men loope niet al te ras over deze been: de Inhoud van de Voorstellen dient men wel in zyn Memory in te drukken, dewylze zodanige zaken behelzen die men in de andere deelen van de Wiskunst gedurig van doen heeft: daar in onderstelt men dat men deze Beginselen der Meetkunst alreede weet; en daar op gaat men dan voort. wy hebben het getal der Voorstellen zo merkelyk verkort, in vergelyking van die geene welke Euclides *heeft, dat men niet veel moeyten zal behoeven om hen te konnen onthouden: van de Veertig, waar toe wy hen gebragt hebben, werden de meeste in dit Werk zelfs zo menigmaal herhaalt, datze uw, zonder uwe zorg en toedoen, wel van zelfs zullen byblyven.*

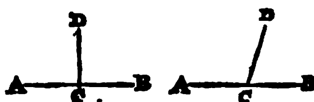
Wat de Bewyzen aangaat, het is genoeg dat men hen eens en andermaal wel heeft verstaan: die alle te onthouden waar niet wel doenlyk. men bedient zig hier naar niet van de Bewyzen, maar alleenlyk van de inhoud der Voorstellen. de Gevolgen en de Byvoegsels zyn van minder belang; echter verdienenze een onthouding: en dit geschiet dies te gemakkelyker, om dat het veeltyts zodanige zyn, die men wel zoude konnen zien Gevolgen te wezen; schoon menze UL. niet voordroeg. en wat de Leeringen belangt, men kan daar in doen na zyn welgevallen.

1. VOORSTEL.

Als een rechte lyn op een andere rechte lyn staat, met dezelve twee Hoeken makende: zo zyn deze Hoeken of beyde Recht, of doen te

za-

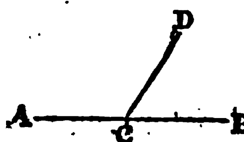
zamen zo veel als twee Rechte hoeken. *de 13 Propositio van 't 1 Boek Euclidis.*



Toepassing. Indien de rechte DC op de rechte AB staat, met hen bepalende de hoeken DCA, DCB: zo is DCA en DCB, of yder recht, als in de eerste Figuur, of doen te zamen zo veel als twee rechte hoeken, als in de tweede Figuur.

Dit heeft geen bewys van noden. Als de eene zo wyd is als de ander, zo is yder hoek Recht na de 13 Bepaling: en zynze ongelyk, 't geen de eene groter is als Recht dat is de ander kleender; en daarom doenze te zamen zo veel als twee Rechte hoeken.

GEVOLG. *De geheele ruymte rontom een punt in hoeken verdeelt zynde: zo doen alle deze hoeken te zamen zo veel als vier rechte hoeken.*



BYVOEGSEL. *Indien uyt een punt* C, *van een Rechte lyn* DC, *aan weerzyden van hen, twee andere rechte* CA, CB *zodanig getogen werden, dat deze met de eerste twee hoeken* DCA, DCB *bepalen, die even zyn aan twee rechte hoeken: zo is* ACB *een rechte lyn.* de 14 Prop. 1 b. Eucl.

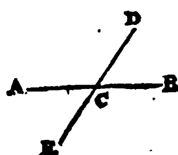
Dit is 't omkeersel van 't bovenstaande voorstel.

't Bewys. Aanmerkt DCA hier zo wyd te wezen als DCA hier boven in de tweede Figuur: leggende dan C hier op C daar, CD hier op CD daar, zo valt CA hier op CA aldaar na 't 3 Beginsel: en om dat als dan DCB hier, zo wyd is als DCB hier boven (13 *kund.*) (dewyl beyde de hoeken hier zo veel doen als beyde de hoeken aldaar, te weten in yder twee rechte hoeken) zo valt CB hier op CB aldaar (3 *beg.*) maar ACB boven is een rechte lyn, daarom ook ACB hier.

2. VOORSTEL.

Als twee rechte lynen elkander snijden: zo zijn, de overstaande hoeken, wiens toppen elkander raken, evengroot. *de 15 Prop. 1 B. Eucl.*

Toe-



Toepassing. Als de rechte lynen AB DE elkander snyden in C: zo is ACE zo groot als DCB, ook ECB als DCA, de overstaande hoeken wiens Toppen elkander in C raken.

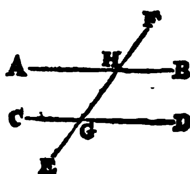
't Bewys. ACE en ACD doen te zamen zo veel als dezelve ACD en BCD, yder twee rechte hoeken (*n4 't 1 V.*) van yder weg gedaan de gemeene ACD, blyft ACE gelyk BCD (3. *kund.*) 't geen te bewyzen was.

3 VOORSTEL.

Als een rechte lyn gaat door twee andere die evenwydig zyn: 1. zo zijn beyde de inwendige hoeken, aan een zelfde zijde van de doorgaande lyn, even aan twee rechte hoeken. 2. de overhantze inwendige hoeken, aan weerzyden van de doorgaande lyn, zyn evengroot. *en omgekeert.*

3. Als beyde de inwendige hoeken, aan een zelfde zyde van de doorgaande lyn, zyn even aan twee rechte hoeken. of,

4. Als de overhantze inwendige hoeken, aan weerzyden van de doorgaande lyn, even groot zyn: zo zyn die twee lynen: daar de darde doorgaat, evenwydig. *de 27. 28. 29. Prop. 1 B. Eucl.*



Toepassing. Als AB evenwydig is aan CD: zo zyn AHG en CGH te zamen even aan twee rechte hoeken; ook is AHG gelyk DGH. en, zo AHG en CGH te zamen even zyn aan twee rechte hoeken; of, zo AHG is gelyk DGH: zo is AB evenwydig aan CD.

't Bewys. op 't. 1. AHG en AHF zyn gelyk twee rechte hoeken (1. V.) maar de laatste AHF is gelyk CGH (16 *Bep.*)

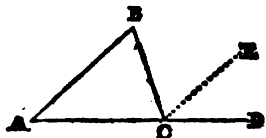
(16 *Bep.*) daarom ook de eerste AHG en deze laatste CGH mede gelyk twee rechte hoeken. *op 't* 2. na 't 2 V. is AHG gelyk BHF, en deze BHF is gelyk DGH (16 *bep.*) daarom AHG ook gelyk DGH. (1 *kund.*) *op 't* 3. AHF en AHG zyn gelyk twee rechte hoeken (1 V.) maar de laatste AHG en CGH zyn mede gelyk twee rechte hoeken na 't gegeve, dies is AHF gelyk CGH (13 *kund.*): of AB is evenwydig aan CD na de 16 bep. *op 't* 4. BHF is gelyk AHG (2 V.) maar deze laatste is ook gelyk DGH na 't gegeve, dies is de eerste BHF ook gelyk DGH (1 *kund.*): of AB is evenwydig aan CD, na de 16 bepaling.

BYVOEGSEL. *De rechte lynen, die evenwydig zyn aan een zelfde rechte lyn: zyn ook evenwydig aan elkander.* de 30 Prop. 1 b.

Dit is een gevolg van de 16 Bepaling, gelyk men kan nazien.

4 VOORSTEL.

1. Als van een Driehoek de eene zyde verlengt werd: zo is de uytwendige hoek zo groot als de twee onverknogte inwendige hoeken te zamen. 2. de drie inwendige hoeken te zamen zijn gelijk aan twee rechte hoeken. *de 32 Prop. 1 b. Eucl.*



Toepassing. Van de Driehoek ABCA, de zyde AC verlengt zynde aan C: zo is de uytwendige hoek BCD zo groot als de twee hoeken A en B te zamen, welke twee hoeken niet aan BCD verknogt zyn, gelyk BCA daar aangebonden is: en de drie hoeken A, B, en ACB zyn even aan twee rechte hoeken.

't Bewys. op 't 1. aanmerkt CE voor een evenwydige aan AB: zo is DCE gelyk A (16 *bep.*) en ECB gelyk B (3 V.) dies is DCB gelyk A en B te zamen. *op 't* 2. A en B te zamen zyn gelyk DCB (1 lit) maar DCB en BCA zyn gelyk aan twee rechte hoeken (1 V.) daarom ook A en B en BCA.

1 GEVOLG. *Van een driehoek is de uytwendige hoek groter als een van de onverknogte inwendige: of, zodanigen*

gen inwendigen hoek is kleender als de uytwendige. de 16 Prop. 1 b. Eucl.

DCB is groter als A, of als B: of, A of B is kleender als DCB.

2. GEVOLG. *Als van twee driehoeken de twee hoeken gelyk zyn: zo zyn de darde mede gelyk.*

Dit blykt uyt het 2 lit. dewyl de driehoeken van de eene driehoek zo veel doen als de driehoeken van de andere, zo volgt, zyn de twee gelyk, dat ook de darde gelyk moet wezen (13 kund.)

5. VOORSTEL.

Indien twee driehoeken een hoek, en de twee zyden om deze hoek, d'een aan d'ander gelijk hebben: zo is de darde zijde mede gelijk; mitsgaders de andere hoeken over gelijke zijden staande; en de Driehoeken zijn even groot. *de 4 Prop. 1. b. Eucl.*



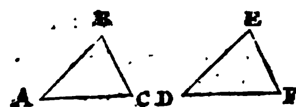
Toepassing. Indien B is gelyk E, BA gelyk ED, en BC gelyk EF: zo is AC gelyk DF; A gelyk D, en C gelyk F (welke over even lange lynen staan); en de driehoek ABCA is zo groot als de driehoek DEFD.

't Bewys. legt, by gedagten, de vlakken van de Driehoeken op elkander, zodanig dat B valt op E, en BA langs ED, zo eyndigt A in D, BC valt op EF, en C eyndigt in F, na 't 3 Beginsel: dies is AC zo lang als DF, A zo wyd als D, C als F, ende Driehoeken zyn even groot, na 't 2 Beginsel.

6. VOORSTEL.

Indien twee Driehoeken twee hoeken en een zijde d'een aan d'ander gelyk hebben: zo zijn de andere zijden, over gelijke hoeken staande mede gelyk; en de Driehoeken zijn even groot. *de 26 Prop. 1 b. Eucl.*

Toe-



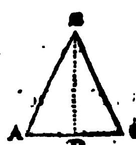
Toepassing. Indien A is gelyk D, C gelyk F, en AC gelyk DF (de zyden tusschen de gelyke hoeken): zo is BC gelyk EF, BA gelyk ED, en ABCA gelyk DEFD.

't Bewys. legt, by gedagten, de Vlakken van de Driehoeken op elkander, en zodanig dat A legt op D, AC langs DF, zo eyndigt C in F, AB valt op DE, en CB op FE (3 *Beg.*): dies zal de zamenkoming der lynen AB CB, dat is het punt B, komen te vallen in de zamenkoming der lynen DE FE, dat is in het punt E; zo dat AB is gelyk DE, CB gelyk FE (B gelyk E) en ABCA gelyk DEFD (2 *Beg.*)

Dewyl de hoeken B en E gelyk zyn als de twee andere hoeken gelyk zyn (2 *Gev.* 4 V.) zo blykt dat het evens eens is welke zyde dat men neemt even lang te wezen, om dat deze zyde altyt tusschen gelyke hoeken in staat.

7. VOORSTEL.

1. Indien een Driehoek twee gelyke zyden heeft: de hoeken over deze zyden zijn mede gelyk. 2. Zoze twee gelyke hoeken heeft: de zyden over deze hoeken zijn ook gelyk. *de 5 en 6 Prop. 1 b. Eucl.*



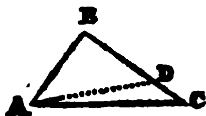
Toepassing. Indien AB is gelyk CB: zo is C gelyk A en. is C gelyk A: zo is AB gelyk CB.

't Bewys. laat BD een lyn wezen die door het midden van de hoek ABC gaat. *op 't* 1. zo hebben de Driehoeken ABDA CBDC gelyk, AB gelyk CB na 't gegeve, BD is aan beyde gemeen, en ABD gelyk CBD na 't onderstelde: daarom A gelyk C (5 V.) *op 't* 2. nu is A gelyk C door 't gegeve, ABD gelyk CBD door 't bereytsel, en BD is aan beyde de Driehoeken gemeen: daarom is AB gelyk CB (6 V.)

GEVOLG. *Heeft een Driehoek drie gelyke zyden: zo heeft ze ook drie gelyke hoeken: en yder hoek is* $\frac{1}{3}$ *van 2 regte hoeken* en omgekeert.

BYVOEGSEL. 1. *Van een Driehoek staat over de langste zyde de grootste hoek. 2. over de grootste hoek staat de langste zyde.* de 18 en 19 Prop. 1 b. Eucl.

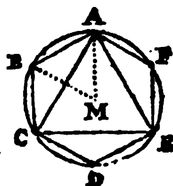
Toepassing. Is BC langer als BA: zo is BAC groter als C. en, is BAC groter als C: zo is BC langer als BA.



't Bewys. op 't 1. laat BD aan BA gelyk wezen, en getogen zyn AD: zo is BAD gelyk BDA (1 *lit.*) maar BDA is groter als C (1 *gev.* 4 V.) daarom ook BAD groter als C; veel meer BAC groter als C. *op't* 2. Is BC gelyk BA; zo is BAC gelyk C (7 V.) en is BC kleender als BA; zo is BAC ook kleender als C, na 't 1 lit van dit Byvoegſel, beyde tegens het onderſtelde, om dat BAC daar in groter genomen is als C: BC kan dan niet gelyk wezen aan BA, ook niet kleender: zo is BC dan groter als BA, na de 12 kundigheit, 't geen &c.

LEERING.

In een gegeve kring, wiens Middelpunt is M, *een gelyk zydigen Ses, en ook een zodanigen Driehoek te beſchryven.* de 15 Prop. 4 b. Eucl.



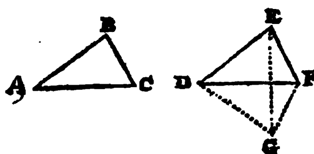
't Werk. Opent uw Paſſer van M tot A, een Punt van de kring: de voet van de Paſſer in A, laat die daar ſtaan, maar de andere, uyt M komende, zet in de kring, in B, (of haalt een boogje ſnydende de kring in B) dan zet die uyt A in C, en zo vervolgens, zo zal de ſeſde ſetting wederom vallen in A. dan haalt de rechte AB, BC, &c. men heeft een gelykzydige Ses hoek ABCDEFA in het rond ingeſchreven, met zyn kanten het rond rakende. en, halende AC CE EA, zo is ACEA een gelykzydigen Driehoek.

't Bewys. Trekkende AM BM, zo is MABM een gelykzydigen Driehoek, en daarom BMA het $\frac{1}{3}$ van 2, of het $\frac{1}{6}$ van 4 rechte hoeken, of van de geheele ruymte rontom het punt M; dies moet AB 6 maal omgaan in de geheele kring.

8 VOORSTEL.

Indien, van twee Driehoeken, de drie zyden van de eene gelyk zijn aan de drie zyden van de andere: zo zijn de hoeken, over gelyke zyden ſtaande, mede gelyk; en de Driehoeken zijn even groot. *de* 8 *Prop.* 1 *b. Eucl.*

Toe-

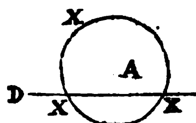


Toepassing. Indien AB is gelyk DE, BC gelyk EF, en AC gelyk DF: zo is A gelyk EDF, B gelyk DEF, en C gelyk DFE; dat is, de hoeken gelyk die over gelyke zyden staan.

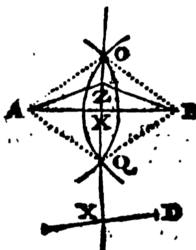
't Bewys. legt, bygedagten, A op D, AC langs DF, zo eyndigt C in F (3 *beg.*) laat DGFD wezen als ABCA, dog omgebuytelt. EG getogen hebbende, zo is, na 't onderstelde, AB, of DG gelyk DE, en BC, of FG gelyk FE, en daarom (7 V.) DGE gelyk DEG, en FGE gelyk FEG; dies is DGF, of B gelyk DEF, en dan is (5 V.) A gelyk EDF, en C gelyk DFE; en de driehoeken zyn even groot.

LEERING.

Uyt de Voorstellen, tot dus verre verhandelt, en voornamelyk uyt dit laatste, konnen verscheyde *Werkstukken*, als gevolgen van hen, volbragt werden, voor af gedenkende, *dat men een oneyndige menigte van punten* X *kan vinden, die van een gegeve punt* A *een afstand hebben zo lang als een gegeve lyn* B: met, uyt A als middelpunt, en B als straal, een kring te trekken: en *dat men twee punten* XX *vind in een gegeve lyn* D, daar deze kring de lyn D snyt: mede, *dat men twee punten* O *en* Q *vind, die van twee gegeve punten* A *en* B *een afstand hebben zo lang als een gegeve lyn* C, als men uyt A, en ook uyt B, met een zelfde lyn C als Straal, twee zodanige kringen haalt, om dat haare snyding O en Q nootzakelyk van A, en ook van B, zodanigen afstand zullen moeten hebben als C lang is.



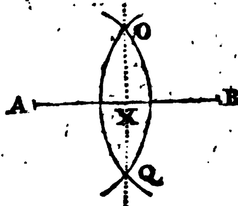
en, *zo men door deze* O *en* Q *een rechte lyn haalt, zo zal yder punt van hen een gelyke afstand hebben van beyde de punten* A *en* B.



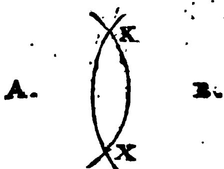
't Bewys. Nemende daar in een punt Z na believen, en trekkende ZA ZB, ook OA OB, mede QA QB, zo hebben, de Driehoeken AOQA BOQB drie zyden gelyk aan elkander; AO gelyk BO, AQ gelyk BQ, en OQ is aan haar beyde gemeen; dies is, na dit Voorstel, AOQ gelyk BOQ: en, om dat deze hoeken ook hoeken zyn van de Driehoeken AOZA BOZB, zo hebben deze Driehoeken twee zyden en een hoek tusschen beyden gelyk, en daarom (5 V.) AZ gelyk BZ. waar uyt blykt het gezeyde, om dat Z in de rechte OQ genomen is zonder eenige bepaling.

 En

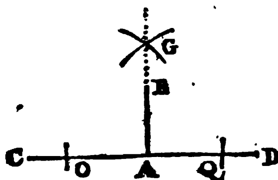
En dewyl deze, door O en Q getrokken, van een groot gebruyk is, zo zullen wy hem ook met een bezondere naam GELYKAFSTANDIGE noemen. Het blykt dan, *zo deze* gelyk afstandige *gaat door een gegeve lyn* D, *hem snydende in* X, *dat* X *van* B *zo ver af zal wezen als van* A.



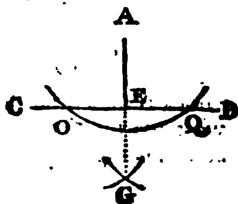
En halende de rechte AB, de gelykafstandige snydende in X, zo is X het midden van AB. waar uyt men ziet, dat deze gelykafstandige ook kan dienen, *om een gegeve lyn* AB *in tweën gelyk te deelen*, tusschen zyn eynden A en B deze OQ zoekende, met een Straal genomen na believen.



En, willende *de punten* XX *vinden, die van* A *zo ver afstaan als* D, *en van* B *als* E *lang is*, zo weetenwe, dat men uyt A maar een kring heeft te halen met D als Straal, en uyt B een met E als halve middellyn, en dat haare snyding XX de begeerde punten zullen aanwyzen.

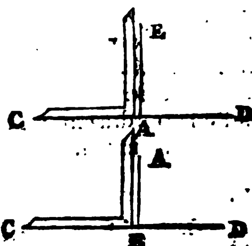


En, willende *uyt een gegeve punt* A, *in een gegeve lyn* CD, *een lyn* AE *trekken, die op* CD *rechthoekig staat*, zo kan de *gelykafstandige* daar mede toe dienen; eerst vindende, in CD, de punten O en Q, die van A evenver afstaan; en dan, tusschen O en Q, de gelykafstandige; die zal door A rechthoekig gaan: waar van de zekerheit zal blyken, als men gedenkt dat, in de tweede figuur, de Driehoeken AOXA BOXB, de drie zyden gelyk zyn, en daarom ook de hoeken AXO BXO gelyk, en by gevolg yder recht. maar met minder omslag kan men het ook dus verrichten. zoekt G, die van O en ook van Q een zelfde afstand heeft, en haalt GEA: zo staat AE rechthoekig op CD, om dat de Driehoeken OGAO QGAQ gelykzydig zyn, en daarom OAE gelyk QAE, of yder recht.

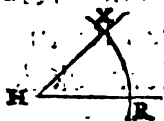


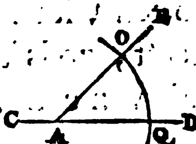
Maar, willende *uyt* A, *een punt buyten een gegeve lyn* CD, *een hangende* AE *op* CD *trekken*, zo zoekt eerst O en Q, in CD, die evenver van A af zyn, en dan G evenver van O en Q; en haalt AG, snydende CD in E: zo staat AE rechthoekig op CD. en dit zal blyken op vorige

rige wyze, om dat AOGA AQGA gelykzydig zyn, waar door OAE is gelyk QAE, en dan blykt, uyt OAEO en QAEQ, dat OEA en QEA yder recht zyn.

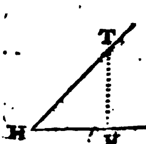


Deze twee, *om uyt* A *een rechthoekige op* CD *te trekken*, verricht men gemeenlyk door middel van een *koper winkelhaakje*, dus: men schuyft de eene zyde van het Winkelhaakje langs CD, heen en weer; tot dat de andere zyde zo na aan A komt, dat men gevoeglyk, door middel van die zyde, door A een rechte op CD kan trekken: deze getrokkene staat dan rechthoekig op CD.



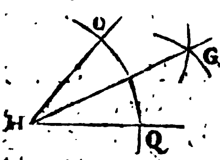


Moetende *uyt* A, *in* CD *wezende, een rechte* AE *halen, die met* CD *een hoek* DAE *maakt, zo wyd als een gegeve hoek* H, zo zoekt X en R in de Beenen van H, die evenver van H af zyn. met dezelve wydte des Passers, haalt uyt A de Boog OQ, en neemt daar in, van Q tot O, de wydte van R tot X, en trekt AOE: zo is DAE zo wyd als H, om dat AOQA en HXRH Driehoeken zyn van gelyke zyden, en daarom OAQ gelyk XHR.

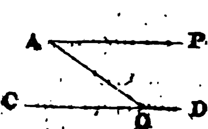




Maar *is* A *buyten* CD, zo haalt uyt A eerst AF rechthoekig op CD; ook uyt T, in het been HT genomen na believen, een zodanige op het ander been HK, dan maakt FAE gelyk aan KTH: zo is AEF zo wyd als H.



Willende *een gegeve hoek* H, *door een rechte* HG, *in tweën gelyk deelen*, zo zoekt in zyn Beenen O en Q, evenver van H afstaande; en dan G zodanig van O en Q, en haalt HG: die voldoet het begeerde, om dat de Driehoeken HOGH en HQGH drie gelyke zyden hebben.



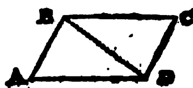
En, *moetende uyt* A, *een punt buyten een gegeve lyn* CD, *een lyn* AP *halen, evenwydig aan* CD, zo trekt AQ na believen, en maakt de hoek QAP zo wyd als de hoek AQC: zo is AP evenwydig aan CD, volgens het 3 Voorstel het 4 lit.

Uyt

Uyt het geene nu verhandelt is, is openbaar de making van verscheyde andere figuren. Hoe men *van een gegeve lyn een gelykzydigen Driehoek zal beschryven*; ook *een Vierkant*; ook *een Ruyt hebbende een gegeve hoek*: Hoe men *van twee gegeve lynen een gelykbeenigen Driehoek kan maken*; ook *een Rechthoek*; ook *een Raam hebbende een gegeve Hoek*: en hoe men *een Driehoek zal toestellen, wiens drie zyden zo lang zyn als drie gegeve lynen*, de twee langer wezende als de derde. welke wy ul. niet zullen voordragen om dat dit dingen zyn die men licht uyt het voorgaande kan vinden.

9. VOORSTEL.

1. Van een Raam zijn de overstaande zijden en hoeken gelijk. 2. zo een Vierhoek de overstaande zijden gelijk heeft, zo is 't een Raam. 3. ook is 't een Raam als van een Vierhoek de twee overstaande zyden gelyk en evenwydig zijn. ***De 33 en 34 Prop. 1. b. Eucl.***



Toepassing. Indien ABCDA een Raam is: zo is AB gelyk DC, AD gelyk BC, A gelyk C, en ABC gelyk ADC. en, als AB is gelyk DC, en AD gelyk BC: zo is AC een Raam. ook is AC een Raam als AB is gelyk en evenwydig aan DC.

't Bewys. Laat getogen zyn de hoek lyn BD.

Op 't 1. Om dat een Raam de overstaande zyden evenwydig heeft, na de 25 Bep. daarom is ABD gelyk CDB, en ADB gelyk CBD (3 V.) en bygevolg ABC gelyk ADC. en om dat de Driehoeken ABDA CDBC de zyde BD gemeen hebben, zo is AB gelyk DC, en AD gelyk BC en A gelyk C (6 V.): zo zyn dan de overstaande zyden en hoeken gelyk.

Op 't 2. Nu hebben de voornoemde Driehoeken ABDA CDBC drie zyden gelyk; AD gelyk CB, AB gelyk CD, door 't gegeve, en BD gemeen; en daarom ABD gelyk CDB, en ADB gelyk CBD (8 V.) en over zulx AB evenwydig aan CD, en AD aan CB (3 V.) en bygevolg AC een Raam (25 *Bep.*)

Op 't 3. Nu hebben de Driehoeken ABDA CDBC twee zyden en een hoek tusschen beyden gelyk; AB gelyk CD na 't gegeve, BD gemeen, en ABD gelyk CDB (3 V.) dies is ADB gelyk CBD (5 V.) en daarom AD evenwydig aan CD (3 V.) of, AC een Raam (25 Bep.)

1. GE-

1. GEVOLG. *De hoeklyn deelt de Raam in tweên gelyk.* De 34 prop. 1 b. Eucl.

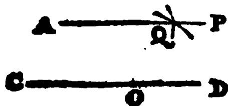
Zulx doet BD, de Raam AC delende in twee Driehoeken ABDA CBDC, die twee hoeken gelyk en een zyde gemeen hebben, gelyk in 't bewys op 't 1 lit is aangewezen, en daarom ook even groot zyn (6 V.) en by gevolg elk half zo groot als de Raam.

2. GEVOLG. *Zo twee lynen evenwydig zyn: zo zullen alle de lynen tusschen hen getogen, rechthoekig op de eene, niet alleen rechthoekig vallen op de andere* (3 V.) *maar zullen ook alle evenlang wezen.*

Waar uyt blykt, *dat twee evenwydige noit konnen te zamen komen.*

LEERING.

Uyt het tweede lit van dit voorstel volgt nog een andere manier, *om uyt een gegeve punt* A, *buyten een gegeve lyn* CD, *een rechte* AP *te trekken, gelykwydig aan* CD. dus: kiest O in CD na believen: dan zoekt Q zodanig dat AQ is gelyk CO, en OQ gelyk CA, en haalt AQP: die is gelykwydig aan CD: want, CAQOC is een Vierhoek wiens overstaande zyden even lang zyn, waarom hy ook een Raam is, en daarom AP evenwydig aan CD. (25. *bep.*).

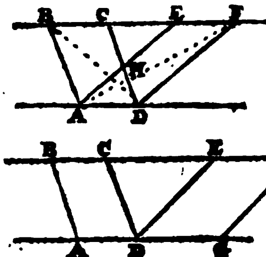


Uyt deze eygenschap is gevonden zeker Werktuyg, *Parallel-Lineaal* genaamt, zynde twee Linealen D en P, van hout of koper, met twee kopere stifjens CA OQ aan een gebonden, maar beweeglyk in de punten C, A, O, Q, waar van AQ en CO evenlang zyn, ook CA en OQ: deze Parallel lineaal dan leggende met de eene zyde van D op een gegeve lyn, en drayende het andere lineaal P dan zodanig, dat men door middel van de zyde AQ gevoeglyk een rechte lyn kan trekken door het gegeve punt: zo zal de getogene evenwydig wezen aan de gegeve lyn waar op deze CO leyt.

10. VOORSTEL.

1. Indien twee Ramen, en ook twee Driehoeken, tusschen evenwijdige lijnen passen, of even hoog zijn, en op een zelfde, of op ge-

lijke gronden staan: zo zijnze even groot. 2. en, op ongelijke gronden staande: zo zijnze evenredig met haare gronden. *De 35, 36, 37, 38. prop. 1 b. en 1 prop. 6 b. Eucl.*



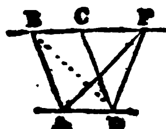
Toepassing. Indien AC DE twee Ramen zyn, en ook ABDA AFDA twee Driehoeken, die op een zelfde grond AD staan (of op gelyke gronden) en tusschen BF AD, twee evenwijdige lijnen, passen (of even hoog zijn): zo zijn de Ramen, en ook deze Driehoeken, even groot. en, zo de Ramen AC DF, en ook de Driehoeken ABDA DFGD, mede tusschen de evenwijdige BF AG passen, maar op ongelijke gronden AD DG staan: zo zijnze evenredig met deze gronden.

't Bewys, op 't 1. De Driehoeken ABEA DCFD hebben drie zijden gelijk; BE gelijk CF, om datze CE gemeen hebben, en om dat BC gelijk EF is, beyde gelijk AD wezende (9 V.) na welk Voorstel ook AB is gelyk DC, en AE gelyk DF; daarom is, na 't 8 V., ABEA zo groot als DCFD; van yder afgenomen het gemeene stuk HCEH, rest AHCBA zo groot als HEFDH; by elk gevoegt het gemeene AHDA, komt de Raam AC zo groot als de Raam DE. en daarom ook de Driehoek ABDA zo groot als de Driehoek AFDA, als de helft van deze Ramen zijnde, na 't 1 gev. van 't 9 V. op gelijke, of op een zelfde grond staande is een ding. Zo mede tusschen evenwijdige te passen of even hoog te zijn (2 *gev.* 9 *V.*) *op 't 2.* was DG 3 deelen lang daar af dat AD 2 deelen is, en men lijnen haalde uyt deze deelen, in de eerste evenwijdig aan DE, en, in de tweede gelijkwijdig aan AB, zo ist kenlijk, (immers kan licht gezien werden) dat de Raam DF in 3 even groote Raamtiens zal gedeelt wezen, en de Raam AC in 2 zodanige; en, om dat een Raamtie van DF zo groot is, als een Raamtie van AC, na 't 1 lit, om datze gelijke gronden hebben, zo zou de Raam DF 3 wezen tegens de Raam AC 2, zo wel als de grond van DF 3 is tegens de grond van AC 2: de kleenste Raam is dan, in dit geval, tot de grootste, als de grond van de kleenste tot de grond van de grootste, dat is in beyde als 2 tot 3. Is AD 5 tegens DG 9, zo is

is ook de Raam AC 5 tegens de Raam DF 9; en zo van alle getallen in 't oneyndig. en, dewijl, na 't 5 beginsel, alle lijnen aan getallen konnen toegepast werden (of liever, dat twee lijnen meetbaar zijn door een andere onbepaalt kleen: deze dan voor de eenheit nemende, zo zijn deze twee lijnen als getal tot getal) zo blijkt de waarheit van 't gezeg. dat de Driehoeken ABDA DFGD mede evenredig zijn met haare gronden AD DG, blijkt uyt het bovenstaande, om dat de Driehoeken half zo groot zijn als de Ramen. de halve zijn tot de halve, als de heele tot de heele, na 't 11 Beginsel.

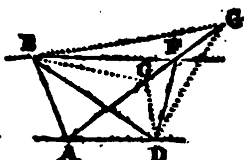
Weest gedagtig, *dat de Driehoeken, die op een doorgaande grond staan, en met de toppen in elkander komen, evenhoog zijn.*

1. GEVOLG. *Indien een Raam en een Driehoek, op een zelfde, of op gelijke gronden staan, en tusschen evenwijdige passen, of even hoog zijn: zo is de Driehoek half zo groot als de Raam.* De 41 prop. 1 b. Eucl.



Dat is: de Driehoek AFDA is half zo groot als de Raam AC, indien BCF een doorgaande rechte is. om dat deze driehoek zo groot is als de driehoek ABDA (1 *lit.*) en deze laatste de helft is van de Raam AC (1 Gev. 9 V.).

2. GEVOLG. *Indien twee Driehoeken op een zelfde grond staan, na een zelfde oirt, en even groot zijn: zo passen deze Driehoeken tusschen evenwijdige lijnen: of, de rechte, getogen door haar beyder toppen, is evenwijdig aan de grond.* De 39 prop. 1 b. Eucl.



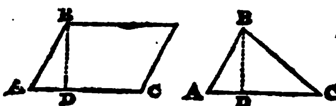
Dat is. Is de Driehoek ABDA zo groot als de Driehoek AFDA: zo zal BF evenwydig wezen aan AD. Ist vals: zo laat BG evenwydig aan AD wezen. getogen GD, zo is AGDA gelyk ABDA (1 *lit*) of gelyk AFDA, dat is het deel gelyk 't geheel dat onmogelyk is: zo is dan geen andere als BF evenwydig aan AD.

LEERING.

Uyt dit Voorstel, en het 6 Beginsel, volgt op wat wyze men de groote van by na alle Rechtlinische platvlakkige figuren kan vinden, eenige lynen van hen gemeeten hebbende.

De Inhoud, of de groote van een Raam vint men, multiplicerende

zyn grond met zyn hoogte: en van een Driehoek, multiplicerende zyn grond met zyn halve hoogte; of zyn halve grond met zyn heele hoogte; of zyn grond met zyn hoogte, en de uytkomst gehalveert.



Indien de grond AC doet 12, en de Perp. BD 5: zo is de Inhoud van de Raam 5 maal 12, dat is 60; en de Inhoud van de Driehoek 12 maal $2\frac{1}{2}$, of 6 maal 5, of 12 maal 5 en de uytkomst gehalveert; komt in yder geval 30. en dit heeft hier van daan zyn zekerheit, om dat een Raam en een Rechthoek, die gelyk van grond en evenhoog zyn, even groot zyn, en om dat een Driehoek half zo groot is als de Raam.

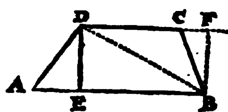
De Inhoud van een Raam bekent zynde: zo vind men zyn grond, delende deze Inhoud door de hoogte; en men vind de hoogte, delende de Inhoud door de grond.

De Inhoud van de voornoemde Raam is 60: dit gedeelt door 12, de grond AC, komt 5 voor de hoogte BD; en gedeelt 60 door de hoogte BD 5, komt 12 voor de grond AC.

De Inhoud van een Driehoek bekent zynde: zo vind men zyn grond, delende deze Inhoud door de halve hoogte, of de dubbelde Inhoud door de heele hoogte: en men vind de hoogte, delende de Inhoud door de halfve grond, of de dubbelde Inhoud door de heele grond.

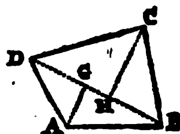
De Inhoud van de voornoemde Driehoek is 30: dit gedeelt door 6, de halve grond AC, of zyn dubbelt 60 door 12, de heele grond, komt 5 voor de hoogte BD: en, delende de Inhoud 30 door $2\frac{1}{2}$, de halve hoogte BD, of zyn dubbelt 60 door 5, de heele hoogte, komt 12 voor de grond AC.

Als van een Vierhoek de twee zyden alleenlyk evenwydig lopen: zo vind men de Inhoud, multiplicerende de helft van deze evenwydige te zamen geaddeert, met de afstand die zy van elkander af zyn.



Indien DC evenwydig is aan AB, en dat DE een Perp., of haare afstand is. zo dan AB doet 34, DC 20, en DE 11. zo addeert AB 34 by DC 20, komt 54, zyn helft is 27 (of vergaart de helft van AB 17, by de helft van DC 10, komt 27) gemultipliceert met DE 11, komt 297 voor de Inhoud van de Vierhoek ABCDA. de reden hier van is, om dat de helft van AB, gemultipliceert met DE, geeft de Inhoud van de Driehoek ADBA; en de helft van DC, gemultipliceert met BF, of met DE, geeft de Inhoud van de Driehoek DBCD: daarom, beyde deze helftens te zamen, gemultipliceert met DE, moet geven, ten eersten, de Inhoud van de vierhoek.

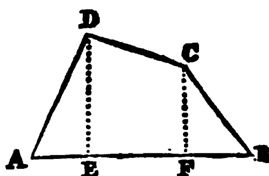
De



De onbepaalde vier, vyf, seshoek, enz, verdeelt men gemeenlyk, om de Inhoud te vinden, in Driehoeken; en men meet af de hoeklynen, en de perpendicularen uyt de overstaande hoeken op deze vallende.

Zo, van de nevenstaande Vierhoek gemeeten is de hoeklyn DB 16, de perpendicularen CH 9 en AG 6: zo vint men 120 voor de Inhoud van de Vierhoek.

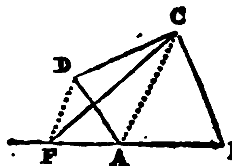
Een vyfhoek geeft drie Driehoeken, een seshoek vier, en zo voort.



Als de Perp. ED lang is 38 roeden; de Perp. CF 30; AE 16, EF 20, en FB 18 roeden: Vrage na de groote van de Vierhoek ABCDA? antwoord 1254 Vierkante roeden; of 2 mergen en 54 roeden.

Een Driehoek te maken zo groot als een gegeve rechtstrepige figuur.

Het geheele Werk, om dit te verrichten, bestaat hier in, *dat men een figuur kan maken die een hoek minder heeft als de gegevene, en die evenwel zo groot is.*



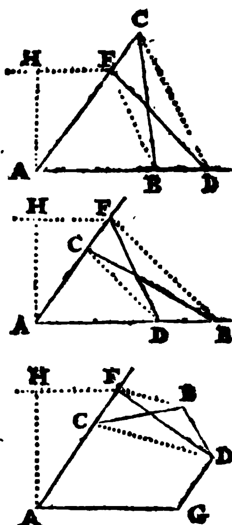
Genomen, men wil van de Vierhoek ABCDA de hoek D afnemen, zulx dat de Driehoek BCFB zo groot is als de voornoemde Vierhoek.

't Werk. Trekt tusschen de eynden der Beenen van de hoek D een lyn AC; dan haalt DF evenwydig aan deze AC, snydende de verlengde van BC, of, als hier, van BA in F; dan een van F tot de overstaande hoek C: zo is FACF zo groot als ADCA (1 *lit.*) en daarom BCFB zo groot als BCDAB. 't geen enz.

Men ziet dan wel, dat door deze wyze van doen, alle rechtlinische figuren konnen gebracht werden tot Driehoeken aan hen evengroot, ze mogen ook zyn zo veelhoekig alsze willen.

Door deze middel kan men de figuren op veelderley wyze veranderen, en zodanig dat ze evenwel de zelfde groote behouden by voorbeelt.

De eene zyde van een rechtlinische figuur te verlengen, of te verkorten, mits dat de figuur behoud de zelfde groote.



Van de Driehoek ABCA, en van de Vyfhoek AGDBC, de zyde ACte verlengen, of te verkorten tot aan het punt F.

't Werk. Trekt uyt F tot zyn naast gelegene hoek, de rechte FB: dan CD evenwydig aan FB: dan FD: zo is ADFA zo groot als ABCA; en AGDFA zo groot als ADBC.

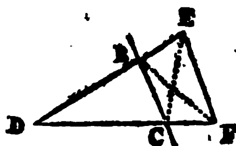
Indien men de figuur wil gebragt hebben onder de hoogte van AH.

Men trekke HF evenwydig aan AB, of aan AG, stotende AC, of zyn verlengde in F; en men werke dan als boven.

En alzo is openbaar *op wat wyze dat men twee Driehoeken kan reduceren onder, of tot een zelfde hoogte.*

II. VOORSTEL.

1. Indien een lijn getrokken werd evenwydig aan de zijde van een Driehoek, die de twee andere zijden snijt: zo zijn de stukken van die zijden evenredig. 2. en, zo een lijn de twee zijden van een Driehoek evenredig snijt: zo is die lijn evenwijdig aan de darde zijde. *De 2 Prop. 6 b. Eucl.*



Toepassing. Indien BC getrokken is evenwydig aan EF, de zyde van de Driehoek DEFD, snydende DE DF in B en in C: zo is DB tot BE, als DC tot CF. en, zo DB tot BE is, als DC tot CF: zo is BC evenwydig aan EF.

't Bewys. Laat getrokken zijn BF CE, zo zijn na 't 2 lit. 10 V.
Evenredig DB / BE // △ DBCD / △ BCEB:
ook DC / CF // △ DBCD / △ CBFC.

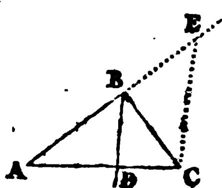
Op 't 1. Dewijl nu BC is evenwijdig aan EF, zo is (1 lit. 10 V.) de △ BCEB zo groot als de △ CBFC, en om dat de derde in order,

order, in beyde de proportien, een zelfde △ DBCD is: daarom is de △ DBCD tot de △ BCEB, als de △ DBCD tot de △ CBFC (7 *kund.*) en by gevolg is DB tot BE, als DC tot CF (1 *kund.*) 't geen enz.

Op 't 2. Nu is DB tot BE, als DC tot CF, en daarom ook (1 *kund.*) de △DBCD tot de △ BCEB, als de △ DBCD tot de △ CBFC: maar van deze is de eerste als de darde, daarom (10 *kund.*) de tweede als de vierde, dat is de △ BCEB als de △ CBFC, en ze hebben een gemeene grond BC, daarom is BC evenwydig aan EF (2 *gev.* 10 V.) 't geen enz.

12. VOORSTEL.

1. Indien een lyn de hoek van een Driehoek in tweên gelyk snyt, en gaat door zyn overstaande zyde: zo snyt hy die zyde evenredig met de twee andere zyden. 2. en zo een lyn uyt een hoek komt, en de overstaande zyde evenredig snyt met de twee andere zyden: zo snyt deze lyn die hoek in tweên gelyk. ***De 3 prop. 6 b. Eucl.***



Toepassing. Indien BD de hoek ABC in tweên gelyk snyt: zo is AD tot DC, als AB tot BC. en, zo AD is tot DC, als AB tot BC: zo snyt BD de hoek ABC in tweên gelyk.

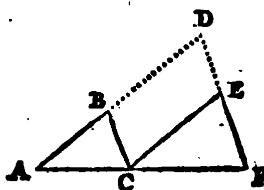
't Bewys. Laat CE evenwydig wezen aan DB, ontmoetende de verlengde AB in E; zo is ABD gelyk BEC (16 *Bep.*) en DBC gelyk BCE (3 V.) en dan zyn AD/ DC// AB/ BE evenredig (11 V.)

Op 't 1. Dewyl nu ABD is gelijk DBC, zo is dan ook BEC gelyk BCE, en daarom BC gelijk BE (7 V.): BC dan gesteld in plaats van BE, in de bovenstaande proportie, men heeft dat evenredig zijn AD/ DC// AB/ BC, 't geen enz.

Op 't 2. Nu zijn AD/ DC// AB/ BC evenredig: maar de drie eerste van deze zijn de zelfde van de drie eerste hier boven, daarom is ook de laatste van deze gelijk de laatste van hier boven, dat is BC gelijk BE: dies is BEC gelijk BCE (7 V.) of ABD gelijk DBC. 't geen &c.

13 VOORSTEL.

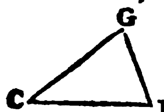
1. Indien twee Driehoeken gelykhoekig zyn: de zyden over de gelyke hoeken zyn evenredig. 2. en, zo van twee Driehoeken de zyden evenredig zyn: de hoeken over de gelykredige zyden zyn even wyd. *De 4 en 5 prop. 6 b. Eucl.*



Toepassing. Indien, van de Driehoeken ABCA en CEFC, de hoek ABC is gelyk de hoek CEF, ACB gelijk F, en A gelijk ECF: zo is AC tot CF, als AB tot CE, en, als BC tot EF, dat is, de zyden evenredig die over gelyke hoeken ſtaan. en, zo AC tot CF is, als AB tot CE, en als BC tot EF; zo is ABC zo wyd als CEF, ACB als F, en A als ECF; dat is de hoeken evenwyd die over gelijkredige zijden ſtaan.

't Bewys. Laat ACF wezen een rechte lijn, en AB FE, verlengt zynde, te zamen komen in D.

Op 't 1. Dewijl A is gelyk ECF, daarom is AD evenwydig aan CE; en, om dat F is gelijk ACB, daarom is FD evenwydig aan CB: of CBDEC is een Raam, en by gevolg BD gelyk CE, en DE gelijk BC (9 V.). dewyl dan CB evenwijdig is aan FD, zo is (11 V.) AC tot CF, als AB tot BD, of tot CE en om dat CE evenwijdig is aan AD, zo is (11 V.) AC tot CF, als DE, of BC tot EF. AC is dan tot CF, als AB tot CE, en als BC tot EF, 't geen te bewijzen was.



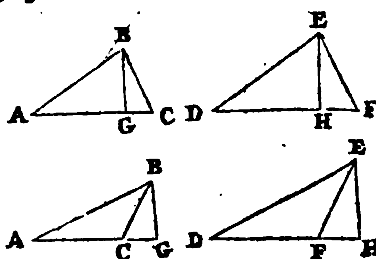
Laat CGFC gelykhoekig wezen aan ABCA; C gelyk A en F gelyk ACB, waar door G is gelyk ABC; en laat CF hier zo lang wezen als CF hier boven:

Op 't 2. AC/ CF// AB/ CG zijn evenredig na 't 1 lit.
maar AC/ CF// AB/ CE zijn ook evenredig na 't gegeve:
zo is dan CG gelijk CE, om dat, in beyde, de drie eerſte gelijk zyn.
ook zijn AC/ CF// BC/ GF evenredig na 't 1 lit.
maar AC/ CF// BC/ EF zijn ook evenredig na 't gegeve:

Dies

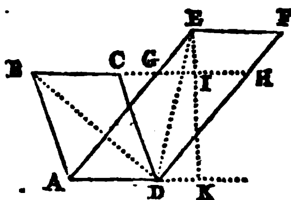
Dies is GF gelijk EF, om dat in beyde de drie eerste gelyk zyn. Zo is dan CG gelijk CE, GF gelijk EF, en CF hier gelyk CF in de eerste: dies is CGFC gelykhoekig aan CEFC (8 V.) maar CGFC is ook gelykhoekig aan ABCA volgens het ondersteldc, daarom is CEFC ook gelykhoekig aan ABCA (1 *kund.*) ABC zo wyd als CEF, ACB als F, en A als ECF, 't geen enz.

GEVOLG. *Als twee Driehoeken gelijkhoekig zijn: zo zijn de lijnen, getogen uyt de gelijke hoeken, rechthoekig op de overstaande zijden, of op haare verlengdens, evenredig met de zijden waar op ze vallen, en ook met haare stukken weerzijts tot aan de hoek, of ook met de andere zijden over gelijke hoeken staande.*



Dit is een gevolg van 't 1 lit. want: BG EH, Lootlijnen zijnde uyt de gelijke hoeken ABC DEF, van de gelijkhoekige Driehoeken ABCA DEFD, waar van A is gelyk D, en C gelijk F: zo zijn de Driehoeken ABGA DEHD, ook CBGC FEHF gelijkhoekig, om dat ze in G en in H yder een rechte hoek hebben, en daarom is BG tot EH, als AB tot DE, en als BC tot EF; ook, als AG tot DH, en als CG tot FH, en daarom ook als AC tot DF, na 't 13 Beginsel.

BYVOEGSEL. *De Ramen, en ook de Driehoeken die gelijk van grond zijn, en ongelijk van hoogte: zijn evenredig met haare hoogte.*



Dat is: de Ramen AC AF, en ook de Driehoeken ABDA AEDA, gelijk van grond, zyn evenredig als KI tot KE haare hoogte, aanmerkende EK voor een rechthoekige op de verlengde grond AD, en BCI voor een rechte.

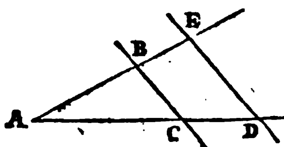
Want: de Raam AH is gelijk de Raam AC (1 *lit.* 10 V.) maar de Raam AH is tot de Raam AF, als AG tot AE (2 *lit.* 10 V.) of, als KI tot KE, om reden dat AG/ GE// KI; IE

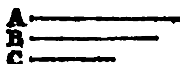
G even-

evenredig zyn (1 *lit.* 11 V.) daarom ook AG/ AE// KI/ KE (2 *lit.* 14 *Beg.*): zo is dan ook de Raam AC tot de Raam AF, of de △ ABDA tot de △ AEDA, als de hoogte van de eerste KI tot de hoogte van de tweede KE.

LEERING.

Drie lynen A, B, C *gegeven zynde: een vierde evenredige te vinden.*

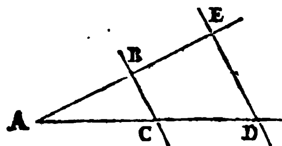




't Werk. Haalt twee verknochte lynen AD AE na believen, en neemt daar in AC gelyk A, AB gelyk B, en CD gelyk C; en trekt CB, en daar aan evenwydig DE: zo is BE een vierde evenredige tot A, B, C. na 't 1 lit van 't 11 Voorstel.

Had men de lengte van de lyn C genomen van A af na C toe, zo zou van A na B toe ook geweest hebben de vierde evenredige: of had AD geweest gelyk de lyn C, zo zou AE wezen de vierde evenredige, na 't 1 lit. van dit Voorstel, om dat ABCA AEDA gelykhoekige Driehoeken zyn.

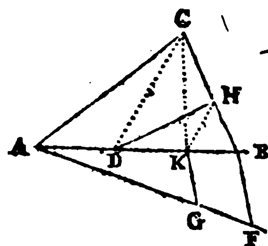
Twee lynen A *en* B *gegeven zynde: een darde evenredige te vinden.*





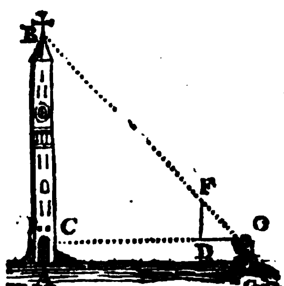
't Werk. Haalt twee verknochte lynen AD AE, en neemt daar in AC gelyk A, AB gelyk B, ook CD gelyk B: haalt CB, en daar aan evenwydig DE: zo is BE een darde evenredige tot A en B: of, A, B, BE zyn gedurig evenredig.

Een gegeve Driehoek ABCA *te deelen in een gegeve reden uyt een gegeve punt* D, *zynde in een van de zyden*, als hier in AB.



Genomen de deeling moeste geschieden na reden van AG tot GF, zo trekt GK evenwydig aan BF; en dan CK. nu is de △ ACBA uyt C gedeelt, door de lyn CK, in de gegeve reden. vorders. trekt CD, en uyt K de rechte KH, evenwydig aan CD; dan DH. deze DH deelt ACBA na behoren, om dat KCHK is gelyk KDHK, en by gevolg DHBD gelyk KCBK.

Indien



Indien OG, of CA is 5 voeten; OC, of GA 144 voeten; en dat OD is 72 zodanige gelyke delen waar van dat DF, rechthoekig op DO staande, 100 delen lang is: Vrage na de hoogte van de Toorn AB? antwoord 205 Voeten.

Dewyl de Driehoeken ODF OCB gelykhoekig zyn, om dat ze in O een hoek gemeen hebben, en in D en in C yder een rechte, daarom zyn evenredig, na 't 1 lit van dit Voorstel, OD/ OC// DF/ CB: daarom zegt, OD 72 deelen, geeft OC 144 voeten, wat DF 100 deelen? komt CB 200 voeten; hier by CA 5 voeten, men heeft 205 voeten voor AB, de hoogte van de Toorn.

14 VOORSTEL.

1. Als twee Driehoeken een hoek gelyk hebben, en de zyden om deze gelyke hoek evenredig zyn: zo zynze gelykhoekig, en de gelyke hoeken staan over de evenredige zyden.

2. En, zo de zyden om een andere hoek, als de gelyke, evenredig zyn: zo zynze ook gelykhoekig, mits dat de overige hoeken beyde scherp of Bot zyn *De 6 en 7 Prop. 6 b. Eucl.*



Toepassing. Indien A is gelyk D, en dat AC tot DF is, als AB tot DE, de zyden om de gelyke hoeken: zo is ABCA gelykhoekig aan DEFD; B gelyk DEF, en C gelyk F, de hoeken over de gelykredige zyden. en, zo AB tot DE is, als BC tot EF, de zyden om een andere hoek als de gelyke A en D: zo is ABCA mede gelykhoekig aan DEFD, mits dat de overige hoeken C en F beyde scherp of bot zyn.

't Bewys. Is DEF gelyk B, zo zynze gelykhoekig, om dat D gelyk A is na 't gegeve: maar is DEF niet gelyk B, zo laat DEG gelyk B wezen, zo is DGE gelyk C; of de Driehoeken ABCA DEGD zyn gelykkoekig.

Op 't 1. Nu zyn AB / DE // AC / DF evenredig na 't gegeve.
ook zyn AB / DE // AC / DG evenredig na 't 13 V.
dies is DF gelyk DG, om dat in beyde de drie eerste een zelfde zyn. zo valt dan G in F, en EG langs EF; of DEFD en DEGD zyn een zelfde Driehoek: maar de laatste DEGD is gelykhoekig met ABCA, daarom ook de eerste DEFD. 't geen enz.

Op 't 2. Nu zyn AB / DE // BC / EF evenredig na 't gegeve.
ook zyn AB / DE // BC / EG evenredig na 't 13 V.
dies is EF gelyk EG, om dat in beyde de drie eerste een zelfde zyn. en daarom EGF gelyk F (7 V.) Is dan C scherp, zo is F mede scherp na 't gegeve, en daarom ook EGF scherp; dies is EGD bot, die gelyk aan C is, welke scherp genomen is, dat onmogelyk is. Is C bot, zo is F mede Bot, en ook EGF bot, daarom EGD scherp, die gelyk C een botte is, dat mede onmogelyk is: zo kan geen andere hoek als DEF aan B gelyk wezen: zo zyn die dan gelyk, en daarom F gelyk C, over de gelykredige zyden AB DE staande, en de Driehoeken ABCA DEFD zyn gelykhoekig, 't geen enz.

GEVOLG. *Indien twee Driehoeken twee zyden, en een hoek over een van deze zyden, gelyk hebben: zo zyn de overige hoeken en zyden mede gelyk, en de Driehoeken zyn even groot, indien de hoeken over de andere zyden zyn beyde scherp of bot.*

Dit is een gevolg van het 2 lit van dit Voorstel: want, is DE gelyk AB, zo volgt uyt de evenredigheit van AB / DE // BC / EF, dat ook EF zal wezen gelyk BC. en om dat ABCA DEFD gelykhoekig zyn, gelyk hier boven is aangewezen, zo volgt dat DF ook is gelyk AC, en de Driehoeken even groot.

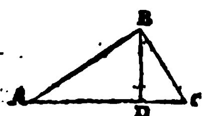
Wy hadden dit Voorstel hier voor in 't begin al een plaats gegeven: maar gedenkende dat het Euclides niet en heeft, en dat het weynig of niet voorvalt, zo hebben wy het zelve ul. liever hier als een gevolg willen voordragen, om dat dit minder omslag geeft.

15. VOORSTEL.

Indien, uyt de rechte hoek van een Rechthoekigen Driehoek, een lyn getogen werd rechthoekig op zyn overstaande zyde: 1. zo

deelt

deelt hy de Driehoek in twee andere Driehoeken, die yder gelykhoekig aan de heele, en ook aan elkander zyn (8 *Prop.* 6 *b.*) 2. en de getogene is midden evenredig tusschen de deelen van de grond: en, yder zyde om de rechte hoek is midden evenredig tusschen de grond en zyn deel tusschen de getogene en deze zyde begrepen.



Toepassing. Indien, van de Driehoek ABCA, de hoek ABC recht is, en dat BD een rechthoekige is op AC: zo zyn de △en ABDA CBDC elk gelykhoekig aan de heele ABCA, en ook aan elkander: en, BD is midden evenredig tusschen AD en DC; AB tusschen AC en AD; en BC tusschen CA en CD: of, AD: DB: DC, ook AC: AB: AD, mede CA: CB: CD zyn gedurig evenredig.

't Bewys. Op 't 1. De Driehoeken ABDA en ABCA hebben een hoek in A gemeen; en ook yder een rechte hoek ADB en ABC, en daarom zynze gelykhoekig, om dat dan de darde van de eerste ABD is gelyk C de darde van de tweede, en alzo blykt dat ABDA gelykhoekig is aan ABCA. op de zelve wyze blykt mede dat CBDC gelykhoekig is aan CBAC (om dat C gemeen is, en om dat CDB CBA yder recht is) en by gevolg is ABDA gelykhoekig aan CBDC.

Op 't 2. Dewyl, na 't 1 lit, de Driehoeken ABDA CBDC gelykhoekig zyn, zo is (13 V.) AD over de hoek ABD, tot BD over de hoek C, welke hoeken evenwyd zyn, als dezelve BD over de hoek A, tot DC over de hoek CBD, welke hoeken mede gelyk zyn: en alzo blykt dat AD: BD: DC gedurig evenredig zyn. zo ook; AC over ABC, tot AB over ADB, als AB over C, tot AD over ABD: ook, AC over ABC, tot BC over CDB, als BC over A, tot CD over CBD. en alzo blykt dat AC: AB: AD, ook AC: BC: CD mede gedurig evenredig zyn, 't geen enz.

Nota. men ziet *dat de hoeken op de grond gelyk zyn aan de overkantze hoeken in de Top.* A gelyk CBD, en C gelyk ABD.

LEERING.

Men heeft afgemeten BE, die recht-hoekig op AB staat, lang te wezen 500 roeden, en EC, die zodanig op BE staat, 200 roeden: in C gekomen zynde, zo bevind men dat de hoek ACB recht is: vrage na de afstand van de Torens A en B? antwoord 1450 roeden.

Had men BC bevonden 500 roeden lang te wezen, en CE, of BD als voren 200 roeden: hoe verre zouden de Torens alsdan van elkander af wezen? antwoord 1250 roeden.

16. VOORSTEL.

1. Indien twee Ramen, en ook twee Driehoeken, een hoek gelyk hebben: zo zynze evenredig met de Rechthoeken van de zyden om deze hoek. 2. en als zodanige Ramen, en ook zodanige Driehoeken even groot zyn: zo zyn de zyden om deze hoek weerkerig evenredig. 3. en, als de zyden om de gelyke hoek weerkerig evenredig zyn: zo zyn de Ramen, en ook de Driehoeken evengroot. *De 14. 15. 23. Prop. 6 b. Eucl.*

Toepassing. Indien BF DH twee rechte lynen zyn, die elkander snyden in A; en dat AC AG Ramen zyn, en ADBA AFHA Driehoeken; zo hebben deze beyde soorten een hoek in A gelyk: en, de Raam AC is tot de Raam AG, of, de △ ADBA is tot de △ AFHA, als de rechthoek van AB met AD (of de ▭ BAD) tot de rechthoek van AF met AH (of de ▭ FAH) de zyden om de gelyke hoek A. en zo deze Ramen, en ook de Driehoeken even groot zyn: zo zyn de zyden van deze, om de gelyke hoek, weerkerig evenredig, dat is, BA tot FA, als HA tot DA. en zo BA / FA // HA / DA evenredig zyn: zo zyn de voornoemde Ramen, en ook de Driehoeken even groot.

't Be-

't Bewys. Laten CD en GF, verlengt zynde, te zamen komen in E, zo is AE een Raam, om dat DE evenwydig is aan AF, en EF aan DA.

Op 't 1. Raam AC / Raam AE // AB / AF } evenredig na 't
Raam AE / Raam AG // AD / AH } 10 Voorstel.

in beyde deze proportien uytgedaan de Raam AE, en de onderstaande vermenigvuldigt, komt na 't 16 beginsel dat evenredig zyn.

Raam AC / Raam AG // ▭ BAD / ▭ FAH. 't geen enz.

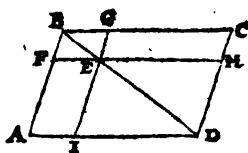
Op 't 2. Nu is de Raam AC zo groot als de Raam AG, en daarom, in de laatste proportie, ook de ▭ BAD zo groot als de ▭ FAH; dies zyn de zyden van deze rechthoeken, of van de voornoemde Raamen weerkerig evenredig, na 't 9 beginsel, dat is, BA tot FA, als HA tot DA, 't geen enz.

Op 't 3. Nu zyn BA / FA // HA / DA evenredig, en daarom, na 't 8 beginsel, de Rechthoek van deze twee uytterste als de Rechthoek van deze twee middelste, dat is de ▭ BAD zo groot als de ▭ FAH, en derhalven is, in de voornoemde eerste proportie, ook de Raam AC zo groot als de Raam AG, 't geen enz.

Het gezeg van de Driehoeken blykt uyt het bewys op de Ramen.

17. VOORSTEL.

1. Indien, in een Raam, twee lynen getogen werden evenwydig aan de zyden van een Raam, die elkander in de hoeklyn snyden: zo deeltze de Raam in twee gehoeklynde, die beyde gelykformig zyn aan de Raam, en ook aan elkander; 2. en in twee vervultsels die even groot zyn. *De 24 Prop. 6 b., en 43 Prop. 1 b. Eucl.*



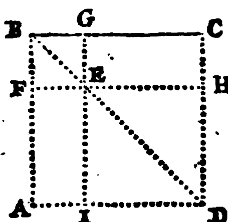
Toepassing. Indien AC een Raam is, waar in getogen zyn FH IG, evenwydig aan de zyden BC AB, elkander snydende in E, een punt van de hoeklyn BD: zo zyn de twee gehoeklynde IH FG beyde gelykformig aan de Raam AC, en daarom ook aan elkander; en de vervultsels IF HG zyn even groot.

't Bewys. op 't 1. Om dat FH evenwydig is aan BC, en IG aan

aan AB, na 't gegeve, daarom zyn IH en FG: beyde Ramen; en ze zyn beyde gelykhoekig aan de Raam AC: DIE en BFE zyn beyde gelyk A, en in D en in B hebben ze met AC een hoek gemeen; en om dat de hoeken over deze d'een aan d'ander dan mede gelyk zyn (9 V.) zo zyn ze beyde gelykhoekig aan de Raam AC. Voorts. om dat DI / IE // DA / AB evenredig zyn (13 V.) de zyden om de gelyke hoeken DIE en A; of DI / DH // DA / DC evenredig (dewyl DH gelijk IE, en DC gelyk AB is na 't 9 V.) de zyden om de gemeene hoek D; daarom is IH gelijkformig aan AC (57 bep.) zo bewijst men mede dat FG gelijkformig is aan AC; waar uyt volgt dat ook FG gelijkformig is aan IH (1 *kund.*)

Op 't 2. De Driehoek ADBA is zo groot als de Driehoek CB DC (1 gev. 9 V.) van beyde afgenomen de gelijke IDEI en HDEH; reſt AIEBA gelyk CHEBC; van deze nog afgetrokken de gelijke FEBF en GEBG, blyft IF gelijk HG, de vervultſels even groot.

1. GEVOLG. *Indien een Rechtelyn gedeelt is zo 't valt: zo is het Vierkant van de heele lyn zo groot als de Vierkanten van de deelen en tweemaal de rechthoek der deelen.* De 4 Prop. 2 b. Eucl.



Toepaſſing. Laat BC in G gedeelt wezen na believen: zo is het □ BC zo groot als □ BG + □GC + 2 ▭ BGC.

By + verſtaat *en.*

Dit blijkt uyt het bovenſtaande, om dat een Vierkant ook een Raam is. IH en FG zijn dan zo wel Vierkanten als AC. IH is het Vierkant van het eene deel GC, FG van het ander deel BG; en de Vervultſels IF HG zyn twee Rechthoeken zo lang als GC het eene deel, en zo breet als BG het ander deel.

Nota. Hier uyt blykt, *dat het Vierkant van het eene ſtuk zo groot is als het Vierkant van de heele lyn*, min *tweemaal de rechthoek der ſtukken*, *en nog* min *het Vierkant van het ander ſtuk.*

Dat is: 't □ GC gelijk 't □ BC *min* 2 ▭ BGC *min* 't □ BG.

2. GEVOLG. *Indien een lyn gedeelt is zo 't valt: zo is het Vierkant van de heele lyn zo groot als de Rechoeken van de heele lyn en alle zyne deelen.* De 2. Prop. 2 b. Eucl.

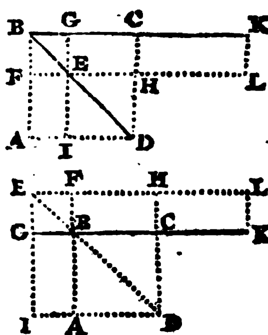
Dat

Dat is, □ BC gelijk ▭ BC, BG + ▭ BC, GC. AC is het vierkant van BC, en dit is zo groot als AG en als IC te zamen: AG is de Rechthoek BC, BG, en IC is de Rechthoek van BC, GC.

3. GEVOLG. *Indien een lyn in twêen gedeelt is zo 't valt: zo is de Rechthoek van de heele lyn en het eene Deel, zo groot als de Rechthoek van de deelen, en nog het Vierkant van dat eene Deel.* De 3 Prop. 2 b. Eucl.

Dat is: ▭ BC, BG gelijk ▭ BG, GC + □ BG: of, ▭ BC, GC gelijk ▭ BG, GC + □ GC. dat is, in de bovenstaande Figuur, FC gelijk EC + FG: of IC gelijk EC + IH.

4. GEVOLG. *Indien in een lyn, of in zyn verlengſel, een punt genomen werd na believen: zo is het Vierkant van het ſtuk begrepen tuſſchen dit punt en het midden van de lyn, zo groot als het Vierkant van de halve lyn,* min *zo het punt genomen is in de lyn, maar* en *zo het genomen is in zyn verlengſel, de Rechthoek der deelen begrepen tuſſchen dit punt en de eynden van de gegeve lyn.* De 5 en 6 Prop. 2 b. Eucl.



Toepaſſing. Laat BK een gegeve lyn wezen, daar van C het midden is. en G een punt genomen na believen; in BK als in de eerſte, en in zyn verlengſel als in de tweede Figuur: zo is het □ GC zo groot als 't □ BC ∓ ▭ BGK. — in de eerſte en + in de tweede Figuur.

't Bewys. IH is het □ van GC, het ſtuk tuſſen G en het midden C, en dit is zo groot als AC, het □ van BC de halve lyn, *min* in de 1e. en *en* de 2e. Figuur, de winkelhaak AGH, die zo groot is als de ▭ BGK, (dat is van GB en GK, de ſtukken tuſſchen G en de eynden van de gegeve lijn). of als de ▭ GL, om dat AG is gelijk CL.

Men ziet de waarheit van deze vier gevolgen zeer gemakkelyk door getallen: de heele lijn en zyn deelen aan getallen toeygenende.

LEERING.

Uyt het eerste gevolg is gevonden de manier om uyt een voorgegeve getal de Radix quadraat, of de Vierkante Wortel te trekken.

REGEL. *Om de Radix-quadraat, of de Vierkante wortel te trekken.* Haalt streepen op en neerwaarts, om de twee Cyfferletteren een, van achteren beginnende, dat is van de rechter naar de linker zyde, en noch twee andere deze kruyssende, onder het gegeve getal: dan stelt de Vierkante wortel uyt het voorste getal tusschen deze twee laatste strepen, en zyn Vierkant trekt van dit voorste afgesnedene getal af, en de rest stelt daar boven, even gelyk als in de divisio? dan verdubbelt deze wortel, en voegt het verdubbelde onder de laatste dwarslinie, beginnende aan de rechterhandt van de naastvolgende op en neerwaarts gaande lini: dan deelt het getal dat boven en voor deze staat door dit verdubbelde, en zet de uytkomst tusschen de twee naaste dwarsstrepen, aan de rechterhandt: deze divisio gedaan hebbende, zo trekt het Vierkant van dit laatst gevondene getal noch van het overblyvende af, beginnende van die Cyfferletter daar hy onderstaat, dan dubbeleert het heele gevondene getal tussen de twee dwarsstreepen staande, en stelt het onder aan, divideert, en de uytkomst stelt, en zyn vierkant substraheert als vooren, en dat tot den eynde toe; het getal tussen de twee dwarsstrepen staande is de begeerde Vierkante wortel, zo 'er niets overschiet: maar overschietende, en willende de wortel nader hebben, zo voegt 'er eenige paren van Nullen achter, en vervolgt de worteltrekking op de wyze als gezegt is: de getallen hier door vindende is de Teller van een Breuk wiens Noemer is 10 als 'er maar 2, 100 als 'er 4, 1000 als 'er 6 Nullen by gevoegt zyn, en zoo voort.

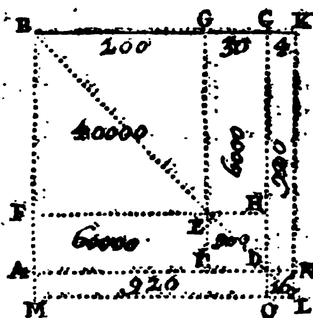
Toepassing. Om de Vierkante wortel uyt 54756 te trekken, zo haalt lynen op en neerwaarts, om de twee Cyfferletteren een, van achteren beginnende, en onder het gegeve getal twee dwarslynen, gelyk hier neven: dan zoekt de Vierkante wortel uyt de voorste 5, op 't naaste, die is 2: stelt deze 2 onder de 5, en zyn Vierkant, 4, trekt van 5 af, rest 1, die stelt boven de 5: verdubbelt dan deze uytkomst 2, komt 4, en stelt deze 4 onder de tweede dwarsstreep, aan de rechterhandt van de naaste opstaande lini, dat is onder de tweede Cyfferletter 4: zegt dan, hoe menigmaal deze 4 in 14, komt 3 maal: deze 3 stelt tusschen de dwarsstrepen onder de derde Letter, dat is onder de 7: dan 3 maal 4, dat is 12, afgetogen van 14, blyft 2; en noch 3 maal 3, dat is 9, van 27, rest 18. de gevondene 23 verdubbelt, komt 46; deze stelt onder de dwarsstrepen, beginnende

	1		
1	28	1	
5	47	56	*gegeve getal*
2	3	4	*Vierk. Wortel*
	4		
	4	6	

 als

als voren, gelyk hier neven te zien is: dan zegt hoe menigmaal 46 in 185, komt 4 maal; deze 4 zet tusschen de dwarsstrepen; en 4 maal 46, dat is 184, trekt af van 185, rest 1: dan 4 maal 4, dat is 16. afgetogen van 16 die 'er over bleef, rest 0. en om dat hier Nul overschiet, daarom is 234 de juyste Vierkante wortel uyt 54756, dat men probeert, multiplicerende 234 met 234, komt 54756: en zo in alle andere.

Om deze bewerking aan het eerste Gevolg toe te passen, zo moet men weten, dewyl hier drie Cyfferletters 2, 3, 4 zyn, dat het even eens is als of de lyn in drien gedeelt was: en dan heeft men drie Vierkanten, en twee maal 2 Rechthoeken; gelyk in 't nevenstaande, waar in BK in drien gedeelt is in G en en in C.



Aanmerkende dan BG voor de eerste Cyfferletter van 234 (wiens vierkant 54756 is, de inhoud van het Vierkant MK) dat is voor de 2, die eygentlyk 200 is, zo is FG gelyk 2 maal 2, of 40000, het eerste Vierkant dat men aftrekt van MK 54756, waar door men overhoud 14756, voor de haak FLG: dan verdubbelt men de uytkomst 2, om dat in deze haak twee Rechthoeken EA EC zyn, waar van haare lengte EF EG yder is 2, of 200: dan deelt men de twee voorste Cyffers van 14756, dat is 14 door 2 maal 2, dat is door 4, komt 3, of 30, voor de breete van deze Rechthoeken, dat is voor GC of FA: dan 3 maal 4, of 12, of 12000, de inhoud van deze 2 ▭en, afgetogen van 14756, rest 2756 voor de haak ALC en het □ IH: daarom, 3 maal 3, of 900, het □ IH, afgetogen van 2756, rest 1856 voor de haak ALC: deze heeft nog twee Rechthoeken DM DK, yder zo lang als BC 230; daarom 23 verdubbelt, komt 46, hier door 185 gedeelt, komt 4 voor de breete van yder van deze rechthoeken, dat is voor CK of AM: gemultipliceert, komt 184. of 1840 voor de 2 ▭en DK DM; afgetogen rest 1, of 16 met de afgelaten 6, voor het □ van CK, of van 4: daarom dit ook afgetrokken, zo verdwynt alles.

Dit meene wy dat genoeg zal wezen tot verklaring van deze bewerking.

Uyt 55225 is de Vierkante wortel 235: uyt 54289 is ze 233: uyt 763876 is ze 874: uyt 9801 is ze 99: uyt 12100 is ze 110; uyt 42025 is ze 205: uyt 10201 is ze 101: uyt 7000 is ze 83, en blyft over 111. en uyt 48 is ze ten naasten by 6, 928, of $6\frac{928}{1000}$. voegende achter de 48 *drie paren stullen*, waar door men heeft

 48000000,

48000000, en dan de wortel trekkende, men vind 6928. het overschot verwerpende.

Uyt $\frac{49}{81}$ is de Vierkante wortel $\frac{7}{9}$; *de wortel trekkende uyt de Teller en ook uyt de noemer*: uyt $\frac{4}{9}$ isze $\frac{2}{3}$: uyt $\frac{1}{9}$ isze $\frac{1}{3}$: uyt $\frac{529}{625}$: isze $\frac{23}{25}$: uyt $2\frac{1}{4}$, of uyt $\frac{9}{4}$ isze $\frac{3}{2}$, of $1\frac{1}{2}$: uyt $6\frac{1}{4}$ isze $2\frac{1}{2}$: en uyt $14\frac{1}{16}$ isze $3\frac{3}{4}$.

Wy zullen hier by voegen de uyttrekking van de Cubicq wortel uyt een gegeve getal, om dat het somtyts kan dienen. Als een lyn in tweën gedeelt is, en men noemt het eene deel x, en het ander y, waar door de heele lyn is $x+y$, zo is zyn Cubicq $x^3+3xxy+3xyy+y^3$: want $x+y$ met $x+y$ gemultipliceert, komt $xx+2xy+yy$, dit nog met $x+y$, komt als boven. men ziet dan, *is een lyn in tweën gedeelt*, *dat zyn Cubicq zo groot is als de Cubicq van het eene deel*, dat is x^3, *als de Cubicq van het ander deel*, dat is y^3, *als 3 maal het gemultipliceerde van het Vierkant van het eerste deel met het tweede*, dat is $3xxy$, *en nog 3 maal het eerste deel gemultipliceert met het Vierkant van het tweede*, dat is $3xyy$: daarom, in getallen; zo een lyn lang is 23, zo is het eerste deel 20 en het tweede 3: de Cubicq van 23 is dan zo groot als de Cubicq van 20, dat is 8000; als de Cubicq van 3, dat is 27; als 3 maal het vierkant van 20 gemultipliceert met 3, dat is 3600; en 3 maal 20 gemultipliceert met het Vierkant van 3, dat is 540: welke vier getallen te zamen doen 12167, de Cubicq van 23.

Om dan de Cubicq wortel uyt 12167 te trekken, zo haalt een streep waar door de drie achterste Cyfferletters afgesneden werden, gelyk hier nevens:

4	52
12	167
2	3

dan zoekt de Cubicq wortel uyt de voorste 12 op het naaste, die is 2, zyn Cubicq 8 trekt af van 12, rest 4. wy hebben dan nog 4167; het welk gelyk is aan $3xxy+3xyy+y^3$, om dat de x^3 al weg genomen is, dewyl de 2 gelyk x is: dan stelt 2 maal de 3, en de gevondene 2 onder de laatste, en zyn vierkant onder de eerste, en multipliceert de ondereenstaande,

	3	3	
xx :	4 —	2 :	x
$3xx$:	12	6 :	$3x$
y :	3 —	9 :	yy
$3xxy$:	36	54 :	$3xyy$

komt 6 en 12; de 6 is gelyk $3x$, en de 12 gelyk $3xx$: dan gezegt hoe menigmaal de 12 in 41 (een letter van de volgende by het overschot 4 voegende) komt 3 maal voor de y: deze 3 zet onder de 12, en zyn vierkant onder de 6, en multipliceert de ondereenstaande, men heeft 36 voor de $3xxy$, en 54 voor de $3xyy$, dan afgetogen 36 van 41, rest 5; en alzo behoud men nog 567 voor $3xyy+y^3$: nu 54 afgetrokken van 56 wederom een letter by het overschot 4 voegende, blyft 2; en alzo heeft nog 27 voor y^3: dan de Cubicq van 3, zynde 27 afgetrokken, welke y^3 is, rest 0: aanwyzende dat 23 de Cubicq wortel is uyt 12167. Op gelyke wyze vint men dat de Cubicq wortel uyt 13824 is 24: uyt 2197 is 13; en uyt 704969 is 89.

Maar moetende de Cubicq wortel trekken uyt 12812904, zo snyt 2 maal 3 Cyfferletteren af, gelyk hier neven: uyt de voorste 12 de Cubicq wortel, komt 2 en rest 4: dan met deze 2 gehandelt als voren, men heeft 12 en 6; en gezegt hoe menigmaal 12 in 48 komt 3 maal (geen 4 maal, om dat men dan te kort zoude komen) dan 3 maal 12, dat is 36 afgetrokken, rest 12; en 9 maal 6, dat is 54 afgetrokken van 121, blyft 67; dan nog 27, de Cubicq van 3, afgenomen van 672, rest 645: nu is 'er afgetrokken de Cubicq van 230, geeft men dit de naam van x, en het volgende getal 4 de naam van y, zo is 'er nog af te trekken $3xxy + 3xyy + y^3$: daarom met deze 23, die wy bekomen hebben, gedaan als hier boven met de 2, men heeft 69 en 1587: dan hoe menigmaal 1587 in 6459, komt 4: daarom 4 maal 1587, dat is 6348 afgetrokken van 6459, rest 111; dan 1104 van 1110, blyft 6; dan nog de Cubicq van deze 4, dat is 64, afgenomen, rest 0: dies is de Cubicq wortel uyt 12812904 de gevondene 234. op gelyke wyze vint men dat 246 de Cubicq wortel is uyt 14886936: uyt 12 isze te naasten by $2\frac{289}{1000}$, voegende 3 maal 3 nullen achter de 12, en trekkende uyt 12000000000 de Cubicq wortel, men vind 2289, het overschot verwerpende: uyt $\frac{27}{64}$ isze $\frac{3}{4}$: uyt $\frac{8}{343}$ isze $\frac{2}{7}$: en uyt $4\frac{17}{27}$, of uyt $\frac{125}{27}$, is ze $\frac{5}{3}$, of $1\frac{2}{3}$; trekkende de Cubicq wortel uyt de Teller en ook uyt de noemer.

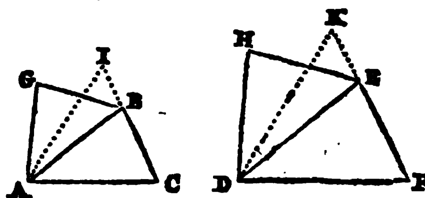
```
      1
   1|641 |
   4|275 |16
  12|812 |904
  --|--- |---
   2|  3 |  4

    3        3
  529 —     23
 ----      ---
 1587       69
    4 —     16
 ----      ----
 6348     1104
```

18. VOORSTEL.

1. De gelykhoekige Driehoeken. 2. en de gelykformige Figuren zyn evenredig met de Vierkanten van haare gelykstandige zyden. *De 19 en 20 Prop. 6 b. Eucl.*

Verstaat by gelijkstandige zijden *die geene welke tusschen gelijke hoeken in staan.*



Toepassing. Indien ABCA en DEFD gelijkhoekige Driehoeken zijn, en AGBCA en DHEFD gelijkformige Figuren, en dat AC en DF van hen gelijkstandige zijden zijn: zo zullen de voornoemde Drie-

Driehoeken, en ook de gezijde Vierhoeken tot elkander zijn als het Vierkant van AC tot het Vierkant van DF.

't Bewijs. op 't 1. Laat de rechte CBI zo lang genomen werden als CA, en FEK als FD; en gehaalt wezen AI DK: zo zijn evenredig, na 't 10 Voorstel,

ABCA / AICA // CB / CI, ook DEFD / DKFD // FE / FK:
maar CB is tot CA, of tot CI, als FE tot FD, of tot FK (13 V.)
daarom ook ABCA tot AICA, als DEFD tot DKFD (1 *kund.*)
of ABCA tot DEFD, als AICA tot DKFD (10 *beg.*)
maar AICA is tot DKFD, als de ▭ ACI, of 't □ AC, tot de ▭ DFK, of 't □ DF (16 V.); daarom ook ABCA tot DEFD, als 't □ AC tot 't □ FD (1 *kund.*) 't geen te bewijzen was.

Op 't 2. GAC is gelijk HDF (57 *bep.*) en BAC gelijk EDF, daarom GAB gelijk HDE; en, om dat G gelijk H is, daarom zijn de Driehoeken AGBA DHED gelijkhoekig, en by gevolg

AGBA tot DHED, als 't □ AB tot 't □ DE (1 *lit.*)
of, als 't □ AC tot 't □ DF (*gev.* 15 *beg.*)
of, als ABCA tot DEFD (1 *lit.*)

dies is (13 *beg.*) AGBA en ABCA te zamen tot DHED en DEFD te zamen; of de Vierhoek AGBCA tot de Vierhoek DHEFD, als ABCA tot DEFD, of als 't □ AC tot 't □ DF, het gezeg op de Vierhoeken, of op alle andere gelijkformige Veelhoeken, om dat het bewijs op een zelfde wyze kan geschieden door afdaling van een vijfhoek op een vierhoek, als het nu even gedaan is van een vierhoek op een driehoek,

Men kan het gezeg ook wel op een andere wijze bevestigen, zonder de Driehoeken ACIA DFKD te gebruyken.

Stelle ABCA ∞ *x* / en AC ∞ *a*
DEFD ∞ *y* / DF ∞ *b*
AGBA ∞ *z* / AB ∞ *c*
DHED ∞ *v* / DE ∞ *d*

Op 't 1. *a* / *b* // *c* / *d* zijn evenredig (13 V.) daarom *ad* ∞ *bc* (8 *beg.*)
en *aa* / *bb* // *cc* / *dd* (*gev.* 15 *beg.*).

x / *y* // *ac* / *bd* zijn evenredig (16 V.)
ad ∞ *bc*
———— verm.
x / *y* // *aadc* / *bbdc* evenredig (12 *beg.*)
dc ∞ *dc*
———— *gedeelt.*
x / *y* // *aa* / *bb* evenredig (12 *beg.*) 't geen enz.

Op

Op 't 2. aangewezen hebbende dat z gelijkhoekig is aan v / op de wijze als hier boven.

z / v // cc / dd (1 *lit.*) of

z / v // aa / bb (1 *kund.*)

ook is x / y // aa / bb hier even aangewezen

zo is dan z / v // x / y

of z + x / v + y // x / y (13 *beg.*) of // aa / bb, 't geen enz.

Nota. *Euclides stelt de overeenkoming der gelykformige Driehoeken en Veelhoeken te bestaan* in een tweevoudige reden als de reden van haare gelykstandige zyden: *welke proportie in 't eerst wat vremt voort komt, en om dat het in geen andere, als in deze, gebruykt werd, zo gaat het zeer licht uyt de Memory: wy hebben dan, om dat voor te komen, beter geacht de bovenstaande vergelyking op de Vierkanten te maken, die men bevind dat zeer wel te onthouden is, en die niet moeylyker valt om te bewyzen. En om deze met die van Euclides over een te brengen, zo moet men weten*, drie grootheden gedurig evenredig zynde, dat men zegt de eerste tot de darde tweemaal zo veel reden te hebben als de eerste tot de tweede; en, *om dat, van zodanige grootheden, ook* de eerste tot de darde is, als het Vierkant van de eerste tot het Vierkant van de tweede, *gelyk men lichtelyk kan proberen: want, zeggende* a *geeft* b, *wat* b? *komt* $\frac{bb}{a}$, *voor de darde evenredige tot* a *en* b: *of*, a: b: $\frac{bb}{a}$ *zyn gedurig evenredig*:

of, a *is tot* $\frac{bb}{a}$ *in een tweevoudige reden als* a *tot* b

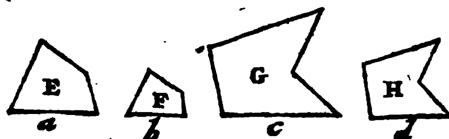
beyde met ——— a *vermenigvuldigt*.

of, aa *is tot* bb *in een tweevoudige reden als* a *tot* b. *waar uyt men ziet, dat de onze met die van Euclides nergens anders in verschilt, als dat wy zeggen*, als de Vierkanten van de eerste tot de tweede, *daar hy zegt*, als de eerste tot de darde.

GEVOLG. *De gelykformige Figuren zyn ook evenredig met de Vierkanten van alle lynen die in hen gelykstandig getogen werden.*

Dat is: ABCA tot DEFD, als het vierkant van de hangende uyt B op AC tot het Vierkant van de hangende uyt E op DF: of, AGBCA tot DHEFD, als het Vierkant van de hangende uyt G (of uyt B) op AC tot het Vierkant van de hangende uyt H (of uyt E) op DF: of met de Vierkanten van andere lynen die men in deze Figuren gelykstandig trekt: en de reden is, om dat deze gelykstandige evenredig zyn met de gelykstandige zyden van de voornoemde Figuren.

BYVOEGSEL. *Als vier lynen evenredig zyn: zo zyn de gelykformige Figuren op de eerste en tweede, als haare gelykstandige zyden, evenredig met de gelykformige Figuren op de darde en vierde, mede haare gelykstandige zyden zynde*, en omgekeert. *zo de gelykformige Figuren in deze order evenredig zyn: zo zyn ook haare gelykstandige zyden in die order evenredig*. De 22 Prop. 6 b. Eucl.

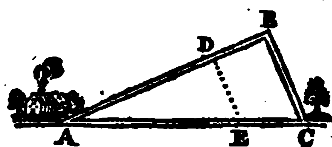


Indien *a* en *b* de gelykstandige zyden zyn van de gelykformige Figuren E en F, en dat *c* en *d* die zyn van de gelykformige Figuren G en H, en dat *a*/*b*//*c*, *d* evenredig zyn: zo zyn ook evenredig E/F// G/ H. en, zo E/ F// G/ H evenredig zyn: zo zyn *a*/*b*// *c*/ *d* mede evenredig.

't Bewys. op 't 1. E is tot F als *aa* tot *bb* na 't bovenstaande, of als *cc* tot *dd* (*gev.* 15 *beg.*) maar G is tot H mede als *cc* tot *dd*: zo is dan E tot F als G tot H. (1 *kund.*)

Op 't 2. E is tot F als *aa* tot *bb*, en G tot H als *cc* tot *dd*, beyde na 't bovenstaande: maar de twee voorste van yder proportie zyn evenredig na 't gegeve, daarom ook de twee laatste, dat is *aa*/ *bb*// *cc*/ *dd* evenredig, en overzulx mede *a*/ *b*// *c*/ *d* (*gev.* 15 *beg.*)

LEERING.



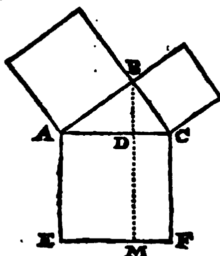
Het Land ABCA *is groot* 5 *mergen, of* 3000 *Vierkante roeden, waar van* AC *lang is* 120 *roeden: dit land begeert men te deelen in twee gelyke deelen, door een rechte sloot, wiens midden*, ED, *evenwydig loopt aan de zyde* BC: *Vrage hoe ver dat* E *van* A *moet afgenomen werden? antwoord* 84 *roeden*, 8 *voeten, en* 5 *duym*. rekenende, op de wyze der Landmeters, 10 voeten voor een roe, en 10 duymen voor een voet.

Dewyl de Driehoek ADEA gelykformig moet wezen aan de Driehoek ABCA, zal de sloot ED evenwydig lopen aan CB; en, om dat de eerste de helft van de laatste moet wezen, daarom moet ook het Vierkant van AE half zo groot wezen als het Vierkant van AC. en dewyl het Vierkant van AC is 14400, zo is het Vierkant van AE 7200: waar achter gevoegt vier nullen, komt 72000000: hier uyt de radix quadraat, men vind 8485; dat is 84 roeden, 8 voeten en 5 duym voor de lengte van A tot E.

19. VOOR-

19. VOORSTEL.

1. Van een rechthoekigen Driehoek, is het Vierkant van de zijde over de rechtehoek, zo groot als beyde de Vierkanten der twee andere zijden. 2. zo van een Driehoek het Vierkant van de eene zijde zo groot is als beyde de Vierkanten der twee andere zijden: zo is de hoek over die eene zijde recht. *De 47 en 48 Prop. 1 b. Eucl.*



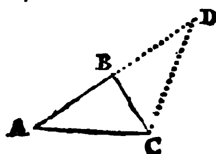
Toepassing. Indien, van de Driehoek ABCA, de hoek ABC recht is: zo is het Vierkant van AC zo groot als het Vierkant van AB en het Vierkant van BC te zamen. en, als het Vierkant van AC zo groot is als het Vierkant van AB en het Vierkant van BC te zamen: zo is ABC recht.

't Bewys. op 't 1. Laat BD een hangende wezen op AC, zo zyn (2 *lit.* 15 V.) gedurig evenredig AC: AB: AD,
ook AC: BC: CD.

En daarom (gev. 8 beg.) de ▭ AC, AD gelyk 't □ AB
ook, de ▭ AC, DC gelyk 't □ BC

Vergaart, komt 't □ AC gelyk 't □ AB en 't □ BC te zamen, om dat, na 't 2 gev. van 't 17 Voorstel, 't □ AC zo groot is als de ▭ AC, AD en de ▭ AC, DC te zamen.

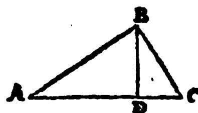
Men kan de waarheit ook na speuren uyt het geene aan de Driehoek ABCA is by gevoegt, AF voor een Vierkant aanmerkende, en BDM voor een rechte. DE is gelyk 't □ AB, en DF gelyk 't □ BC; en daarom 't □ AF, dat is het □ van AC zo groot als de Vierkanten van AB en van BC te zamen.



Op 't 2. Is ABC niet recht, zo laat CBD recht wezen, en BD zo lang zyn als BA, en gehaalt werden CD: zo is het □ CD gelyk het □ CB en 't □ BD (1 lit.) of, gelyk 't □ AB (om dat de Vierkanten gelyk zyn als de lynen gelyk zyn, en omgekeert) maar 't

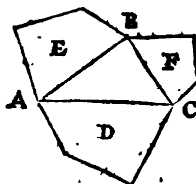
□ AC is ook gelyk 't □ CB en 't □ AB na 't gegeve: dies is 't □ CD gelyk 't □ CA, of CD gelyk CA; en daarom hebben de △en CBDC CBAC drie zyden gelyk, dies zyn ze ook gelykhoekig (8 V.) maar CBD is recht, daarom ook CBA, 't geen enz.

1. BYVOEGSEL. *Indien uyt de rechte hoek van een rechthoekigen Driehoek een perpendiculaar getrokken werd tot zyn overstaande zyde: zo is zyn Vierkant zo groot als de Rechthoek van de deelen van de grond, en het Vierkant van yder zyde om de rechtehoek is zo groot als de rechthoek van de grond en het stuk van de zelve begrepen tussen de Perpendiculaar en de genomene zyde.*



Dat is. Indien ABC recht is, en BD een Perp.
zo is 't □ BD gelyk de ▭ ADC
't □ AB gelyk de ▭ CAD
en 't □ CB gelyk de ▭ ACD
de twee laatste zyn hier even bevestigt, en het eerste blykt op de zelve wyze.

2. BYVOEGSEL. *Van de gelykformige Figuren, die op de zyden van een rechthoekigen Driehoek staan, als haare gelykstandige zyden: is de geene die op de zyde over de rechte hoek staat alleen zo groot als de twee andere te zamen* De 31 Prop. 6 b. Eucl.



Indien ABCA een Driehoek is recht in B, en dat D, E, F gelykformige Figuren zyn, wiens gelykstandige zyden zyn AC, AB, BC: zo is D alleen zo groot als E en F te zamen.

't Bewys. Na 't 18 Voorstel zyn evenredig.

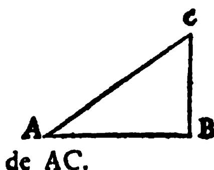
E / F // □ AB / □ BC
daarom E / E + F // □ AB / □ AB + □ BC (14 *b.g.*)
ook is E / D // □ AB / □ AC (18 V.)

maar, in deze twee laatste proportien, zyn de eerste en darde een zelfde; daarom ook E + F / □ AB + □ BC // D / □ AC: maar de tweede en vierde zyn gelyk na 't 1 lit van dit Voorstel, daarom ook de eerste en darde, dat is E + F gelyk D 't geen enz.

LEE-

LEERING.

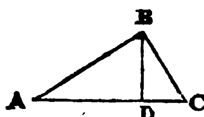
De twee zyden van een rechthoekigen Driehoek bekent zynde: de darde te vinden.



Van de nevenstaande Driehoek, recht in B, *is gegeven* AB 12, *en* BC 5: *te vinden* AC. Vergaart het Vierkant van AB 144, by het Vierkant van BC 25, komt 169 voor het Vierkant van AC. uyt deze 169 getrokken de Vierkante Wortel, komt 13 voor de zyde AC.

Gegeven zynde AC 13, *en* BC 5: *te vinden* AB. Trekt 25, het Vierkant van BC, van 169 het Vierkant van AC, rest 144 voor het Vierkant van AB, wiens Vierkante Wortel is 12 voor AB.

Gegeven zynde AC 629, AB 621; zo vint men 100 voor BC.

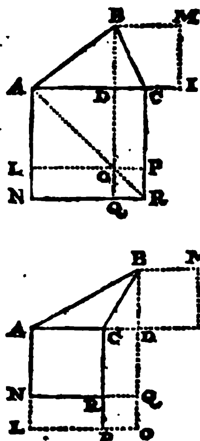


Van de nevenstaande Driehoek ABCA, *is de hoek* ABC *recht, en* BD *een hangende op* AC: *en is gegeven* AD 16 *en* DC 9: *Vrage na de lengte van* AB, BC, BD?

Vergaart AD 16 by DC 9, komt 25 voor AC: dit vermenigvuldigt met AD 16, komt 400 voor het Vierkant van AB; zyn Vierkante Wortel is 20 voor AB: op de zelfde wyze vint men 15 voor B.'. AD 16 gemultipliceert met DC 9, komt 144 voor het Vierkant van DB, wiens Vierkante Wortel is 12 voor DB.

20. VOORSTEL.

Van een Scheefhoekigen Driehoek, is het Vierkant van de zijde over de ſcheve hoek zo groot als de vierkanten der twee andere zijden, *min* zo de ſcheve hoek Scherp is, maar *en* zo ze Bot is, tweemaal de Rechthoek zo lang als de grond en zo breet als het ſtuk van de grond, of van zijn verlengde, begrepen tuſſchen de ſcheve hoek en de Perpendiculaar uyt een hoek op deze grond, of op zijn verlengde, vallende. *De 12 en 13 Prop. 2 b. Eucl.*



Toepassing. Van de Driehoek ABCA is ACB, de schevehoek, Scherp in de eerste, en Bot in de tweede Figuur: BD is rechthoekig op AC, of op zyn verlengde: Ik zegge, dat het Vierkant van AB, de zyde over de schevehoek, zo groot is als het Vierkant van AC en het Vierkant van BC te zamen, *min* tweemaal de rechthoek van AC, CD, *in de* 1. *Fig*; maar *en* tweemaal de zelve rechthoek *in de* 2 *Fig*.

't Bewys.

1. Als ACB *Scherp* is.

□ AC gelyk □ AD *en* □ DC *en* 2 ▭ AD, DC (1 *gev.* 17 *V.*)
□ BC gelyk □ DB *en* □ DC (19 V.)

verg. ———————————————

komt □ AC *en* □ BC gelyk □ AB *en* 2 □ DC *en* 2 ▭ AD, DC
maar 2 □ DC *en* 2 ▭ AD, DC is gelyk 2 ▭ AC, DC (3 *gev.* 17 V.)
daarom □ AC *en* □ BC gelyk □ AB *en* 2 ▭ AC, DC
of □ AC *en* □ BC *min* 2 ▭ AC, DC gelyk □ AB, 't geen enz.

2. als ACB *Bot* is.

□ AC *en* □ DC *en* 2 ▭ AC, DC gelyk □ AD (1 *gev.* 17 V.)
□ DB gelyk □ DB

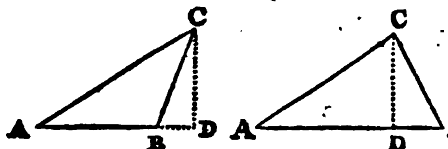
verg. ———————————————

komt □ AC *en* □ BC *en* 2 ▭ AC, DC gelyk □ AB, 't geen enz.

Het gezeyde kan men ook bemerken uyt de Vierkanten aan de Driehoek ABCA bygevoegt, in de eerste het □ QP tweemaal rekenende, daar in gedagtig wezende dat tweemaal de ▭ AC, DC is gelyk de haak LQC en nog het □ QP.

LEERING.

Van een Scheefhoekige Driehoek, de drie zyden in getallen gegeven zynde: de lengte van een Perpendiculaar te vinden, vallende uyt een van de hoeken op zyn overstaande zyde, of op zyn verlengde.



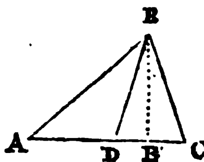
Gegeven zynde AC 15, BC 13, *en* AB 4 *in de eerste; maar* AB 14 *in de tweede Driehoek: Vrage na de lengte van de hangende* CD?

Op

Op de eerste Figuur ABC *bot zynde* 't Vierkant BC 169 en 't Vierkant AB 16 vergaart, komt 185: dit van 225, het Vierkant, AC, afgetrokken, rest 40 voor tweemaal, of zyn helft 20 voor eenmaal de rechthoek van AB, BD: daarom, deze 20 gedeelt door AB 4, komt 5 voor BD: dit Vierkant 25 afgetrokken van 169, het Vierkant BC, blyft 144 voor het Vierkant van DC, welkers Quadraat Wortel is 12 voor DC.

Op de tweede Figuur, daar in ABC *Scherp is.* 't Vierkant van BC 169 en 't Vierkant van AB 196, vergaart, komt 365: hier van getrokken 225 het Vierkant van AC, rest 140; zyn helft 70 is de rechthoek van AB, BD: daarom, deze 70 gedeelt door AB 14, komt 5 voor BD: dit Vierkant afgetrokken van het Vierkant van BC, en uyt de rest getrokken de Vierkante Wortel, men vind 12 voor de begeerde perpendiculaar CD.

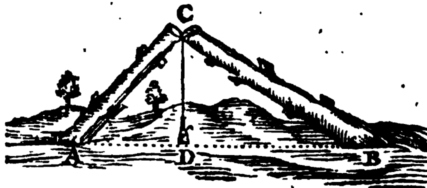
Gegeven zynde AC 1377, BC 675, *en* AB 1026 *in de eerste, en* AB 1404 *in de tweede Driehoek: Vrage na de perpendiculaar* CD? *antwoord* 648.



Van de nevenstaande Driehoek ABCA *is* AB 15, BC 13, AC 14, *en de hoek* ABD *zo wyd als de hoek* DBC: *Vrage na de lengte van* BD?

Dewyl, na het 12 Voorstel, AB is tot BC als AD tot DC, daarom, na 't 14 Beginsel, AB en BC te zamen tot AD en DC te zamen, als BC tot DC: dat is, 28 geeft 14, wat 13? komt $6\frac{1}{2}$ voor DC. om dat, van de Driehoek ABCA, bekent zyn de drie zyden, zo vint men daar door, op de wyze van hier boven, CE 5, en BE 12, aanmerkende BE voor een rechthoekige op AC: en derhalven is DE $1\frac{1}{2}$: door DE en BE vint men $146\frac{1}{4}$ voor het Vierkant van BD, of $\sqrt{146\frac{1}{4}}$ voor BD, de begeerde lyn.

Nota. Men zet $\sqrt{}$ voor een getal, of quantiteyt, als'er geen Vierkante Wortel uyt kan getrokken werden zonder dat 'er iets overblyft.

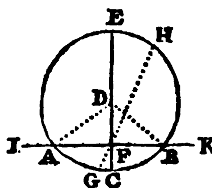


Twee afgekorte Boomen AC BC, *van elkander afstaande* 50 *Voeten, vallen na elkander toe zodanig dat de Toppen in* C *te zamen komen: Vrage hoe verre* C *van de grond af is, zo* AC *lang is* 30 *en* BC 40 *Voeten? antwoord* 24 *Voeten voor* CD.

Van het Rond.

21. VOORSTEL.

1. Zo de Middellijn rechthoekig gaat door een Pees: zo snijt hy de Pees in tweên gelijk. 2. snijt de middellijn de pees in tweên gelijk: zo gaat hy rechthoekig door de pees. 3. zo een lijn de pees in tweên gelijk en ook rechthoekig snijt: zo is die lijn de middelijn. *De 3 Prop. 3 b. Eucl.*



Toepassing. Indien EC, de middellyn, rechthoekig gaat door de pees AB: zo is AF gelyk FB. is AF gelyk FB: zo gaat EC rechthoekig door AB. en, gaat de lyn EC door het midden van AB en rechthoekig: zo is EC de middelyn.

't Bewys. Haalt uyt D, het middelpunt, DA DB, zo is DA gelyk DB, en daarom de hoek DBF gelyk de hoek DAF (7 V.)

Op 't 1. Dewyl nu AFD en BFD beyde recht zyn, en daarom gelyk, zo zyn de Driehoeken ADFA BDFB gelykhoekig, en om dat DA gelyk DB is, zo is AF gelyk FB (6 V.)

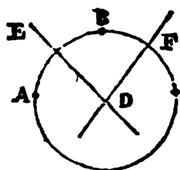
Op 't 2. Om dat nu AF gelyk FB is, zo hebben de driehoeken ADFA BDFB twee zyden gelyk, en een hoek A en B tusschen deze zyden, daarom is AFD gelyk BFD (5 V.) of yder van deze is recht.

Op 't 3. Is EC niet de middellyn, zo laat een ander GFH die wezen: zo is HFB recht na 't 2 lit: maar EFB is ook recht na de onderstelling: zo is dan HFB gelyk EFB tegens de 11 kund. zo is dan geen andere als EC de middelyn; of EC is de middellyn.

LEERING.

Gegeven zynde een Rond: zyn middelpunt te vinden.

'*t Werk*.



't Werk. Kieſt in zyn omtrek drie punten A, B, C na believen, en haalt twee *gelykaſſtandige* ED FD, een tuſſchen A en B. en een tuſſchen B en C; deze elkander ſnydende in D, zo is D het middelpunt.

De reden is, om dat FD de Pees AB ſnyt in tweën gelyk en rechthoekig: dies is deze de middellyn na 't 3 lit van dit Voorſtel: maar om dezelve reden is ook FD de middelyn: het middelpunt is dan in deze beyde: zo is het dan in haar gemeene punt D: of D is het middelpunt.

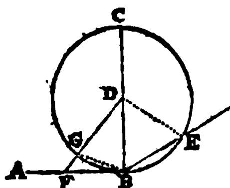
Hier uyt blykt, *hoe men om een gegeve Driehoek* ABCA *een kring zal beſchryven, zodanig dat zyn drie punten*, A, B, C *deze kring aanroeren.*

Ook blykt hier uyt, dat twee ronden elkander niet op drie plaatzen konnen ſnyden. De 1 Prop. 3 b. Eucl.

Want, kon zulx geſchieden in A, B, C, zo zou D haar beyder middelpunt wezen, en twee ronden, een middelpunt hebbende zouden elkander konnen ſnyden, dat aanloopt tegens de 32 Bep. of tegens de 5 des 3 Eucl.

22. VOORSTEL.

1. Indien een lijn op het eynde van de middellijn ſtaat rechthoekig: zo raakt hy het rond. 2. en zo hy het rond raakt: zo ſtaat hy rechthoekig op de middellijn. 3. en zo hy het rond raakt en ſtaat rechthoekig op een lijn: zo is die lijn de middellijn. ***De 16, 18, en 19 Prop. 3 b. Eucl.***



Toepaſſing. Indien CB de middellyn is, en ABC recht: zo raakt AB het rond in B. en raakt AB het rond in B, en is BC de middellyn: zo is ABC recht. en raakt AB het rond in B, en is ABC recht: zo is BC de middellyn.

't Bewys. op 't 1. Kon AB, verlengt zynde, het rond ſnyden in E, zo is DBE recht, om dat DBA recht is na het onderſtelde (D het middelpunt zynde, en getogen DE) en daarom ook DEB (7 V.) en alzo heeft een driehoek meer als twee rechte hoeken, tegen het 4 Voorſtel: zo kan dan

AB

AB verlengt zynde het rond niet snyden: zo raakt dan AB het rond.

Op 't 2. Raakt AB het rond in B, staande op de middellyn BC, en is dan ABC niet recht, zo laat hy scherp wezen, en laat DF rechthoekig op AB staan: dan is DFB wy'er als DBF, en daarom DB, of DG langer als DF (*Byv.* 7 V.) dat onmogelyk is: zo kan dan geen ander als de middellyn CB rechthoekig staan op AB wanneer deze het rond raakt: zo staat dan AB rechthoekig op de middellyn.

Op 't 3. Raakt AB het rond, en is ABC recht; en is dan BC niet de middellyn, zo laat een ander uyt B getogen, de middellyn wezen: deze getogene de middellyn zynde, bepaalt met AB een rechte hoek na 't 2 lit, maar zulx doet ook BC met AB na de onderstelling: zo vallen dan BC en de getogene op elkander, of zyn een zelfde lyn: dies is BC ook de middellyn.

Anders. *dit voorstel is een gevolg van het voorgaande, daar in zyn drie dingen aangemerkt,* EC *de middellyn, de hoek* AFE *recht, en* AF *gelyk,* FB; *en wy hebben gezien, zo men twee van deze drie vast stelt dat de darde daar uyt volgt, of liever, dat de darde in de twee andere ingesloten is. laat men dan* AB *nederdalen, evenwydig aan deze* AB, *zo blyft hy in de nederdaling de zelfde conditie behouden, ja zelfs tot zo lang dat* AB *is onmeetbaar kleen: in welk geval men mag zeggen dat de verlengde* AB, *dat is* IK *op het eynde van de middellyn rechthoekig staat en het rond raakt. nu, om reden boven verhaalt, twee van deze vast stellende zo volgt de darde: daarom, vast stellende, op het eynde van de middellyn te staan rechthoekig, zo volgt de raking, zynde het 1 lit van dit voorstel, stelt men hen op het eynde van de middellyn te staan en te raken, zo volgt dat hy op de middellyn rechthoekig staat, het 2 lit; en stelt men vast de raking, en rechthoekig op een lyn, zo volgt dat die lyn de middelyn is, wezende het 3 lit van dit voorstel.*

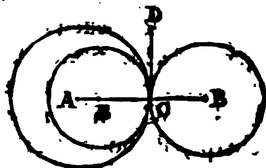
LEERING. Hier uyt blykt, *hoe men uyt een gegeve punt van een kring een lyn zal trekken, die de kring in dat gegeve punt raakt.*

Zo B dit punt is, zo zoekt de midstip D, in dien ze niet gegeven is, en haelt BD, en daarop rechthoekig BA: zo raakt AB het rond in het gegeve punt B.

LEE-

23. VOORSTEL.

Zo twee kringen elkander uyt of inwendig raken: de rechte lijn, of zijn verlengde, door haar beyder middelpunten gaande, gaat ook door het raakſel en raken elkander maar in een punt. *De 11, 12, en 13 Prop. 3 b. Eucl.*

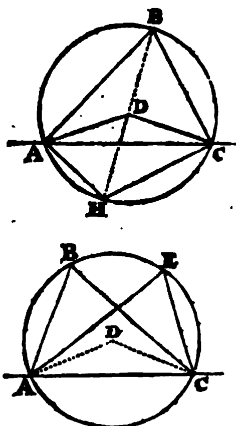


Toepaſſing. Indien de Kringen, wiens middelpunten A en B zyn, elkander raken in C: zo zal de rechte AB, of verlengt zynde, gaan door 't raakpunt C: en dit punt is maar een.

't Bewys. Laat CD de grooſte kring raken in C; zo raakt hy ook de kleenſte: en laat uyt C, rechthoekig door CD, getogen wezen een onbepaalde rechte: in deze zyn haar beyder middelpunten, om dat in deze oneyndige haare middellynen begrepen zyn (3 *lit.* 22 V.) zo gaat 'er dan een zelfde rechte door het raakpunt en haar beyde middelpunten: daarom gaat ook de rechte, die door haar beyde middelpunten getogen is door het raakpunt. Dat ze elkander maar in een punt konnen raken, blykt, om dat 'er maar een rechte door haar beyder middelpunten kan getrokken werden.

24. VOORSTEL.

1. Van een Rond is de hoek in de omtrek half zo groot als de hoek in het middelpunt die van hem af is, over een zelfde boog, of in een zelfde peeſdeel ſtaande. 2. de hoeken die in een zelfde peeſdeel ſtaan, of over een zelfde boog, zijn evengroot. 3. de hoeken in de tegen geſtelde peeſdelen zijn even aan twee rechte hoeken. 4. de hoek in een groot peesdeel is Scherp, in een kleen peeſdeel Bot, en die in een half rond is Recht. *De 20, 21, 22, 31 Prop. 3 b. Eucl.*



Toepassing. Indien D het middelpunt is 1. zo is de hoek in den Omtrek, als ABC, half zo groot als ADC, de hoek in het middelpunt, beyde na beneden, staande over een zelfde boog AHC, of in een zelfde peesdeel ACBA: of AHC is half zo groot als de uytwendige van ADC, beyde na boven, staande over een zelfde boog ABC. 2. de hoeken ABC AEC in een zelfde peesdeel ACEBA, of over een zelfde Boog AC staande, zyn even wyd. 3. de hoeken ABC en AHC, in de tegen gestelde peesdeelen ACBA ACHA, zyn te zamen even aan twee rechte hoeken. 4. de hoek ABC, in het groot peesdeel ACBA is scherp, de hoek AHC, in het kleen peesdeel ACHA is bot, en de hoek in een half rond is recht.

't Bewys. op 't 1. Laat BDH een deurgaande rechte wezen, en getrokken zyn AD CD. Om dat AD is gelyk DB, daarom is DBA gelyk DAB (7 V.) en, dewyl ADH zo groot is als DBA en DAB te zamen (4 V.) daarom is DBA half zo groot als ADH: zo ook: om dat DC is gelyk DB, daarom is DBC gelyk DCB; en CDH is zo groot als deze twee, over zulx is DBC half zo groot als CDH: derhalven is ABC half zo groot als ADC. op gelyke wyze blykt dat AHD half zo groot is als ADB, en CHD half zo groot als CDB; daarom is AHC half zo groot als de uytwendige van ADC die van H af is, beyde na boven.

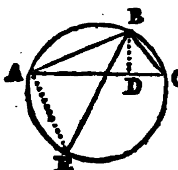
Op 't 2. ABC is half zo groot als ADC, maar AEC is ook half zo groot als ADC: dies is ABC gelyk AEC.

Op 't 3. ABC is de helft van ADC, en AHC is de helft van de uytwendige van ADC: maar ADC en zyn uytwendige zyn even aan vier rechte hoeken; daarom ABC en AHC te zamen even aan twee rechte hoeken.

Op 't 4. ABC (staande in een groot peesdeel) is de helft van ADC die kleender is als twee rechte hoeken, daarom ABC ook kleender als een rechte hoek, of is scherp. AHC (staande in een kleen peesdeel) is de helft van ADC uytwendig, welke groter is als twee rechte hoeken, daarom AHC is ook groter als een rechte hoek, of is Bot. aanmerkende ADC voor een rechte lyn, zo is het peesdeel ADCBA een halfrond, en om dat ADC als dan is even aan twee rechte hoeken, zo is dan ABC, de hoek in een half rond, recht.

By-

BYVOEGSEL. *Van een Driehoek in een rond beschreven, is de middellyn tot de eene zyde van de Driehoek, als de andere zyde tot de perpendiculaar uyt de hoek van deze twee genomene zyden begrepen op de darde zyde vallende. of, de rechthoek van de twee zyden eens Driehoeks is zo groot als de rechthoek van de middellyn en de hangende uyt de hoek van deze zyden begrepen op de darde.*

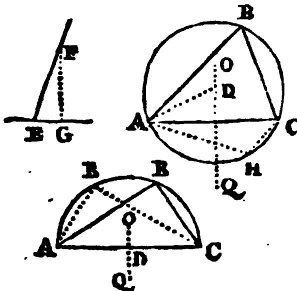


Toepassing. Indien ABCA een Driehoek is, in een rond in geschreven, wiens middellyn is BE, en dat BD een hangende is op AC: zo zyn BE / BC // BA / BD evenredig. of de ▭ EBD is zo groot als de ▭ ABC.

't Bewys. Getogen AE, zo zyn de △en ABEA DBCD gelyk hoekig, om dat AEB is gelyk ACB, staande over een zelfde boog AB, of in een zelfde peesdeel ABCEA, en EAB is gelyk CDB recht, om dat BEAB een half rond is, of BE de middellyn: dies is BE, over de rechte hoek BAE, tot BC, over de rechte hoek BDC, als BA over BEA; tot BD over BCD gelyk aan BEA, dat is BE / BC // BA / BD zyn evenredig: of de ▭ EBD is gelyk de ▭ ABC, 't geen enz.

LEERING.

Gegeven zynde een rechte lyn AC: *op de zelve een Boog te beschryven, waar in een hoek* ABC *kan staan even aan een gegeve hoek* FEG.

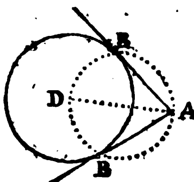


't Werk. Trekt tusschen A en C een gelyk afstandige QO; die snyt AC in tweën gelyk en rechthoekig, daarom is deze de middellyn van het rond waar van AC de pees is: dan trekt uyt F de perp. FG, en maakt CAD gelyk EFG, snydende QO in D: dan uyt D door A, of door C een kring; of Boog ABC, en gehaalt AB CB: zo is de hoek ABC zo wyd als de hoek FEG:

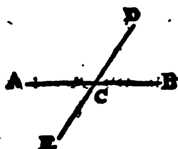
Want, ABC is gelyk ADQ, de helft van ADC, en ADQ is gelyk FEG, om dat DAC gelyk aan EFG gemaakt is.

Is de gegeve hoek recht, men heeft alleenlyk uyt D, het midden van AC, door A een Boog te halen op AC: en dewyl deze een halfrond is, zo is zyn ingeschreve hoek ABC recht.

Uyt een gegeve punt A, *buyten een gegeve kring, wiens middelpunt is* D, *een rechte* AB *te trekken, rakende deze kring in* B.

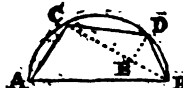


't Werk. Haalt AD, en maakt daar op een halve kring, snydende de gegeve kring in B, dan trekt AB: deze raakt de gegeve, om dat hy rechthoekig op BD de middellyn staat.



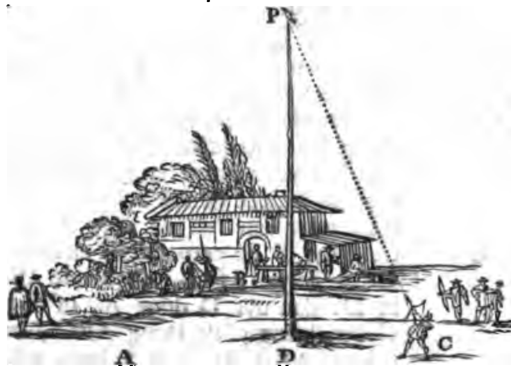
Gegeven zynde AB 429, BC 325, *en de middellyn* BE 845: *Vrage na* AC? *Antwoord* AC is 676.

Zegt, na 't Byvoegsel, BE 845: geeft AB 429, wat BC 325? komt BD 165: dit zyn Vierkant afgetrokken van het Vierkant van AB en ook van dat van BC, en uyt de resten getrokken de Vierkante wortel, men vind 396 voor AD, en 280 voor DC; dies is AC als boven.



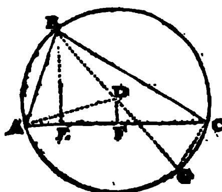
Van het halfrond ACDBA, *is gegeven de middellyn* AB 65, *de pees* BD 25, *en de pees* DC 39. *de pees* AC *te vinden.*

Trekt CB, en daar op rechthoekig DE: zo vint men op de wyze als hier even 15 voor DE: dan vint men BE en ook EC: dies heeft men BC; en, om dat ACB recht is, zo vint men 33 voor AC.



Een Waard heeft drie plaatsen A, B, C, *om uyt de zelve de Papegay* P *te schieten: afstaande* A *van* B 102, B *van* C 150, *en* C *van* A 168 *voeten: nu begeert hy de Paal* DP *te stellen, rechthoekig op de grond, en zodanig dat de Schutters, uyt yder plaats, even ver te schieten hebben; Vrage na de plaats van het punt* D?

Voor eerst moet men aanmerken dat D in het middelpunt van de kring moet wezen dat door de drie plaatsen A, B, C gaat, op dat DA, DB, DC, en by gevolg mede AP, BP, CP alle evenlang zyn. daarom, zoekt na voorgaande leering de Perpendiculaar BE; komt daar voor 90: dan zoekt de middellyn BG, na het boven-staande



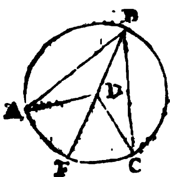
ſtaande omgekeert, men vind voor hen 170; zyn helft is 85 voor AD: door AD en AF (DF rechtkoekig op AC zynde) vint men 13 Voeten voor FD: waar door de plaats van het punt D openbaar is.

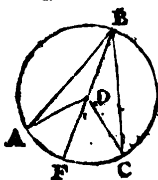
Van de zelve figuur is gegeven AC 112, *de Perp.* BE 96, *en de middellyn* BG 130: *Vrage na* AB en BC? *antwoord* AB *is* 104, en BC 120.

Door AF 56, en AD 65, vint men 33 voor DF; dit van BE 96, reſt 63 voor BH (getrokken uyt D, op BE, een Perp. DH) door deze BH en BD 65, vint men 16 voor DH, of FE; dit van en by 56, de helft van AC, komt 40 voor AE en 72 voor EC: door deze twee, en door BE, vint men 104 voor AB, en 120 voor BC.

25. VOORSTEL.

1. **Zo in een zelfde Rond, of in gelyke Ronden, de hoeken in het Middelpunt, of in de Omtrek gelyk zyn: zo zyn de Bogen waar op zy ſtaan mede gelyk. 2. zyn de Bogen gelyk: zo zyn de hoeken over deze Bogen in het middelpunt, en ook in den Omtrek mede gelyk. 3. zyn de Bogen ongelyk: de hoeken in het middelpunt, en ook die in den Omtrek zyn evenredig met de Bogen waar op zy ſtaan.** *De 26 en 27 Prop. 3 boek, en 33 Prop. 6 b. Eucl.*

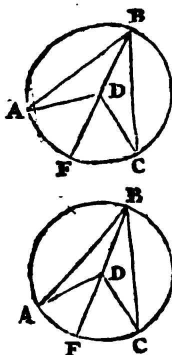




Toepaſſing. Is de hoek ADF gelyk de hoek FDC, beyde in 't centrum D; of de hoek ABF gelyk de hoek FBC, beyde in den Omtrek: zo is de Boog AF gelyk aan de Boog FC. en, is de Boog AF gelyk aan de Boog FC: zo is de hoek ADF gelyk de hoek FDC, ook de hoek ABF gelyk de hoek FBC. maar zyn de voornoemde hoeken of Bogen ongelyk: zo is de hoek ADF tot de hoek FDC; of, de hoek ABF tot de hoek FBC, als de Boog AF tot de Boog FC.

't Bewys. op 't 1. Dewyl ADF is gelyk FDC, zo zal, FDA omgedrayt zynde om FD als Spil, AD komen te vallen op DC, en A op C (3 beg.)

 en



en daarom zal de Boog. FA vallen op de Boog FC: want, kon 't wezen dat de Boog FA buyten of binnen de Boog FC viel, zo zou de rechte uyt D tot een punt van deze getogen ongelyk wezen aan DC, of langer of korter, dat niet zal konnen geschieden, om dat alle de lynen uyt D tot de Boog AF, zo lang moeten wezen als alle de lynen van D tot de Boog FC (32 bep.) dies is de Boog AF zo groot als de Boog FC (3 *beg.*) als de hoek ADF zo wyd is als de hoek FDC, of de hoek ABF, zo wyd als de hoek FBC.

Op 't 2. Dewyl nu de Boog FA is als de Boog FC, zo zal, FDA om FD als spil drayende, A komen te vallen in C, dewyl alle de punten van de Boog FA zullen moeten vallen op alle de punten van de Boog FC, om dat alle de lynen uyt D tot enz. als boven gezegt is. dewyl dan A valt op C, zo valt ook AD op CD, (3 *beg.*) en daarom ADF zo wyd als FDC, of ABF als FBC, (2 *beg.*) 't geen &c.

Op 't 3. Om dat gelyke bogen gelyke hoeken bepalen in het centrum, en ook in den omtrek (2 *lit*), daarom zyn deze hoeken evenredig met de Bogen waar over zy staan, volgens het 7 beginsel.

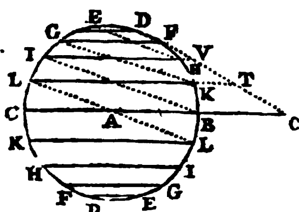
GEVOLG. *Zo in een zelfde Rond, of in gelyke ronden; de Peesen gelyk zyn: de bogen zyn mede gelyk. en, zyn de bogen gelyk: de Peesen zyn mede gelyk.* De 28 en 29 Prop. 3 b. Eucl.

Dit blykt uyt het bovenstaande. Is de hoek ADF gelyk de hoek FDC, zo is de Pees AF gelyk de Pees FC na 't 5 Voorstel, en het is bewezen dat als dan de Boog AF zo groot is als de Boog FC. en, is de Boog AF gelyk de Boog FC, het is bewezen dat als dan de hoek ADF is als de hoek FDC, en daarom de Pees DF gelyk de Pees FC (5 V.)

BYVOEGSEL. *Indien men een kring verdeelt in eenige gelyke deelen, met vier op klimmende; en zo men dan lynen trekt tot deze punten, zodanig dat de getogene evenwydig zyn: zo zullen de overhantze peesen te zamen genomen zo lang zyn als alle de andere te zamen.*

zynde deelen 6: 10: 14: 18: 22, en zo voort,
zo zynde peesen 3: 5: 7: 9: 11, en zo voort.
zo is dan een van deze peesen de middellyn,

Laat



Laat de nevenstaande kring gedeelt wezen in 18 gelyke deelen, zulx dat daar in getogen zyn 9 peesen, als DE FG HI enz. de middelste BC is de middellyn: zo zal BC en 2 HI en 2 DE zo lang wezen als 2 KL en 2 FG.

't Bewys. Trekt DFO, ontmoetende de verlengde middellyn in O: verlengt de peesen IH LK tot dat ze DO ontmoeten in V en T. trekt mede LL IB GK EH: zo is L L gelyk BC, BI gelyk KL, KG gelyk HI, en HE gelyk FG.

Dewyl de hoeken LLK IBC GKL EHI alle gelyk zyn aan de hoek DFG (om dat ze over gelyke Boogen staan) of aan DOC, daarom zyn LA IB GH EH alle evenwydig aan DO; en om dat ze tussen evenwydige in staan, daarom is (9 V.) AL zo lang als OT, BI als OV, KG als TF, en HE als VD. LL is zo wel de middellyn als CB, en daarom is haare snyding A het middelpunt, of AL is de halve middellyn.

Zo is dan AL, of AC gelyk OT, ook BI, of KL gelyk OV
KG, of HI gelyk TF, ook HE, of FG gelyk VD
FD, of DE gelyk FD

Verg.

AC *en* HI *en* DE gelyk OD: ook KL *en* FG gelyk OD
dies is AC *en* HI *en* DE gelyk KL *en* FG

met 2 Verm.

komt BC *en* 2 HI *en* 2 DE gelyk 2 KL *en* 2 FG.

dat is, de overhantze peesen te zamen genomen even lang. Hoedanig het in deze Figuur bewezen is, zodanig bewyst men het mede in alle andere.

26 VOORSTEL.

Indien een rechte lyn het Rond raakt, en dat uyt het raakpunt een rechte getogen werd die het Rond snyt in twee peesdeelen: zo zyn de hoeken van deze snydende en rakende lyn begrepen even aan de hoeken in de overhantze peesdeelen. *De 32 prop. 3 b. Eucl.*

Toe-

Toepassing. Indien AB het rond raakt in C, en als CF het Rond snyd in de peesdeelen CFEC CFGC: zo is de hoek FCB even aan de hoek CEF, en de hoek ACF gelyk aan de hoek CGF.

't Bewys. Aanmerkt CE voor de middellyn, zo is CFE recht (24 V.) en daarom ECF en CEF te zamen recht (4 V.) maar ECF en FCB zyn te zamen mede recht (22 V.) van yder afgenomen ECF, rest CEF gelyk FCB (3 kund.) het eerste dat te bewyzen was. voorts. BCF en ACF zyn gelyk twee rechte hoeken (1 V.) maar CEF en CGF zyn ook gelyk twee rechte hoeken (24 V.) van de eerste afgenomen BCF en van de tweede CEF, die gelyk zyn (1 lit.) rest ACF gelyk CGF, het tweede dat te bewyzen was.

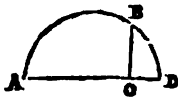
27 VOORSTEL.

Zo binnen het Rond twee lynen getogen werden, dewelke, of haare verlengdens, elkander snyden, of te zamen komen in een punt: zo zyn de deelen van deze lynen, begrepen tusschen dit punt en de Omtrek van het rond, weerkerig evenredig, en de rechthoeken van deze deelen zyn even groot. *De 35 en 36 prop. 3. b. Eucl.*

Toepassing. Zo de lynen AD BC, binnen het rond getogen zynde, elkander snyden, of haare verlengdens te zamen komen in O: zo zyn de deelen van deze lynen begrepen tusschen het punt O en de omtrek weerkerig evenredig; dat is AO tot BO, als CO tot DO: of de rechthoek van AO, OD is gelyk de rechthoek van BO, OC.

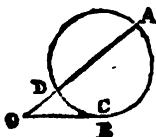
't Bewys. Trekt AC BD: zo zyn de driehoeken ACOA BDOB gelykhoekig, om dat AOC is gelyk BOD, en OAC gelyk OBD (24 V.) daarom AO tot BO, als CO tot DO (13. V.) of de rechthoek AO, OD gelyk de rechthoek BO, OC (8 beg.) 't geen enz.

1. GEVOLG. *Indien uyt de Omtrek van een half rond een lyn rechthoekig op de middellyn valt: zo is die midden evenredig tusschen de deelen van de middellyn: of, zyn vierkant is zo groot als de rechthoek van de stukken der middellyn.*



Dit blykt uyt het voorgaande en het 21 Voorstel. na dit laatste is OC gelyk OB, en daarom in de voorgaande proportie OB gestelt in plaats van OC, men heeft AO/ BO// BO / DO, evenredig: of BO midden evenredig tusschen AO en DO, of het □ BO gelyk de ▭ AOD.

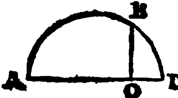
2. GEVOLG. *Indien uyt een punt buyten het Rond een lyn getogen werd die het rond raakt, en een ander die de omtrek tweemaal snyt: zo is de rakende lyn midden evenredig tusschen de deelen van de snydende lyn begrepen tusschen het punt en de Omtrek: of, het vierkant van de Raaklyn is zo groot als de rechthoek der voornoemde stukken.*

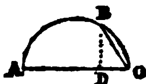


Dit blykt mede uyt het voorgaande: want, zo de punten B en C (2 fig.) by een komen, zo raakt OB het rond; en, om dat OC als dan is gelyk OB, zo blykt de waarheit van het gezeyde op die wyze als hier even is aangewezen.

LEERING.

Tusschen twee gegeve lynen een midden evenredige te vinden.



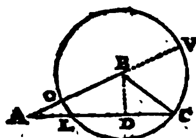


't Werk. Maakt AO gelyk de eene gegeve lyn, en OD gelyk de andere, en beschryft op AD een half rond; trekt dan OB rechthoekig op AD, stotende de omtrek in B: zo is OB een midden evenredige tusschen de twee gegeve lynen. of maakt op de grootste AO een half rond, en neemt in de middellyn OD de kleenste, trekt DB rechthoekig op AO, en dan BO: zo is BO de begeerde middenevenredige.

Een Vierkant te maken zo groot als een gegeve Rechthoek: of, als een gegeve Raam: of, als een gegeve Driehoek.

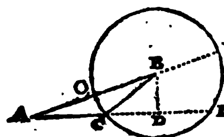
't Werk. Maakt AO gelyk de eene zyde van deze drie figuren, en OD gelyk de andere zyde is 't een Rechthoek: maar gelyk de hoogte op deze zyde is 't een Raam: en gelyk de halve hoogte op deze zyde is 't een Driehoek. dan vint OB als boven daar op beschreven een Vierkant; zo is dit Vierkant zo groot als de gegeve Rechthoek, Raam, of Driehoek.

Van een Driehoek, de drie zyden in getallen gegeven zynde: de perpendiculaar te vinden, anders als in de leering op het 20 Voorstel.



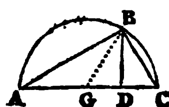
Gegeven zynde AB 20, BC 13, *en* AC 21 *in de eerste, maar* AC 11 *in de tweede figuur.*

Trekt uyt B als middelpunt, met BC als straal, een kring, snydende AB in O, en zyn verlengde in V, en AC, of, zyn verlengde, in L.



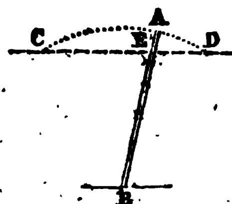
BC 13, van en by AB 20, komt 7 voor AO en 33 voor AV: deze 7 met 33 gemultipliceert, komt 231 voor de rechthoek OAV, of de rechthoek LAC, na dit Voorstel: daarom, deze 231 gedeelt door AC 21, *in de 1 fig.*, komt 11 voor AL; dit van AC 21, blyft 10 voor LC, de helft is 5 voor CD: *in de 2 fig.* 231 gedeelt door AC 11, komt 21 voor AL; hier af AC 11, rest 10 voor CL; de helft is 5 voor CD. door CD 5, en CB 13, vint men 12 voor BD, 't begeerde.

Had men uyt B als middelpunt, met de grootste BA als Straal, de kring getrokken, men zoude het eerste lit van dit voorstel hebben moeten gebruyken, gelyk wy nu het 2 lit gebruykt hebben, met de kleenste BC voor Straal te nemen: dat men kan onderzoeken.



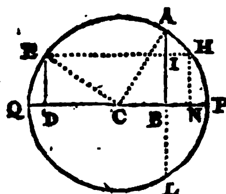
Van een Rechthoekigen Driehoek ABCA, *recht in* B, *is gegeven de Hypothenuza* AC 50, *de perpendiculaar op deze, als* BD 24: *de Beenen* AB BC *te vinden.*

Laat G het midden van AC wezen, en getogen zyn BG, die is half zo lang als AC. door BG 25 en BD 24, vint men DG 7: dies is AD 32 en DC 18: dan vint men door deze twee, en door BD, 40 voor AB, en 30 voor BC.



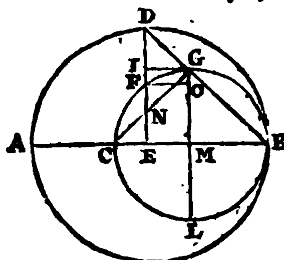
De stok AB *staat op de grond in het water: men vraagt na zyne lengte zonder hem uyt het water te halen.*

Meet af de lengte van E tot A die hy boven het water uytsteekt; genomen die is 1 voet. dan drayt hem zodanig dat A de boven vlakte van het water raakt; di in D vallende, zo moet af de lengte van D tot E; genomen die is 3 voet: dan staat hem om zo dat A wederom de bovenvlakte van het water raakt in C, mits dat D, E, en C staan in een rechte lini: zo men dan EC lang vind te wezen 5 voeten, zo vermenigvuldigt deze 5 met ED 3, komt 15, dit gedeelt door EA, komt 15; hier by AE 1, komt 16, de helft is 8 voeten voor de lengte van de stok AB.



Op de Middellyn QP zyn getrokken de perpendicularen ED AB: *en is gegeven* AB 20, ED 15, *en* DB 35: *te vinden de lengte van de Middellyn.*

Aanmerkt C voor de midstip; EH voor een evenwydige aan QP, en HN een zodanige aan AB: de rest als te zien is. Van 400, het □ AB: trekt af 225, het □ ED, of het □ IB, rest 175 voor de ▭ AI: IL, of de ▭ EI, IH, na dit voorstel: daarom, 175 gedeelt door 35, DB of EI, komt 5 voor IH of BN; hier by DB 35, komt 40 voor DN, wiens helft is 20 voor DC (21 V.) door deze en DE 15, vintmen 25 voor EC de halve middellyn; dies is de heelen middellyn 50.



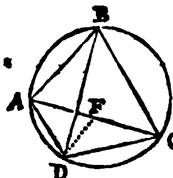
Gegeven zynde twee Ronden wiens middellynen zyn AB CB, *elkander rakende in* B: *uyt* E, *het Centrum van het grootste rond, is getrokken* ED *rechthoekig op* AB, *snydende het kleenste rond in* F. *gegeven zynde* AC 9, *en* FD 5: *te vinden* AB.

Trekt BD, snydende het kleenste rond in G; dan GC; dan GI rechthoekig op ED, GML zodanig door CB, en FO lootlynig op GL. Dewyl EB is gelyk ED, en DEB recht, daarom is MBG halfrecht, en overzulx is BG gelyk GC, en BM gelyk CM; en daarom M het middelpunt van het kleenste rond, of GL zyn middellyn. ook is DG gelyk GN, CE gelyk EN, en daarom ND gelyk CA: mede is DI gelyk IG, of gelyk FO; ook is DI gelyk IN.

Dewyl dan AC is 9, zo is ND ook 9, en DI of IG, of FO is 4½: welkers vierkant 20¼ is gelyk de rechthoek GOL (1 gev. van dit Voorstel) om dat GL de middellyn is, en FO daar op rechthoekig staat. Nu, om dat FD is 5, en DI 4½/ zo is IF of GO ½: daarom 20¼, de ▭ GOL, gedeelt door ½ / GO/ komt 40½ voor OL; hier by ½/ GO/ zo heeft men 41 voor GL of BC: dies is BA 50, 't begeerde.

28. VOORSTEL.

Als in een Rond een Vierhoek beschreven is: zo is de Rechthoek van de hoeklynen even aan de som van de Rechthoeken der tegen overstaande zyden. *uyt Ptolomeus.*



Toepassing. Indien ABCDA een Vierhoek is: rakende met zyne vier punten, A, B, C, D het rond, waar van dat AC BD de hoeklijnen zijn: zo is de rechthoek van BD, AC alleen zo groot als de rechthoek van AD, BC en de rechthoek van CD, AB te zamen.

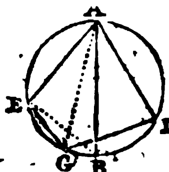
't Bewys. Aanmerkt DF zodanig getrokken dat FDC is gelijk BDA: dan is de Driehoek FCDF gelijkhoekig aan de Driehoek ABDA, om dat FCD is gelijk ABD (24 V.) waar door de darde DFC is gelijk de darde DAB; zulkx dat BD/ CD,/ AB/ FC evenredig zijn (13 V.)

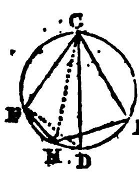
En daarom de ▭ BD, FC gelijk de ▭ CD, AB (8 *beg.*) ook zijn gelijkhoekig de Driehoeken FDAF en CDBC. ADB is gelijk FDC na de onderstelling, daarom ADF gelijk BDC; en, om dat DAC is gelijk DBC (24 V.) daarom is de darde DFA gelijk de darde DCB, en overzulx zijn BD/ AD// BC/ AF evenredig (13 V.)

en daarom de ▭ BD, AF gelijk de ▭ AD, BC (8 *beg.*)
boven is de ▭ BD, FC gelijk de ▭ CD, AB
daarom is de som van de twee eerste gelijk de som van de twee laatste: maar de som van de twee eerste is gelijk de ▭ BD, AC (2 *gev.* 17 V.) derhalven is de ▭ BD, AC zo groot als de ▭ AD, BC en de ▭ CD, AB te zamen, 't geen te bewijzen was.

29. VOORSTEL.

De gelykformige figuren, in twee ronden ingeschreven, zyn evenredig met de Vierkanten van de middellynen deser Ronden. *De 1 Prop. 12 b. Eucl.*





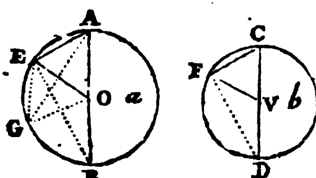
Toep. Indien AEGIA CFHKC twee gelijkformige figuren zijn, beschreven in de Ronden wiens middellijnen zijn AB CD: zo zal AEGIA wezen tot CFHKC als het Vierkant van AB tot het Vierkant van CD.

't Bewys. Haalt AG CH EB FD. dewijl (57 *bep.*) AEG is gelijk CFH, en dat AE/ EG/ CF/ FH evenredig zijn, daarom is AEGA gelijkhoekig aan CFHC, of AGE gelijk CHF (14 V.)

(14 V.) of ABE gelijk CDF (24 V.); en om dat AEB en CFD beyde recht zijn (24 V.) daarom is AEBA gelijkhoekig aan CFDC (2 *gev.* 4 V.) en overzulx zijn AE/ CF // AB/ CD evenredig (13 V.) dies is de gelijkformige figuur op de eerste AE tot die op de tweede CF, dat is AEGIA tot CFHKC, als het Vierkant op de darde AB tot het Vierkant op de vierde CD (*byv.* 18 V.) 't geen te bewijzen was.

30. VOORSTEL.

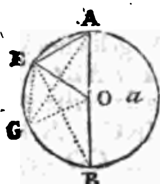
1. De Kringen zyn evenredig met de middellynen, 2. de Ronden zyn evenredig met de vierkanten van de middellynen. *De 2 Prop. 12 b. Eucl.*

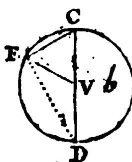


Toepassing. Indien AB en CD de middellijnen zijn van de Ronden *a* en *b*: zo is de omtrek van *a* tot de omtrek van *b*, als AB tot CD. en, het rond *a* is tot het rond *b*, als het Vierkant van AB tot het Vierkant van CD.

Dewijl hier een overeenkoming gestelt werd tusschen het kromme en het rechte, dat wy tot nog toe niet verhandelt hebben, zo zullen wy ook genootzaakt wezen iets voor af te zeggen al eer wy tot het bewys zullen konnen toetreden.

Aanmerkende de Boogen AE EG even groot, en gehaalt wezende de Peesen AE EG AG, zo is 't kenlijk dat de twee peesen AE EG te zamen korter zullen wezen als de Boog AEG, en evenwel langer als de pees AG. is de boog AE dan het tiende deel van de kring, zo blijkt dat de tien zyden van een gelijkzijdigen Tienhoek in een rond beschreven, hoe wel korter wezende als de kring, echter een nader overeenkoming zullen hebben met de lengte van de kring als de vyf zijden van een gelykzydigen vyfhoek: om dezelve reden zullen de twintig zijden van een gelijkzijdigen twintighoek een nader overeenkoming hebben met de lengte van de kring als de tien zyden van een Tienhoek; en die van een Veertighoek nog nader als die van een Twintighoek: zo dan, hoe meerder zijden de gelijkzijdige figuur heeft, hoe kleender dat het verschil zal wezen tusschen de som van alle haare zijden en de omtrek van een rond: en, om dat men kan stellen het getal van deze zyden altijt toe te nemen, behoudens dat het een gelijkzijdige figuur blijft, zo mag men besluyten, volgens het eerste Beginsel; *dat alle de zijden van een gelijkzijdige figuur, in een rond beschreven, te zamen even zo groot zullen wezen als de kring,*





wanneer de meenigte der zyden ontelbaar is. en dit heeft zo wel plaats in de Vlakte van de Figuur zelfs, als in haare omtrekken. Want de Vlakte van de twee Driehoeken AEOA en EGOE te zamen hebben een nader overeenkoming met de Sector (snyder) AEGOA als de eene Driehoek AGOA, zo veel als bedraagt het Driehoekie AEGA. zo dat de Vlakte van een gelijkzijdigen Tienhoek nader overeenkoming heeft met de Vlakte van het Rond als een zodanigen Vijfhoek daar mee heeft, en zo voort, even als boven; en daarom ook het besluyt het zelfde.

't Bewys. op 't 1. Onderstellende dat de lijnen AE CF yder een zyde is van de ontelbare, dog *eventallige*, gelijkzijdige Figuur in deze ronden beschreven, zo zal AOE zo wijd wezen als CVF, en daarom ABE als CDF, en AEB als CFD (24 V.) dies zijn AE / CF // AB / CD evenredig (13 V.): maar de twee eerste met een *zelfde* ontelbaar getal gemultipliceert men heeft de kringen van de Ronden *a* en *b*: dies is, na 't 12 beginsel, de kring van *a* tot de kring van *b*, als AB, de middellijn van *a*, tot CD, de middellijn van *b*, 't geen enz.

Op 't 2. Dewijl de Driehoeken AOEA en CVFC in O en in V hebben een gelijke hoek, en de zijden om deze hoeken AO OE // CV / VF evenredig zijn, zo zijnze gelijkhoekig (14 V.) en daarom zijn AOEA / CVFC // □ AO / □ CV evenredig (18 V.) of AOEA / CVFC // □ AB / □ CD; van deze de twee eerste met een zelfde ontelbaar getal gemultipliceert komt het rond *a* en het rond *b*; daarom (12 *beg.*) het rond *a* tot het rond *b*, als het vierkant van AB tot het vierkant van CD, 't geen enz.

1. GEVOLG *De Ronden zyn evenredig met de Vierkanten van haare Omtrekken.*

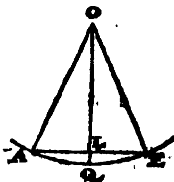
Want, na 't 1 lit zijn de omtrekken evenredig met de middellijnen, daarom, na 't 15 beginsel, de Vierkanten van de omtrekken ook evenredig met de vierkanten van de middellijnen: maar na 't 2 lit zijn de Ronden ook evenredig met de Vierkanten van haare middellijnen; daarom (1 *kund.*) zijn de Ronden ook evenredig met de vierkanten van de omtrekken.

2. GEVOLG. *De Ronden zyn evenredig met de gelykformige figuren in hen beschreven.*

Want, na 't 2 lit, zijn de Ronden evenredig met de Vierkanten van de middellijnen, en deze laatste zijn evenredig met de

de gelijkformige figuren in de ronden ingeschreven (29 V.) daarom ook de Ronden evenredig met deze gelijkformige figuren (1 *kund.*)

3. GEVOLG. *Een Rond is zo groot als het gemultipliceerde van de halve Omtrek met de halve middellyn.*



't Bewys. 't Is kenlyk (in de nevenstaande Figuur) hoe kleender dat de Boog AQE werd hoe langer dat de perpendiculaar OL zal worden, en hoe nader dat hy overeen zal komen met de halve middellyn OQ: AQE dan oneyndig kleen nemende, en overstappende als voren, zo is alsdan OL zo lang als de halve middellyn OQ: en dewyl, om de zelfde reden, in zodanigen geval, de rechte ALE zo lang werd als de Boog AQE, en de Driehoek ALEOA zo groot als het Cirkelstuk AQEOA, en men de Inhoud van de Driehoek vind multiplicerende de helft van AE met OL, daarom ook de Inhoud van het Cirkelstuk multiplicerende de helft van de Boog AE met OQ; of, om de Inhoud van een rond te vinden, de helft van de heele Omtrek met de halve middellyn, 't geen &c.

LEERING.

Volgens de Leering van *Archimedes* zo is *de Diameter van een Cirkel tot zyn Omtrek na genoeg als* 7 *tegens* 22. Ik zegge na genoeg om dat dit niet volmaakt de proportie af meet, en is evenwel na genoeg voor het gebruyk. En *Ludolf van Keulen* vind hen als 10000000 tegens 31415927: mede onvolmaakt, en echter beter. wy zullen de getallen van Archimedes, als kleender zyn de, gebruyken.

Willende weten hoe dik dat de Aartkloot is, zo multipliceert 360 graden, de Omtrek van de Aarde, met 15 mylen, de lengte van een Graad, komt 5400 mylen voor zyn omtrek: dan zegt, 22 geeft 7, wat 5400 mylen? komt $1718\frac{2}{11}$ mylen voor de dikte van de Aarde: of $859\frac{1}{11}$ mylen voor zyn helft, dat is van hier tot in het middelpunt der Aarde.

Weet men de middellyn van een Rond, men vind hier door zyn Omtrek. genomen de dikte van eenig rond was 35 duymen. zegt, 7 geeft 22, wat 35 duymen? komt 110 duymen voor de lengte van zyn Omtrek.

Willende de inhoud van een Rond vinden wiens middellyn is 112. zoekt eerst de Omtrek; komt 352, zyn helft 176 gemultipliceert met 56, de halve middellyn, komt 9856 voor de inhoud van het Rond.

Multiplicerende de helft van 22, als 11, met de helft van 7/ dat is met $3\frac{1}{2}$/ komt $38\frac{1}{2}$ voor de inhoud van een Rond, wiens middellyn is 7, en wiens omtrek is 22, of, de Inhoud van een Rond is $38\frac{1}{2}$ tegens dat

dat het vierkant van zyn middellyn is 49, of (met 2 gemultipliceert en dan door 7 gedivideert) *de Inhoud van een Rond is* 11 *tegens dat het vierkant van zyn middellyn is* 14. Een Rond is ook $38\frac{1}{2}$ tegens dat het vierkant van zyn Omtrek is 484, of (met 2 gemultipliceert en dan door 11 gedivideert) *een Rond is* 7 *tegens dat het vierkant van zyn Omtrek is* 88. Door deze twee proportien van 11 tegens 14, en van 7 tegens 88, vind men zeer veerdig de Inhoud van een Rond, zyn middellyn of zyn omtrek wetende.

Indien dan de middellyn van zeker rond is 10 duym, zegt 14 geeft 11, wat 100? het vierkant van 10, komt $78\frac{4}{7}$ vierkante duymen voor de Inhoud van zodanigen Rond.

Indien de omtrek van zeker Rond is 100 Voeten, zegt 88 geeft 7, wat 10000? het vierkant van 100, komt $795\frac{5}{11}$ vierkante voeten voor de Inhoud van zodanigen Rond.

Als een kabel van 5 duym dik in zyn middellyn, weegt 8000 pond: wat weegt een ander van 7 duym dik in zyn middellyn, zo lang wezende als de eerste? Antwoord 15680 *pond.*

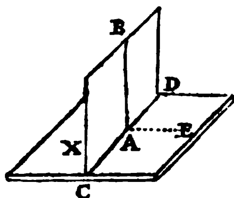
Als men met 5 voeten Touw kan binden, of omvatten 100 *Spietsen, hoe veel Spietsen, even dik wezende, met* 8 *voeten Touw? antwoord* 256 *Spietsen.*

Als een kabel van 14 *duym in den Omtrek, en* 500 *voeten lang, weegt* 9800 *pond: wat weegt een ander van* 16 *duym in de Omtrek, en* 675 *voeten lang? antwoord* 17280 *pond.*

Van de Platte Vlakken.

31. VOORSTEL.

Indien een lyn rechthoekig op een Vlak ſtaat: zo ſtaan alle de Vlakken rechthoekig op dit Vlak die door de ſtaande lyn gaan. *De* 18 *Prop.* 11 *b. Eucl.*



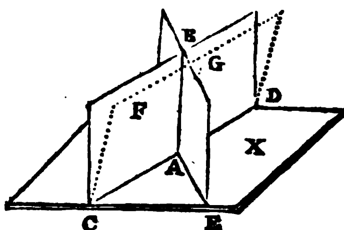
Toepaſſing. Indien AB rechthoekig ſtaat op het Vlak X, en zo door deze AB een of meer andere Vlakken CBDAC enz: gaan: zo ſtaan deze vlakken mede rechthoekig op het Vlak X.

't Bewys. Aanmerkt AE, in het vlak X, rechthoekig op CD; en dewyl BA ook rechthoekig op CD ſtaat (42 *bep.*) zo meet BAE af de helling van het vlak CBDC tot het vlak X (44 *bep.*): maar BAE is recht (42 *bep.*): daarom ſtaat het Vlak CBDC rechthoekig op het Vlak X (44 *bep.*) en zo van alle andere Vlakken die door AB gaan.

32 VOOR-

32. VOORSTEL.

Zo twee Vlakken beyde rechthoekig op een darde Vlak ſtaan en elkander ſnyden: zo ſtaat haare ſnyding mede rechthoekig op dit darde Vlak. *De* 19 *Prop.* 11 *b. Eucl.*



Toepaſſing. Indien de Vlakken CBDC EBFE beyde rechthoekig ſtaan op een zelfde Vlak X; en dat AB haare onderlinge ſnyding is: zo ſtaat AB mede rechthoekig op het Vlak X.

't Bewys. Kan de lyn uyt A getogen rechthoekig op het Vlak X, een andere wezen als AB, zo laat AG die zijn: zo ſtaat het Vlak CGDC rechthoekig op het Vlak X (31 V.) maar het Vlak CBDC ſtaat mede rechthoekig op het Vlak X na 't gegeve, en ze hebben beyde een gemeene grond CD: zo konnen dan twee onderſcheydene Vlakken, op een gemeene grond, beyde rechthoekig op een zelfde Vlak ſtaan, dat onmogelyk is: zo kan dan het Vlak waar in AG is, die rechthoekig op X ſtaat, niet onderſcheyden wezen van het Vlak CBDC: zo is het dan een zelfde Vlak: zo is AG dan, die rechthoekig op X ſtaat, in het Vlak CBDC; om de zelve reden is deze AG ook in het Vlak EBFE: zo is AG dan in beyde de Vlakken CBDC en EBFE: zo is AG, die rechthoekig op X ſtaat, dan haare ſnyding; of is een zelfde met AB: dies ſtaat AB rechthoekig op X, 't geen &c.

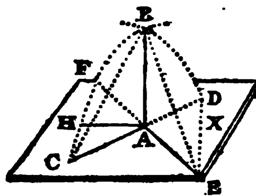
GEVOLG. *Zo twee vlakken elkander ſnyden: haare ſnee is een rechte lyn.* De 3 Prop. 11 b. Eucl.

Dit blykt uyt het bovenſtaande bewys: AG is een rechte lyn, en die is een zelfde met AB, de ſnyding van de Vlakken CBDC EBFE.

33. VOORSTEL.

Indien een lyn zodanig op een Vlak ſtaat dat hy rechte hoeken maakt met twee lynen uyt het ſtootpunt in dit Vlak getrokken: zo ſtaat

die lyn rechthoekig op dit Vlak. *De 4 Prop. 11 b. Eucl.*



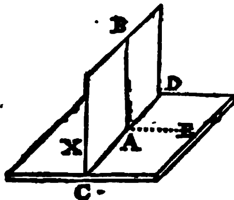
Toepassing. Indien BA zodanig op het Vlak X staat, dat hy Rechte hoeken maakt met AC en met AE, uyt het stoot punt A in het Vlak X getrokken: zo staat BA rechthoekig op het Vlak X.

't Bewys. Aanmerkt AD rechthoekig op AE, en AF zodanig op AC: dan laat AD bewogen werden om AE als Spil, en AF om AC als Spil; zo zullen de Vlakken hier door beschreven beyde gaan door AB, om dat EAB zo wel recht is als EAD, en CAB als CAF: zo is dan AB in beyde deze beschrevene Vlakken, of AB is haare snyding: maar deze Vlakken staan beyde rechthoekig op het Vlak X, om dat haare Spillen in X zijn: zo staat dan AB, de snyding van deze twee Vlakken, rechthoekig op het Vlak X (32 V.) 't geen enz.

1. GEVOLG. *Zo een darde lyn* AH *mede rechthoekig op* AB *staat*: *zo zyn* AH AC AE *alle in een zelfde Vlak.* De 5 Prop. 11 b. Eucl.

Dit blykt uyt het bovenstaande en het omkeersel van de 42 bepaling.

2. GEVOLG. *Indien een Vlak rechthoekig op een ander staat: zo zal de lyn, in het eerste Vlak getogen rechthoekig op haare snyding, ook rechthoekig staan op dit ander Vlak.* De 4 Def. 11 b. Eucl.



Zo het Vlak CBD rechthoekig staat op het Vlak X: zo zal BA, in het eerste Vlak getogen rechthoekig op CD haare snyding, ook rechthoekig staan op dit ander Vlak X.

Want: halende AE, in het Vlak X, rechthoekig op CD, zo meet BAE af de neyging van het Vlak CBD tot het Vlak X (44 *bep.*) maar deze neyging is recht na 't gegeve: zo is dan BAE recht; ook is BAC recht, en AE AC zijn beyde in het Vlak X: zo staat dan BA rechthoekig op X (33 V.) 't geen enz.

LEE-

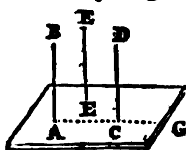
LEERING.

Uyt een gegeven punt A, *in een gegeven Vlak* X; *of uyt* B, *buyten het vlak* X, *een perpendiculaar* AB *op het Vlak* X *op te rechten.* De 12 en 11 Prop. 11 b. Eucl.

't Werk. Neemt twee Winkelhaken, zet die op X, zodanig dat de twee verhevene zyden vereenigt, maar de twee andere, die op X staan, verscheyden zyn: in deze gestalte hen houdende, zo verschuyftze zo dat de verhevene zyden of A of B raken: dan wyzen deze verhevene zyden aan de begeerde perpendiculaar. Is B te ver van X af, men kan een lyn of een stok langs deze verhevene zyden voegen die B komt te raken. Heeft men geen twee winkelhaken, men kan het begeerde mede verrichten door een winkelhaak en een stok, of plat vlak, gebruykende de eygenschap van dit tweede gevolg. men kan het nog op andere manieren verrichten, of gelyk Euclides leert, of nog anders met een touw, loodlyn &c.

34. VOORSTEL.

1. Zo twee lynen beyde rechthoekig op een zelfde Vlak staan: zo zynze evenwydig. 2. zo ze evenwydig zyn, en de eene staat rechthoekig op een Vlak: zo staat de andere mede daar op rechthoekig. 3. zo twee lynen yder in 't bezonder evenwydig zyn aan een darde, die in een ander Vlak is: zo zyn die twee lynen mede evenwydig. *De 6, 8, en 9 Prop. 11 b. Eucl.*

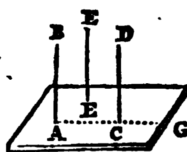


Toepassing. Indien AB en CD beyde rechthoekig op het Vlak X staan: zo is AB evenwydig aan CD. en, zo AB evenwydig aan CD is, en staat AB dan rechthoekig op het Vlak X: zo staat CD daar mede rechthoekig op. en, zo AB en ook CD beyde evenwydig zijn aan EF, die in een ander Vlak is: zo is AB ook evenwydig aan CD.

't Bewys. Trekt ACG.

Op 't 1. Het Vlak van de hoek BAC staat rechthoekig op het Vlak X; ook het Vlak van de hoek DCA, beyde na 't 31 Voorstel, en ze hebben een gemeene grond AC: zo vallen dan deze Vlakken in elkander; of BACD is een plat Vlak; en BAC en DCG zijn beyde recht (42. *kep.*) of evenwyd; daarom is AB

 even-



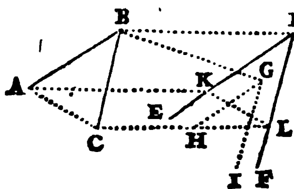
evenwydig aan CD (16 *bep.*) 't geen enz.

Op 't 2. Om dat CD nu evenwydig is aan AB, daarom is CD in het Vlak van de hoek BAG (16 *bep.*), en dit laatste BAG staat rechthoekig op X (31 V.): zo is dan CD in een Vlak dat rechthoekig staat op X; en hy staat ook rechthoekig op de snyding van dit Vlak BAG en het Vlak X, (om dat DCG nu gelyk BAG recht is): zo staat dan CD mede rechthoekig op het Vlak X zo wel als AB, na 't 2 gev. op het 33 Voorstel, 't geen enz.

Op 't 3. Onderstelt dat door EF gaat een Vlak X rechthoekig, of dat EF rechthoekig op X staat; zo staan AB en CD mede rechthoekig op X na 't 2 lit; en daarom ook AB evenwydig aan CD na 't 1 lit. 't geen enz.

35. VOORSTEL.

1. Indien twee te zamenkomende lynen evenwydig zyn aan twee andere te zamenkomende lynen, die met de twee eerste niet in een zelfde Vlak zyn: zo is de hoek van de twee eerste begrepen zo wyd als de hoek van de twee laatste: 2 en de Vlakken van deze hoeken zyn evenwydig. *De* 10 *en* 15 *Prop.* 11 *b. Eucl.*



Toepassing. Indien AB evenwydig is aan ED, en BC aan DF; en dat AB BC in een ander Vlak zyn als ED DF: zo is de hoek ABC zo wyd als de hoek EDF; en de Vlakken van deze hoeken begrepen zijn evenwydig.

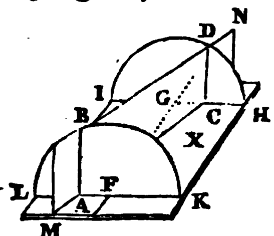
't Bewys. Op 't 1. Haalt BD; en aanmerkt DK gelyk BA, DL gelyk BC, en trekt AK CL, ook AC KL. Om dat AB nu gelyk en evenwydig is aan KD, daarom is ook AK gelyk en evenwydig aan BD (9 V.); om dezelve reden is ook CL gelyk en evenwydig aan BD; dies is AK gelyk en evenwydig aan CL (34 V.) en daarom AC gelyk en evenwydig aan KL (9 V.): de Driehoeken ABCA KDLK hebben dan drie zyden gelyk, dies is

is de hoek ABC zo wyd als de hoek EDF (8 V.) 't geen enz.

Op 't 2. Laat BG rechthoekig ſtaan op het Vlak van de hoek EDF, en getogen zijn GH evenwydig aan DE, en GI zodanig aan DF: zo is (34 V.) GH evenwydig aan BA, en GI aan BC; en om dat de hoeken BGH BGI recht zijn (42 *bep.*) daarom zijn de hoeken GBA GBC mede recht (3 V.) dies ſtaat GB ook rechthoekig op het Vlak ABC (33 V.): of het Vlak ABC is evenwydig aan het Vlak EDF na de 45 bepaling, 't geen enz.

36. VOORSTEL.

Zo twee evenwijdige Vlakken van een darde geſneden werden: zo zijn de ſnijdingen evenwijdige lijnen. *De 16 Prop. 11 b. Eucl.*



Toepaſſing. Indien de Vlakken LBKL IDHI evenwijdig zijn, en van een darde MN geſneden werden: zo zijn de ſnijdingen AB en CD evenwijdige lijnen.

't Bewijs. Laat het Vlak X rechthoekig gaan door het Vlak MN; of laat MN rechthoekig ſtaan op X: en laat in X getogen zijn FG, en daar op rechthoekig FK en GH: indien dan FK en GH om FG als Spil drayen, zo zullen deze FK en GH beſchryven de Vlakken KBL en HDI, die evenwydig zijn, en beyde rechthoekig ſtaan op het Vlak X; en om dat MN mede op X rechthoekig ſtaat, na de onderſtelling, zo is de ſnijding van MN en KBL, dat is AB, mede rechthoekig op X (32 V.) om gelijke reden is CD ook rechthoekig op X; en daarom AB evenwijdig aan CD (34 V.) 't geen enz.

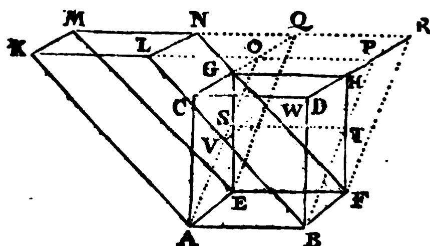
GEVOLG. *Zo twee Vlakken evenwijdig zijn: zo zijn de evenwijdige tuſſchen hen getrokken evenlang; en by gevolg zijn alle rechthoekige tuſſchen hen getrokken mede evenlang.*

Dit blijkt uyt het bovenſtaande. Is BD evenwijdig aan AC, zo is ABDCA een Raam, om dat AB evenwijdig aan CD is; en dan is BD zo lang als AC (9 V.) en deze AC en BD zijn evenwijdige lijnen getrokken tuſſchen de evenwijdige Vlakken KBLK HDIK. en, zo de eene AC rechthoekig tuſſchen deze Vlakken is, zo is BD ook rechthoekig tuſſchen hen; en ook zo lang als AC.

Van de Lichamen.

37. VOORSTEL.

1. Indien twee Balken, en ook twee Rollen, op een zelfde, of op gelijke gronden ſtaan, en tuſſchen evenwijdige platte Vlakken paſſen, of even hoog zijn: zo zijn ze evengroot. 2. ongelijke gronden hebbende: zo zijn ze evenredig met haare gronden. ***Wegens de Balken is het de 29, 30, 31, 32 Prop. 11 b. Eucl.***



Toepaſſing. Laten AH AN twee evenwydige vierkante Balken wezen, ſtaande op een zelfde grond AF, en paſſende tuſſchen de evenwijdige Vlakken AF DM: zo zal AH zo groot wezen als AN.

't Bewijs. Verlengt de zyden, CG DH, KL MN, deze ſnyden elkander waarlijk in de punten O, P, Q, R, om dat de getogene zijn in een zelfde Vlak DM: en OR is gelyk en gelykformig aan CH, of aan KN: want, CQ DR, ook KP MR zijn evenwydige lijnen, en daarom ook haare gedeeltens OQ PR, OP QR; dies is OR een Raam, gelijkhoekig en gelijkzijdig aan de Raam CH, en ook aan de Raam KN, dewyl OP QR zijn gelijk CD of KL, en OQ PR gelijk KM of CG: halende dan OA QE PB RF, zo zijn AQ QF FP PA Ramen (9 V.) en daarom is AQFPA een vierkante evenwydzydige Balk, wiens twee zijden AQ BR in hetzelfde Vlak van AG BH zijn, om dat CGOQ, ook DHPR rechte lijnen zijn: om de zelfde reden zijn de Vlakken AP AL, ook ER EN in een zelfde Vlak.

Dewijl dan OQ is gelijk CG, en PR gelijk DH, zo is CO gelijk GQ, en DP gelijk HR; en om dat AO is gelijk EQ, en BP gelijk FR, zo zijn de Driehoeken ACOA EGQE, ook BDPB FHRF gelijke gelijkformige Driehoeken; en om dat de

Ramen

Ramen BC FG, BO FQ, ook DO HQ mede zodanige zijn, zo zijn de Lichamen ADOB EHQF evengroot (2 *beg.*) van yder afgenomen het Lichaamtie SHOT, blijft ADGTA gelijk EROTE; by elk gevoegt het Lichaamtie ATEB, komt de Balk AH zo groot als de Balk AR. op de zelve manier bewyst men mede dat de Balk AN zo groot is als de zelfde Balk AR; dies is de Balk AH zo groot als de Balk AN, 't geen enz.

Uyt het geene nu bewezen is van de evenwijdzijdige Vierkante Balken, volgt het geene wy van de Balken in 't algemeen gezegt hebben: want, zo de grond is de Driehoek AFBA, zo zal de Driekantige Balk ACHFDA half zo groot wezen als de Vierkante AH, en de Driekantige Balk AKNFLA half zo groot als de Vierkantige AN; en daarom zijn de Driekantige Balken mede evengroot: ook de ½, de ⅓, en zo voort, van deze Driekantige mede evengroot. Verdenkende op AF CH KN als middellijnen yder beschreven te wezen een Rond, zo zullen deze Ronden evengroot wezen, en daarom zijn de ingeschreve Ramen, die gelijk aan elkander zijn, ook evenredig met deze Ronden, en by gevolg mede de Balken met de Rollen: maar de Balken zijn evengroot, daarom ook de Rollen.

Aangaande het overige. Het is kenlyk dat, op een zelfde grond te staan, of op gelyke gronden, een zelfde zaak is, wanneer de gronden gelykformig zyn: de gronden gelyk van groote, en ongelykformig wezende, zo bevat evenwel de eene zo veel vlakte als de andere, en daarom heeft het Lichaam op de eene zo veel Lichaams als het Lichaam op de andere; of de eene heeft zo veel vierkante Balkjens, wiens gronden Vierkanten zyn, als de ander: zo mede als de gronden ongelyk zyn; want het grootste Lichaam heeft zo veel van zodanige Balkjens meerder in zig als het kleenste, als de grond van het grootste meerder Vierkantjens in zig besluyt als grond van het kleenste: en bygevolg *zynze evenredig met haare gronden.* En belangende de hoogte, 't is kenlyk dat, die tusschen evenwydige Vlakken passen ook gelyke hoogte hebben, om dat de hangende uyt het eene Vlak op het andere vallende overal evenlang zyn, als blykt uyt het gevolg van het 36 Voorstel.

LEERING.

Van een Balk, en ook van een Rol, gegeven zynde de Inhoud van de grond, en daaren boven zyne hoogte: de Inhoud van de Balk te vinden, en ook van de Rol.

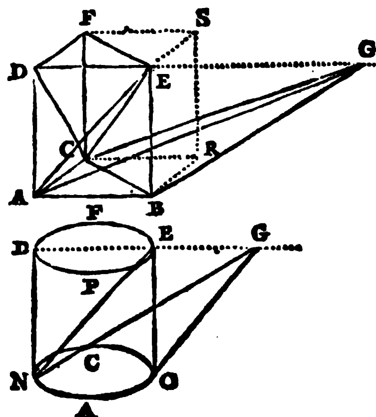
Het blykt uyt het voorgaande, dat men alleenlyk de Inhoud van de grond heeft te multipliceeren met de hoogte. Is de Inhoud van de grond

5 vier-

5 vierkante voeten, en de hoogte 4 voeten, zo is de Inhoud 20 Cubicq voeten.

38. VOORSTEL.

Als een Balk en een Naalde, ook een Rol en een Kegel gelyk van grond en hoogte zyn; zo is de Naalde het derde deel van de Balk, en de Kegel het derde deel van de Rol. 2. zo twee Naaldens, en ook twee Kegels gelyk van grond zyn en tusschen evenwydige Vlakken passen, of even hoog zyn: zo zyn ze even groot. 3. ongelyk van grond wezende: zo zyn ze evenredig met haare gronden. *De 7, 10, 11 Prop. 12 b. Eucl.*



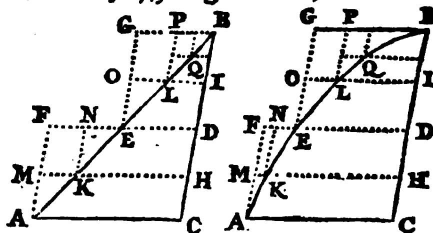
Toepassing. Indien G is in het verlengde Vlak van DFED, en dat AFBD een Balk, en AF een Rol is: zo zal de Naalde ACGBA het derde deel wezen van de Balk AFBD, en de Kegel ANCGOA het derde deel van de Rol AF. en zo &c. als boven gezegt is.

't Bewys. Op de Naalde. Laat in de Balk getogen wezen de hoeklynen AE EC CD, zo is de Balk gedeelt in drie Naalden ACEB EDCF ACED, welke alle even groot zyn: want, de Naalden ACEB ACED hebben gelyke gronden AEBA AEDA, en een zelfde lyn tot hoogte, te weten de hangende uyt C op het Vlak BD, en daarom is yder een gelyk gedeelte van de evenwydzydige vierkante Balk AS (om dat die zo groot is als de rechthoekige Balk wiens grond is het Vlak BD, en welkers hoogte is de hangende uyt C op BD na het 37 Voorstel) en daarom zyn de Naalden ACEB ACED evengroot (9 kund.) De Naalden ACED EDCF hebben mede gelyke gronden, de eerste CDAC en de tweede CDFC, en tot gemeene hoogte op deze gronden de perp. uyt E op het Vlak AF, of op zyn verlengde, en daarom is yder van deze Naal-

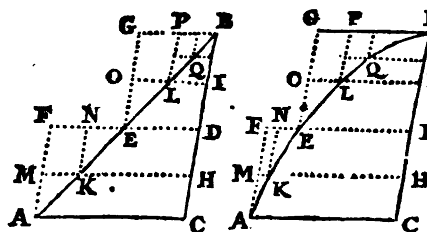
Naalden mede een gelyk gedeelte van de Balk AS, of ze zijn even groot. en dewyl ACEB is gelijk ACED, en deze laatste gelijk EDCF, zo zijnze alle drie evengroot: maar te zamen makenze uyt de Balk AFBD; dies is yder in 't bezonder het ⅓ van deze Balk, en daarom ook de Naalde ACEB welke met de Balk staat op een zelfde grond ACBA, en heeft met hem een gelijke hoogte, welke is de hangende uyt E op deze grond, of op zijn verlengde. *Voorts.* Indien men uyt A en uyt C lijnen trekt evenwydig aan BG, tot in het Vlak alwaar G in is, zo zal men een Balk hebben zo groot als de Balk AFBD (37 V.) en waar van de Naalde ACGB mede het derde deel is: dies is deze Naalde mede het derde deel van de gegeve Balk AFBD.

Eer wy overgaan tot het bewijs op de Kegel, zo zal het dienstig wezen dat wy voor af laten gaan het volgende Voorbewijs, of

LEMMA. *Indien men een Driehoekig plat vlak, waar van de eene zyde recht of krom is, verdeelt in een ontelbaare menigte van Raamtjens, die alle gelyke breete hebben: zo zullen alle die Raamtiens gezamentlyk zo groot wezen als dit Driehoekig Vlak. en is't een Lichaam, en deelt men het in een eyndige menigte van schyffjens, in gedaante van een Rol, of van een Balk, die alle even hoog zyn: zo zyn deze schyffjens gezamentlyk mede zo groot als dit Lichaam.*



Indien ABCA een Driehoek is, waar van de eene zijde AB is een rechte lijn of een kromme, en de twee andere rechte: zo men dan BC deelt in D in tweën gelijk, en men haalt DF evenwydig aan CA, snijdende AB in E, en men trekt AF EG beyde evenwijdig aan CB, ontmoetende de verlengde DE in F, en BG, gelijkwijdig aan CA, in G: zo zijn FC en GD ramen van gelijke hoogte, en deze twee te zamen zijn groter als de Driehoek ABCA, zo veel als bedraagt de twee Driehoekjens AKEFA ELBGE: maakt men de deelen eens zo kleen in H en I, en haalt men lijnen als voren, zo zullen de vier Raamtjens MC NH OD PI mede groter zijn als de Driehoek ABCA, zo veel als bedraagt de vier Driehoekjens AKM KEN ELO LBP; maar deze vier Driehoekjens zijn kleender als hier even de twee, voor zo veel als bedraagt de twee Raamtjens MN OP; dies komen deze vier Raamtjens nader

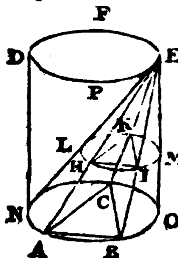


over een met de Driehoek ABCA als hier even de twee: neemt men de deelen nog eenmaal kleender; zo zullen de acht Raamtjens nog minder verschillen met de voornoemde Driehoek als de vier, zo veel als bedraagt vier andere Raamtjens, waar van PQ de eene is: en verdeelt men BC in festien gelijke deeltjens, zo zullen de festien Raamtjens nog nader overeenkoming hebben met de gezeyde Driehoek als de acht daar mee hebben: wy zien dan, hoe kleender dat de deelen zijn, hoe nader dat de overeenkoming is; daarom, *de deelen onmetelyk kleen zynde, zo zal het onuytsprekelyk getal van Raamtjens, gelyke hoogte hebbende, zo groot wezen als de voornoemde Driehoek* (1 *beg.*)

Dit gezeg kan men op gelijke wijze mede toepassen aan een Lichaam. Is de hoek ACB recht, en laat men het vlak ABCA bewegen rontom BC als Spil, zo zal ABCA een Circulaar Lichaam formeren, en de Raamtjens FC GD zullen ronde Schijven, of Rollen maken, welke twee schijven te zamen groter zullen wezen als het voorschreve Lichaam, zo veel als bedraagt de twee Ringen, die de twee Driehoekjens AKEFA ELBGE in de omdrajing beschrijven; en de vier schijven van MC NH OD PI gemaakt, zullen te zamen genomen mede wel groter wezen als het voornoemde lichaam, dog zullen even wel nader met hem overeenkomen, voor zo veel als bedraagt de twee Ringen, geformeert in de omdraying door de Raamtiens FK GL: de acht schijfjens zullen nog nader overeenkoming daar mee hebben, en de festien nog nader: daarom enz. als boven.

Is het Lichaam van een ander gedaante. is het kantig, of is de grond AC een rechtstrepige figuur, zo zullen de schijven mede van die gedaante wezen, en ook de voornoemde Ringen zullen kantig wezen, uyt en inwendig, en het gezeyde zal aan deze zo wel toepasselyk wezen als aan 't voorgaande waar in ze rond zijn.

Op de Kegel. Laat het Rond LM evenwijdig wezen aan het Rond van de grond NO, zo zijn de zijden van de Driehoek HKIH ook evenwijdig aan de zijden van de Driehoek ACBA (36 V.) en daarom zijn deze twee Driehoeken gelijkhoekig (35 V.) of gelijkformig: dies is het Rond LM tot het Rond NO, als de Driehoek HKIH tot de Driehoek ACBA (2 gev. 30 V.) Aanmerkende het Rond LM te wezen een schijfje hebbende eenige de minste dikte, zo zal de Driehoek HKIH ook wezen een driekantig schyfje van de zelfde dikte: en, gedenkende dat 'er zo veel van zodanige Ronde schyfjens zullen gaan in de Kegel ANCEOA, als 'er driekantige zullen gaan in de Naalde ACEBA, zo blykt volgens het 13 Beginsel (om dat deze schyfjens dezelve reden tot elkander hebben, als hier boven de Ronden en Driehoeken, om dat ze alle met een zelfde oneyndige kleene grootheit, haare dikte, gemultipliceert zijn) dat de Kegel zal wezen tot de Naalde, als een van de ronde schyfjens tot een van de kantige, dat is als het grootste ronde schyfje NO tot het grootste kantige ACBA, of als de Rol AF tot de Balk op ACBA zo hoog als deze Rol (12 Beg) maar de Naalde ACEBA is het derde deel van de Balk, daarom ook de Kegel ANCEOA het derde deel van de Rol AF. *Voorts.* Dat de Kegel ANCGOA (1 fig.) zo groot is als de Kegel ANCEOA, zal blijken als men door G, in het Vlak van het verlengde Vlak DE, laat een rond gaan, zo groot als het Rond NO: want, dan zal de Kegel met zijn Top in G komende, het $\frac{1}{3}$ wezen van deze nieuwe Rol, die zo groot is als de eerste AF (37 V.) en daarom is de Kegel ANCGOA ook het derde deel van de Rol AF.



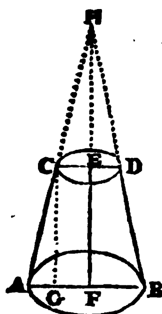
De waarheit van alle het overige blijkt nu uyt het laatste Voorstel, en het gezeg daar in aangetekent.

LEERING.

De Inhoud van een Naalde, of van een Kegel te vinden, gegeven zynde de Inhoud van zyn grond, en zyn hoogte.

Het blykt uyt het voorgaande, dat men deze twee, de Inhoud van de grond met de hoogte, maar met elkander heeft te multipliceren, en dat het derde deel van de uytkomst zal wezen de Inhoud van de Naalde en ook van de Kegel.

Is de Inhoud van de grond 5 vierkante voeten, en zyne hoogte 12 voeten, zo is de Inhoud van de Naalde, of van de Kegel 20 Cubicq voeten.

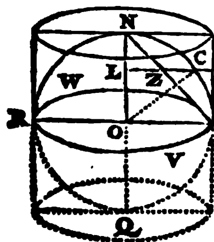


Van de afgekorte rechtstandige Kegel ACDB, *is de hoogte* FE 5, *de Middellyn van 't onderste Rond* AB 4, *en de Middellyn van 't bovenste Rond* CD 3 *voeten: vrage na de Inhoud van deze afgekorte Kegel? antwoord* 48 $\frac{19}{42}$ *Cubicq voeten.*

't Werk. Trekt CG evenwydig aan EF, zo is AG $\frac{1}{2}$ Voet: dan, AG $\frac{1}{2}$ geeft GC 5, wat CE 1 $\frac{1}{2}$? komt 15 voor EH: zo is dan FH 20 Voeten: dan, 14 geeft 11, wat 16 het □ AB? komt 12 $\frac{4}{7}$ voor de Inhoud van het onderste Rond; dit gemultipliceert met 20, FH, komt 251 $\frac{3}{7}$, zyn $\frac{1}{3}$ is 83 [illegible] voor de Inhoud van de Kegel AHB. Op de zelve wyze vint men 35 $\frac{5}{14}$ voor de Inhoud van de Kegel CHD; afgetrokken, rest 48 $\frac{19}{42}$ Cubicq Voeten voor de Inhoud van de afgekorte Kegel ACDB.

39. VOORSTEL.

Als een halve Kloot en een Rol op een zelfde, of op gelyke gronden staan, en even hoog zyn: zo is de halve Kloot twee derde deelen van de Rol. Of, een Kloot is twee derde deelen van zyn omgeschreve Rol. Of, de Kloot is 2 tegens dat zyn omgeschreve Rol. is 3.



Toepassing. Indien men in het Vierkant OH trekt uyt O een vierendeel Ronts NCP, en dat men dit Vierkant draayt om NO als Spil, zo zal het quadrant ONCPO de halve kloot PNRVPWR beschryven, waar van O het Middelpunt is, en het Vierkant OH zal de Rol RH formeren; staande beyde op een zelfde grond RVPW, en hebbende NO tot haar beyder hoogte: en dan is de halve kloot de $\frac{2}{3}$ van deze Rol.

't Bewys. Haalt NP, en ook LS evenwydig aan OP, snydende NP in Z, en de Kring in C: SZ is dan gelijk SP of gelyk LO; en het □ LC is gelijk het □ OC min het □ LO, of het □ LC is gelijk het □ LS min het □ SZ. aanmerkende LS te hebben eenige de minste breete, zo maken alle de Vierkanten van LS, of alle de Vierkante schyfjens van LS, zo veel als'er lijntjens LS, nevens elkander

elkander, in de ruymte tusschen NH en OP konnen leggen, uyt de Cubicq van NH, of van LS, en zo veel vierkante schyfjens van SZ maken uyt, na 't Lemma van 't voorgaande Voorstel, een Naalde wiens grond is het Vierkant van NH en hoogte HP; en om dat deze met de Cubicq van NH gelijk van grond en hoogte is; daarom is deze Naalde het ⅓ van deze Cubicq (38 V.) zo doen dan alle de Vierkante schyfjens van LC, als 'er lynen LC gaan tussen NH en OP, zo veel als de Cubicq van LS (of NH) min zijn ⅓, dat is als ⅔ van de Cubicq van LS, *Voorts.* dewyl yder Rond van LC is tot yder Rond van LS, als het □ van LC tot het □ van LS (30 V.) of yder ronde schyfje LC tot yder ronde schyfje LS, als het □ schyfje van LC tot het □ schyfje van LS; en om dat'er zo veel ronde schyfjens LC gaan in de halve Kloot, als'er ronde schyfjens LS gaan in de Rol RH, vierkante schyfjens LC zo groot zijn als de ⅔ der Cubicq van LS, en vierkante schyfjens LS zo groot als de Cubicq van LS, zo is de halve Kloot tot de Rol RH, als de ⅔ der Cubicq van LS, tot de Cubicq van LS, of als ⅔ tot 1; of de halve Kloot is de ⅔ van de Rol RH, 't geen te bewijzen was.

LEERING.

Van een Kloot, gegeven zynde de Middellyn: de Inhoud te vinden.

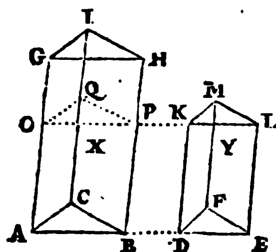
Indien de Middellyn van een Kloot is 21 duym: Vrage na zyn Inhoud? Antwoord 4851 Cubicq duymen.

't Werk. Zegt 14 geeft 11, wat 441? het □ van 21, komt 346½ vierkante duymen voor de Inhoud van het Rond wiens middellyn is 21 duym: dit met 21 vermenigvuldigt, komt 7276½ Cubicq duymen voor de Inhoud van de Rol om deze Kloot omgeschreven: zyn ⅔ is 4851 Cubicq duymen voor de Inhoud van de Kloot.

40. VOORSTEL.

Twee gelykformige Balken, twee zodanige Naalden, twee zulke Blokken, zyn evenredig met de Cubiquen van haare gelykstandige kanten: twee zodanige Rollen, twee diergelyke Kegels zyn gelykredig met de Teerlingen van de Middellynen haarder gronden, of van haare Spillen: en twee Klooten zyn evenredig met

de Cubiquen van haare Middellynen: *de* 33 *Prop.* 11 *b. en de* 8, 12, 18 *Prop.* 12 *b. Eucl.*



Toepassing. Laten X en Y twee gelijkformige Balken wezen: zo zal X tot Y zijn als de Cubicq van AB tot de Cubicq van DE, twee gelijkstandige kanten.

Wy noemen de samenvoeging der Vlakken, dat lynen zyn; kanten, om dat wy de Vlakken zelfs haare zyden genoemt hebben.

't Bewys. Neemt in de grootste BP gelijk EL, of gelijk DK; en haalt PO evenwijdig aan BA, OQ zodanig aan AC, en trekt QP: zo is het Vlak POQP evenwydig aan het Vlak BACB (35 V.) of aan het Vlak HGIH; of BQAP is een Balk zo hoog of zo lang als de Balk EMDL

AG is tot DK, of tot AO, als AB tot DE (57 en 58 *bep.*)
maar AG is tot ——— AO, als de Balk AIBG tot de Balk AQBO (7 *beg.*)

dies zijn evenredig volgens de eerste kundigheit

Balk AIBG / *balk* AQBO // AB / DE
ook, *Balk* AQBO / *balk* DMEK // △ ABCA / △ DEFD: (37 V.)
mede / △ ABCA / △ DEFD // □ AB / □ DE. (18 V.)

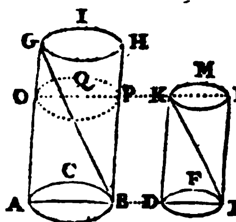
De gelijke uyt gedaan in de uytterste en middelste, te weten, de balken AQBO AQBO, de Driehoeken ABCA ABCA, en de Driehoeken DEFD DEFD, en de onderstaande gemultipliceert, komt (16 *beg.*) de Balk AIBG tot de Balk DMEK, als de Cubicq van AB tot de Cubicq van DE: bevestigende het gezeg wegens de Balken, en dit ten aanzien van de kanten AB en DE, die gelykstandig zijn: en om dat alle de gelykstandige kanten onderling evenredig zijn, zo is ook X tot Y, als de Cubicq van AG tot de Cubicq van DK, enz: ja ook als de Cubicq van X hoogte op het Vlak daar in ABCA is, tot de Cubicq van Y hoogte op het Vlak daar in DEFD is.

Uyt het bovenstaande blykt dat het gezeyde ook zal waarachtig wezen in alle vier en meer kantige Balken, om dat in plaats van de Driehoeken ABCA en DEFD alsdan zullen komen te staan de vier of meer hoeken: en om dat deze door de voornoemde uytdoening verdwynen, zo zal de uytkomst wederom wezen als boven.

Uyt dit van de Balken kan men ook de waarheit van het gezeyde

de bespeuren in dat van de Naalden, halende uyt G lynen tot C en B, en uyt K lynen tot F en E, zo heeft men gelykformige Naalden, om dat de getogene lynen evenredig zullen wezen met de andere; en deze Naalden zijn yder het derde deel van de voornoemde Balken, en daarom zijn deze Naalden mede evenredig met de Cubiquen van haare gelykstandige kanten. Dat van de Blokken volgt uyt dat van de Naalden, om dat twee gelykformige Blokken in evenveel gelykformige Naaldens konnen verdeelt werden, even gelyk de gelykformige platte figuren in evenveel gelykformige Driehoeken.

Belangende de Rollen, het bovenstaande kan mede hier toe dienen, stellende de letters als hier nevens, en lezende Rol in plaats van Balk, is en Rond in plaats van Driehoek. en, halende GB KE, zo zijn de Kegels AGB DKE gelykformig, en yder is het derde van zijn Rol, en by gevolg hebben ze zodanigen proportie tot elkander als de Rollen. En, om dat de Spillen evenredig zijn met de Middellynen van de Gronden; daarom, dat van de Middellynen der Gronden gezegt werd, kan ook toegepast werden van de Spillen.



Het geene gezegt is wegens de Klooten, bevestigt het laatste Voorstel, waar in getoont is dat ze de tweederde deelen zijn van haare omgeschreve Rollen: en om dat het plaats heeft in de omgeschreve Rollen, die gelykformig zijn, om dat alle Klooten die eygenschap hebben dat ze gelyk van gedaante zijn, daarom heeft het ook plaats in haare tweederde deelen de Klooten; dewyl de Middellynen van de Klooten de zelfde zijn van de Middellijnen der Gronden van haare omgeschreve Rollen.

Nota. *Euclides gebruykt in deze de* Drievoudige reden *gelyk hy in de gelykformige platte figuren de tweevoudige gebruykt. Om dan deze met de onze te doen overeenkomen, zo moet men weten*, als vier grootheden gedurig evenredig zijn, dat dan de *eerste* driemaal groter reden heeft tot de *vierde* als de *eerste* tot de *tweede*; *en dat deze* eerste *tot de* vierde *is, als de* Cubicq van de eerste *tot de* Cubicq van de tweede.

Want, $a : b : \frac{bb}{a} : \frac{b^3}{aa}$ *zyn gedurig evenredig*, *en* a *is tot* b, *als* a^3 *tot* b^3.

GE-

GEVOLG. *De afgekorte gelykformige Naaldens, en ook zodanige Kegels, zyn tot elkander als de Cubiquen van haare gelykstandige kanten in de eerste, en van de middellynen der gronden, of Spillen in de tweede; wanneer haare gelykstandige kanten in de eerste, en Spillen in de tweede evenredig afgesneden zyn.*

Want: A de eene en B de andere wezende; en het Affnytsel van A noemende C, en dat van B noemende D: zo zijn A / B // C / D evenredig, en daarom A *min* C tot B *min* D als A tot B (14 beg.): maar A is tot B als de Cubicq van de gelykstandige kanten of lynen in A tot de Cubicq van die zelfde in B: daarom ook A *min* C, of de afgekorte Naalde of Kegel in A, tot B *min* D, of de afgekorte Naalde of Kegel in B, als de Cubicq van de gelykstandige kanten of lynen in A *min* C, tot de Cubicq van die zelvige in B *min* D.

LEERING.

Als een Ronde ysere koegel van 5 duym dik weegt 25 pond: wat weegt een ander van 4 duym dik? Antwoord 12⅘ pond.

Zegt 125 (de Cubicq van 5) geeft 25 pond, wat 64 (de Cubicq van 4) komt 12⅘ pond.

Hoe dik moet men dan een koegel maken die wegen zal 200 pond? Antwoord 10 duym.

Als een vat, dik in de sponning 20 duym, inhoud 64 kannen wyn: wat houd een ander vat in, van de zelfde gedaante, dik in de sponning 25 duym? Antwoord 125 mingelen.

Hoe dik in de sponning moet men een vat maken, mede van zodanigen gedaante, dat inhouden zal 216 mingelen? Antwoord 30 duym.

Indien een schip, lang 100 voeten, kan laden 150 lasten: wat zal een ander schip konnen laden, in allen deelen op dezelfde wyze gebouwt, dat lang is 120 voeten? Antwoord 259⅕ last.

Hier by zullen wy afkorten, meenende alle het geene voorgedraagen te hebben dat nootzakelyk en nuttelyk is, en het welke verdient dat men het in zyn Memorie opsluyte, om zig in alle gelegentheden daar van te konnen bedienen, te weten de inhoud van de Voorstellen en niet de bewyzen, gelyk wy in 't begin gezegt hebben. Het geene dat Euclides meerder heeft als wy U L. hebben voorgedragen is van weynig belang. Het zevende, achtste, en negende

gende Boek, uyt 104 propositien bestaande, verhandelen geen andere dingen als die de getallen raken, waar van de Rekenkunst de nuttelykste al heeft uytgekoren: het tiende Boek, hebbende alleen 117 Voorstellen, wyst aan welke grootheden dat tegens elkander onmeetbaar zyn; de 117 propositie toont dat van een Vierkant de hoeklyn onmeetbaar is tegens zyn zyde; de zyde 1 wezende, dat dan de hoeklyn is de vierkante wortel uyt 2, een getal zynde dat door geen breuk aftebeelden is; met zulke en diergelyke dingen te onderzoeken is het geheele Boek bezig, welke aanstonts door de Algebra werden ontdekt: uyt het elfde en twaalfde Boek hebben wy het nuttelyke al uytgenomen: de drie overige Boeken inhoudende 71 propositien, verhandelen by na niet anders als de om en inschryving van figuren, en het geene daar toe kan dienen, eenige van de Platte, maar meest van Lichamelyke. Men ziet dan, dat alle het geene Euclides meerder heeft, bezonderheden zyn, geen algemeene fondamenten, en daarom niet verdienen dat een Leerling zyn geest daar mede zoude beswaren; 't zyn ook zaken daar men zig tegenwoordig niet mede bemoeyt: de Algebra, zo als ze tegenwoordig is, geeft ons andere stof, die veel aangenamer voor het verstand, en niet zo lastig is voor de inbeelding.

Eynde van de GEOMETRIA.

AANTEKENING van de Propositien van *Euclides*, die Vertoogen en geen Werkstukken zyn, aanwyzende in wat Voorstel wy hen verhandelt hebben: op dat men een Propositio van Euclides hebbende, aanstonts zoude konnen zien waarze by ons te vinden is.

Euclides			Ons
1 B.	Prop. 4	is het	5 Voorstel
	Prop. 5	——	7 V.
	Prop. 6	——	7 V.
	Prop. 8	——	8 V.
	Prop. 13	——	1 V.
	Prop. 14	——	1 V. gev.
	Prop. 15	——	2 V.
	Prop. 16	——	4 V. 1 gev.
	Prop. 18	——	7 V. byv.
	Prop. 19	——	7 V. byv.
	Prop. 26	——	6 V.
	Prop. 27	——	3 V.
	Prop. 28	——	3 V.
	Prop. 29	——	3 V.
	Prop. 30	——	3 V. byv.
	Prop. 32	——	4 V.
	Prop. 33	——	9 V.
	Prop. 34	——	9 V. en 1 gev.
	Prop. 35	——	10 V.
	Prop. 36	——	10 V.
	Prop. 37	——	10 V.
	Prop. 38	——	10 V.
	Prop. 39	——	10 V. 2 gev.
	Prop. 41	——	10 V. 1 gev.
	Prop. 43	——	17 V.
	Prop. 47	——	19 V.
	Prop. 48	——	19 V.
2 B.	Prop. 2	——	17 V. 2 gev.
	Prop. 3	——	17 V. 3 gev.
	Prop. 4	——	17 V. 1 gev.
	Prop. 5	——	17 V. 4 gev.
	Prop. 6	——	17 V. 4 gev.
	Prop. 12	——	20 V.
	Prop. 13	——	20 V.
3 B.	Prop. 3	——	21 V.
	Prop. 11	——	23 V.
	Prop. 12	——	23 V.
	Prop. 13	——	23 V.
	Prop. 16	——	22 V.
	Prop. 18	——	22 V.
	Prop. 19	——	22 V.
	Prop. 20	——	24 V.
	Prop. 21	——	24 V.
	Prop. 22	——	24 V.
	Prop. 26	——	25 V.
	Prop. 27	——	25 V.
	Prop. 28	——	25 V. gev.
3 B.	Prop. 29	is het	25 V. gev.
	Prop. 31	——	24 V. gev.
	Prop. 32	——	26 V.
	Prop. 35	——	27 V.
	Prop. 36	——	27 V.
	Prop. 37	——	27 V. 2 gev.
6 B.	Prop. 1	——	10 V.
	Prop. 2	——	11 V.
	Prop. 3	——	12 V.
	Prop. 4	——	13 V.
	Prop. 5	——	13 V.
	Prop. 6	——	14 V.
	Prop. 7	——	14 V.
	Prop. 8	——	15 V.
	Prop. 14	——	16 V.
	Prop. 15	——	16 V.
	Prop. 16	——	8 Beg.
	Prop. 17	——	8 Beg. gev.
	Prop. 19	——	18 V.
	Prop. 20	——	18 V.
	Prop. 22	——	18 V. gev.
	Prop. 23	——	16 V.
	Prop. 24	——	17 V.
	Prop. 31	——	19 V. 2 byv.
	Prop. 33	——	25 V.
11 B.	Prop. 3	——	32 V. gev.
	Prop. 4	——	33 V.
	Prop. 5	——	33 V. 1 gev.
	Prop. 6	——	34 V.
	Prop. 8	——	34 V.
	Prop. 9	——	34 V.
	Prop. 10	——	35 V.
	Prop. 15	——	35 V.
	Prop. 16	——	36 V.
	Prop. 18	——	31 V.
	Prop. 19	——	32 V.
	Prop. 29	——	37 V.
	Prop. 30	——	37 V.
	Prop. 31	——	37 V.
	Prop. 32	——	37 V.
	Prop. 33	——	40 V.
12 B.	Prop. 7	——	38 V.
	Prop. 8	——	40 V.
	Prop. 10	——	38 V.
	Prop. 11	——	38 V.
	Prop. 12	——	40 V.
	Prop. 18	——	40 V.

Inleyding tot de Wiskunst;

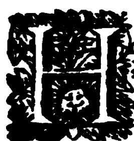
Het II Boek.

Van de BEGINSELEN der

ALGEBRA,

Ofte

STELKUNST.



IER door ontdekt men het geene in de Wiskunst verborgen is, en men doet te voorschyn komen de dingen die als in den afgrond opgesloten leggen: als de Rekenkunst, of de Meetkunst &c. ons geen middel weet aan te wyzen waar door men tot het begeerde kan geraken, zo doet deze zulx op een zeer eenvoudige wyze: het eerste Boek geeft aanlyding om de gemeene dingen te verstaan, en dit om de ongemeene te vinden: twee zaken die voor af dienen te gaan, zal men in korten tyt, op een gemakkelyke en een aangename wyze van de Mathesis kundig werden: en daarom hebben wy geoordeelt dat de Algebra, voor zo ver als wyze hier verhandelen, mede behoort tot die zaak welke tot een Inleyding zal konnen dienen.

Wy zullen de Stelkunst in dit Boek niet altyt gebruyken om verborgentheden te ontdekken: wy hebben voornamelyk op 't oog om de beginselen van deze wetenschap aan de onkundige kenbaar te maken, waar toe men in 't eerst van noden heeft lichte en eenvoudige Vraagstukken, die men mede wel zonder de Algebra kan ontbinden. De Oude hebben deze wetenschap al gehad, gelyk de Boeken van *Diophantus* ons te kennen geven: maar niet op die wyze als wy ze nu hebben. *Cartesius* heeftze in onze tyd merkelyk verbetert. Zy wistenze niet te gebruyken als in de Telkunst; nu past men ze mede toe aan de Meetkunst: door dit laatste werd de Wiskunst merkelyk vergroot, en nog meerder verkort. Zy waren een weg ingeslagen die haar byna gedurig konde bezig houden; nu kan men veel verder komen in een zeer korte tyd: zy moesten, om een Werkstuk te volbrengen, verscheyde nieuwe voorstellen eerst te voorschyn brengen, gelyk haare Boeken aanwyzen, nu gaat men aanstonts tot de oplossing, zonder eenige andere meetkunstige hoedanigheden te behoeven als die in het eerste Boek zyn ter neerge-

ſtelt; en dat nog meeſtendeel zeer weynige, en ook van de lichſte.

Algebra, *anders* Stelkunſt *genaamt, is een weten-ſchap, die met behulp van een Teken voor het begeerde te ſtellen, en dat als bekent in de ontbinding gebruikende, vind het begeerde.*

Algebra is tweërley, of alleenlyk het begeerde door een Teken afbeeldende, of zulks mede doende met de bekende Hoegrootheden. De Oude hebben de eerſte manier gebruikt, en de laatſte is voornamelyk door *Carteſius* ingevoert: de eerſte is ſimpel Algebra genaamt, en de tweede Algebra Specioza, of ook Letter Algebra.

De eerſte ontbind alleenlyk de Queſtie, maar de tweede wyſt aan op wat wyze alle zodanige Vraagſtukken konnen ontbonden werden met behulp van de gemeene Tel of Meetkunſt: de eerſte manier is noyt anders gebruykt, en kan ook niet wel toegepaſt werden als aan Queſtien waar in de gegevene getallen zyn, maar de tweede is toepaſſelyk in beyde, waar in de gegevene Getallen, en ook waar in ze Lynen zyn: en om deze reden is ze door gedrongen.

Als men *Drie getallen wil vinden, zodanig, dat het Gemultipliceerde van het eerſte met het tweede is* 6, *van het tweede met het darde* 12, *en van het darde met het eerſte* 8, zo vind de eerſte manier (voor de begeerde getallen alleenlyk Tekens ſtellende) dat de Getallen zyn 2, 3, 4: maar de tweede manier wyſt aan, (Tekens ſtellende zo wel voor de gegevene Getallen 6, 12, 8, als voor de begeerde), dat men deze laatſte vind, *trekkende de vierkante Wortel uyt het Quotient, deelende het Gemultipliceerde van twee van deze getallen* 6, 12, 8, *door het overige*: en dewyl dit dient tot een Regel, zo kan men deze bewerking altyd in zodanigen Vraagſtuk gebruyken, hoedanig de Getallen ook gegeven zyn: de gegeve Getallen 12, 20, 15 wezende, zo vind men door deze aanwyzing, of door deze regel, dat de begeerde Getallen zyn 3, 4, 5, zonder de Algebra weêrom te gebruyken.

De Oude ſtelden voor het begeerde een *x*, voor zyn Vierkant een *z*, voor zyn Cubicq een *c*, voor zyn Vierkants Vierkant een *zz*, &c. maar de nieuwe ſtellen voor het begeerde *x*, of *y*, of *z*, dat is de drie of meer achterſte Letteren van 't *a b c*, en voor de gegevene ſtellenze de voorſte Letteren, als *a*, *b*, *c*, *d*, &c. ook wel de gegeve Getallen als de Queſtie Telkunſtig is, en zy geen ander beooging hebben als om het Vraagſtuk te ontbinden, gelyk wy in het volgende veeltyts zullen doen.

Beyde gebruiken ze noch deze Tekenen, als + en —: het eer-

ſte

ſte + betekent *plus*, meer, of en, en het tweede — *minus*, of min: het eerſte dient om te koppelen; en het tweede om af te ſcheyden: en paſſen, of gehooren alleenlyk aan die Getallen, of aan die Quantiteyten waar voor dat ze gevoegt zyn; van $+a-b$ moet de + gerekent werden te gehooren tot de *a*, en de — tot de *b*, om dat ze voor deze ſtaan.

't Geen deze Kunſt alleen eygen is, is, dat ze door middel van Additio, Subſtractio, Multiplicatio, Diviſio, en Worteltrekking, tracht, in de Vraagſtukken, *een zelfde Hoegrootheit door twee onderſcheidene gedaantens van Merktekens af te beelden*, of door dat middel een Æquatie te vinden, door welkers oploſſing dan het begeerde gevonden, of de voornoemde Regel openbaar is.

Drie voorname zaken konnen wy in deze wetenſchap aanmerken; de bewerking van de voornoemde Tekens ten aanzien van de additio, ſubtractio, multiplicatio, diviſio, en worteltrekking, in 't geheel en in 't gebroken; in de vinding der æquatien; en in hare oploſſing; en daarom zullen wy deze kunſt in drie deelen afhandelen; maar wy zullen het tweede het laatſte beſchrijven, om reden die wy daar toe hebben, en u naderhand zullen bekent werden.

I. DEEL.

Van de Specien.

Dat is, hoe men de Tekenen zal adderen, ſubſtraheren, multipliceren, divideren, en uyt hen de vierkante wortel zal extraheren, alze rationaal, en ook als ze irrationaal zyn.

I. HOOFDSTUK.

Van de Specien in de Rationale quantiteyten.

DEwyl men iets anders moet waarnemen, in deze bewerking, wanneer de Letteren *abc*, &c. of de Quantiteyten, gelyk wy hen voortaan zullen noemen, de Tekenen + of — niet by haar hebben, en wat anders als ze die by haar hebben, daarom zullen wy genoodzaakt wezen deze in tween te ſplitzen.

I. LIT. Van de Specien zonder + of —

Weeſt gedachtig dat men voor yder Quantiteyt, daar geen Getal voor en ſtaat, de eenheyt kan ſtellen, of aanmerken dat z'er voor is. Voor *a* kan men ſtellen 1 *a*, of men kan conſidereren de 1 daar voor te ſtaan.

Op de Vergaring (Additio.)

REGEL. *Indien de Quantiteyten* gelyk *zyn*, *zo* Vergaart *de Getallen die daar voor staan*, *en voegt daar achter de zelve Quantiteyt: maar* ongelyk *zynde*, *zo voegt ze* nevens *elkander*, *en tussen beyden het teken* +

Toepassing. *a* en *a* Vergaderende, zo stelt voor het Beloop 2 *a*: *a*, *a* en *a* Adderende, stelt 3 *a*: 2 *a* en 3 *a* Vergaderende, stelt 5 *a*, en zo voort. *a* en *b* willende by een voegen, zo stelt voor het Beloop *a* + *b*, of *b* + *a*; 2 *a* en 3 *b* Adderende, komt 2 *a* + 3 *b*: 4 *a*, 3 *a*, en 2 *x* vergaderende, zo is het beloop 7 *a* + 2 *x*.

Op de Aftrekking (Substractio.)

REGEL. *Indien de Quantiteyten* gelyk *zyn*, *zo* Substraheert *de Getallen die daar voor staan*, *en voegt achter de rest de zelfde Quantiteyt*: *maar zo ze* ongelyk *zyn*, *zo voegt ze* nevens *elkander*, *mids voor het Aftrekzel het teken* — *stellende*.

Toepassing. Willende 2 *a* aftrekken van 3 *a*, zo is, na deze Regel, de rest *a*; *a* van 3 *a* willende substraheren, zo is de uytkomst 2 *a*, en zo voort, *op dat de Aftrekking scheyde dat de Vergaring te zamen gevoegt heeft*: *b* van *a* willende aftrekken, zo is de rest *a* — *b*, of — *b* + *a*; en 2 *b* van 3 *c* afnemende, zo is de rest 3 *c* — 2 *b*, en zo voort.

Op de Vermenigvulding (Multiplicatio.)

REGEL. *Multipliceert de getallen die voor de Quantiteyten staan*, *en voegt daar achter*, *nevens elkander*, *de Quantiteyten die men met den anderen wil Vermenigvuldigen*.

Toepassing. 2 *a* met 3 *b* Vermenigvuldigende, zo is het vermenigvuldigde 6 *ab*, of 6 *ba*; dat van 2 *a* met *c* is 2 *ac*; dat van *a* met *b* is *ab*; dat van *a* met *b* met *c* is *abc*; dat van 2 *ab* met 3 *c* is 6 *abc*; dat van 6 *bc* met *a* is 6 *bca*, of 6 *abc*, en zo voort.

Weet dat men voor *a a* ook wel stelt a^2, maar voornamelijk als 'er meer als twee gelijke nevens elkander staan; voor *a a a* stelt men a^3, voor *xxxx* stelt men x^4, voor *abccc* stelt men abc^3, en zo voort.

Vermenigvuldigt.	2 *ab*	$\frac{1}{2}aa$	a^3	$6a^3$
met	3 *cd*	2 *ab*	$2b^3$	$\frac{2}{3}a^4$
komt	6 *abcd*	a^3b	$2a^3b^3$	$4a^7$

Op de Deeling (Divisio.)

REGEL. *Indien de Quantiteyt van den Deeler in het geene gedeelt*

deelt moet werden begrepen is, zo deelt de Getallen, die 'er voorstaan, en voegt daar achter de Quantiteyten die het geene gedeelt moet werden meerder by zig heeft: maar zo de Quantiteyt des Deelers niet in die van het geene gedeelt moet werden begrepen is, zo stelt de Deeler onder het Dividendum, en tussen beyden een streep.

Toepassing. $6ab$ door $3a$ willende deelen, zo is de uytkomst $2b$; aa door a deelende, zo is ze a; a^3 door a deelende, zo is ze aa; abc door b deelende, zo is ze ac; $6a^3b$ door $2ab$ deelende, zo is ze $3aa$; $3a^3b^3$ door $3a^3$ deelende, zo is ze b^3; $4ab$ door ab deelende, zo is ze 4, *op dat de Deeling breeke dat de Vermenigvulding gemaakt heeft.* a Willende deelen door b, zo is de uytkomst $\frac{a}{b}$; $3a$ door $2b$ zo is ze $\frac{3a}{2b}$: deelende abc door dc, zo is het quotient $\frac{abc}{dc}$, doch meestendeel stelt men daar voor $\frac{ab}{d}$, *in het Dividendum en in den Divisor eerst weg nemende het geene zy gelyk hebben, als hier de* c, *en dan de stelling doende onder elkander.* Op de zelve manier is $\frac{3a^3b}{2ed}$ het Quotient deelende $3a^3b^3$ door $2edbb$. en zo in alle diergelyke.

Op de Worteltrekking.

REGEL. *Uyt het getal dat voor de Quantiteyt staat trekt de Wortel, na de regel gegeven in de Telkunst, en voegt achter deze Wortel, van de twee gelyke letteren een zo men de* $\sqrt{}q$ *trekt; van de drie een als men de* $\sqrt{}c$; *van de vier een als men de Vierkante vierkante wortel extraheert; en zo voort.*

Toepassing. Na deze Regel, uyt $9aa$ de $\sqrt{}q$ trekkende, komt $3a$; uyt $16aabb$, komt $4ab$; uyt $aabb$, komt ab: uyt $8a^3$ de $\sqrt{}c$ trekkende, komt $2a$; en uyt $64a^3b^3$, komt $4ab$: uyt $16a^4b^4$ de $\sqrt{}\sqrt{}q$ extraherende, komt $2ab$; en zo in het oneyndig.

II. LIT. Van de Specien met + en —

Op de Vergaring (Additio.)

REGEL. Op de gelyke Quantiteyten. *De tekens* gelyk *zynde*, *zo* vergaart *de Quantiteyten, en stelt voor het Beloop het zelvige teken.*

De tekens ongelyk *zynde*, *zo* trekt *de Quantiteyten van elkander af, en stelt voor de Rest het teken van het grootste*: gelyk volgt.

$+2a$	$-2b$	$+3a$	$-3b$	$+2a$
$+a$	$-b$	$-2a$	$+2b$	$-2a$
$+3a$	$-3b$	$+a$	$-b$	0

Waar

Waar uyt openbaar is het volgende:

$$\begin{array}{llll} aa+2a-3 & 3b+5c & 3aa-5a+7 & 2bx+4ay-12y \\ aa+\ a-6 & 2b-3c & aa+2a-3 & 3bx-3ay+12y \\ \hline 2aa+3a-9 & 5b+2c & 4aa-3a+4 & 5bx+ay \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 2aa+3ab-bb & 3abc & a^3+bb-\ a \\ 4ab-3aa & -\ abc+a^3 & -a^3+ab-2a \\ \hline 7ab-\ aa-bb & 2abc+a^3 & -ab+\ a \\ & & +\frac{2}{3}a \\ & & -\frac{1}{2}a \\ \hline & & bb-1\frac{5}{6}a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1\frac{3}{4}a^3-\frac{2}{3}b^3+5ab-7a \\ -\frac{7}{8}a^3+\frac{3}{4}b^3-4ab+2a \\ \hline \frac{7}{8}a^3+\frac{1}{12}b^3+\ ab-5a \end{array}$$

REGEL. Op de ongelyke Quantiteyten. *Voegt ze nevens elkander met de zelvige tekens.*

$$\begin{array}{llll} a+b & aa-bx & ay & 2z+3y \\ c-d & cx & -cy+dx & -2z+3x \\ \hline a+b+c-d & aa-bx+cx & ay-cy+dx & 3y+3x \end{array}$$

Op de Aftrekking (Substractio.)

REGEL. Op de gelyke Quantiteyten. *Als de tekens* gelyk *zyn*, *zo* trekt *de Quantiteyten van elkander*, *en stelt voor de Rest het zelvige* teken *zo het Aftrekſel het* kleenste *is; anders het* contrary *teken.*

Als de tekens ongelyk *zyn*, *zo* vergaart *de Quantiteyten*, *en stelt voor het Beloop het teken van 't geene daar 't afgetrokken werd:* gelyk volgt:

$$\begin{array}{lllll} +3a & -2b & -\ aa & +3a & -\ b \\ +\ a & -\ b & -2aa & -2a & +2b \\ \hline +2a & -\ b & +\ aa & +5a & -3b \end{array}$$

Waar uyt openbaar is het volgende:

$$\begin{array}{llll} 2aa+3a-6 & 3a+2b & 3aa-2a+6 & 2xy-3y-7 \\ aa+2a-4 & a+3b & 2aa-3a+9 & 3xy-5y-9 \\ \hline aa+\ a-2 & 2a-\ b & aa+\ a-3 & -xy+2y+2 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} a+b & a-b & 3aa-2a+6 & aa+\ ab-bb-cd \\ a-b & a+b & 2aa+\ a-3 & ab-2aa+cc-bb \\ \hline +2b & -2b & aa-3a+9 & 3aa-\ cc-cd \end{array}$$

REGEL. Op de ongelyknamige Quantiteyten. *Voegt ze nevens elkander, midts de tekens van het Aftrekzel omkerende, dat is voor een + een —, en voor een — een + stellende.*

$$\begin{array}{l} a+b \\ c+d \\ \hline a+b-c-d \end{array} \qquad \begin{array}{l} a-b \\ c-d \\ \hline a-b-c+d \end{array} \qquad \begin{array}{r} -aa+bb \\ -cc \\ \hline -aa+bb+cc \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2z+3y \\ 2z-3x \\ \hline 3y+3x \end{array}$$

Op de Vermenigvulding (Multiplicatio.)

REGEL. *Vermenigvuldigende* gelyke *tekens met elkander, zo stelt altyd* $+$, *en* ongelyke *altyd* $-$. of anders : *Is de Vermeniger* $+$ *zo stelt de zelfde tekens van het geene vermenigvuldigt werd, en is hy* $-$ *zo stelt de contrary tekens.*

$$\begin{array}{l} +a \\ +b \\ \hline +ab \end{array} \qquad \begin{array}{l} -a \\ -b \\ \hline +ab \end{array} \qquad \begin{array}{l} +a \\ -b \\ \hline -ab \end{array} \qquad \begin{array}{l} -a \\ +b \\ \hline -ab \end{array}$$

Waar uyt openbaar is het volgende

$$\begin{array}{l} \text{Verm. } a-b+c \\ \hline \qquad\qquad \text{met } +c \\ \text{komt } ac-bc+cc. \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{Verm. } a-b+c \\ \hline \qquad\qquad \text{met } -c \\ \text{komt } -ac+bc-cc \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} a+b \\ a+b \end{array}\right\} \text{Gemult.} \\ \hline aa+ab \\ \quad +ab+bb \\ \hline \text{komt } aa+2ab+bb. \end{array} \qquad \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} aa+2a-3 \\ a-1 \end{array}\right\} \text{Gemult.} \\ \hline a^3+2aa-3a \\ \quad -aa-2a+3 \\ \hline \text{komt } a^3+aa-5a+3 \end{array}$$

Multiplicerende $a+b$ met $a-b$, komt $aa-bb$

Multiplicerende $2a-b+3$ met $a-4$, komt $2aa-ab-5a+4b-12$.

Multiplicerende $aa-ab+bb$ met $a+b$, komt a^3+b^3.

Multiplicerende $y^4+8yy+4$ met $yy-16$, komt $y^6-8y^4-124yy-64$.

Vermenigvuldigt $4a^3+3aa-2a+1$ met $aa-5a+6$, komt $4a^5-17a^4+7a^3+29aa-17a+6$.

Multiplicerende $x^3-2axx+bxx-aax+abb$
met $xx+2ax-bx+ab$

$$\begin{array}{llllll} x^5 & -2ax^4 & -aax^3 & +abbxx & & \\ & +bx^4 & -4aax^3 & -2a^3xx & +2aabx & \\ & +2ax^4 & +2abx^3 & +aabxx & -ab^3x & \\ & -bx^4 & +2abx^3 & -2aabxx & -a^3bx & +aab^3 \\ & & -bbx^3 & +abbxx & & \\ & & +abx^3 & & & \\ \hline \text{komt } x^5 & * & -5aax^3 & +2abbxx & +2aabbx & +aab^3 \\ & & +5abx^3 & -2a^3xx & -ab^3x & \\ & & -bbx^3 & -aabxx & -a^3bx & \end{array}$$

'T Bewys van deze Regel. *'t Is klaar dat + met + vermenigvuldigt werdende + voort brengt: indien men een van de vermenigers vermindert zo is 't zeker dat het vermenigvuldigde mede zal minder wezen, en hen tot niets brengende, dat het product ook tot niets zal gebracht zyn, en hen noch meerder verklenende, dat is gelyk — makende, dat het vermenigvuldigde ook minder als niets, dat is — zal moeten wezen; waar uyt blykt dat + met —, of ongelyke tekens met elkander vermenigvuldigt, — zal moeten voort brengen: en dewyl dit product effectivelyk zo veel kleender werd als die quantiteyt grooter werd (dat is, dat — 7 zo veel kleender is als — 4, als de 7 grooter is als de 4) zo blykt dat het vermenigvuldigde zal vermeerderen, de andere vermeniger, die + gebleven is, verminderende; hen dan tot niets verminderende, zo zal het product zich ook tot niets vermeerderen; en hen noch meer verminderende, dat is tot — makende, zo zal het product in + moeten veranderen, op dat het van niets tot iets zoude vermeerderen; en alzo blykt dat — met — vermenigvuldigt, + moet voort brengen, zo wel als + met +, en daarom gelyke tekens met elkander +, en ongelyke —, dat de Regel behelst. Dit kan ook dienen op de deeling, om dat die het tegendeel is van de vermenigvulding.*

Somtyts wert het vermenigvuldigde alleenlyk afgebeelt door zekere manier van stelling, zonder waarlyk te multipliceren, te weten, men stelt de vermeniger, en het geene vermenigvuldigt moet werden, nevens elkander, met tusschen voeging van de letter M, of eenig ander teken,

Als $a+b$ M $c+d$, of $a+b, c+d$ stelt men voor het vermenigvuldigde van $a+b$ met $c+d$: en $a+b, c$ voor het zelvige van $a+b$ met c, en $a+b, -c$ voor dat van $a+b$ met $-c$: waar uyt openbaar is het volgende:

$$\begin{array}{l} a+b,c \\ \hline \qquad\quad d \\ a+b,cd \end{array} \qquad \begin{array}{l} a+b,-ce \\ \hline \qquad\qquad d \\ a+b,-ced \end{array} \qquad \begin{array}{l} a+b,ce \\ \hline \qquad\quad c \angle f \\ a+b,ce,c \angle f \end{array}$$

Op de Deeling (Divisio)

REGEL, *Deelende* gelyke *tekens door elkander zo stelt altyd* +, *en* ongelyke *altydt* —.

$$\frac{+ab}{+a} \Big| +b \qquad \frac{-ab}{-a} \Big| +b \qquad \frac{+ab}{-a} \Big| -b \qquad \frac{-ab}{+a} \Big| -b$$

Waar uyt openbaar is het volgende:

$$\frac{ab+ac}{a} \Big| b+c, \text{ of dus } a \Big| \frac{ab+ac}{b+c}. \qquad a \Big| \frac{ab+aa-ac}{b+\ a-\ c}$$

$$-a$$

$-a \,|\, \frac{ab-aa}{-b+a}$. $\quad \frac{ab+ac}{b+c} \,|\, a$. $\quad \frac{acx+dx}{ac+d} \,|\, x$. $\quad \frac{ay-y}{a-1} \,|\, y$.

Deelende $da-ac+df-cf$ door $d-c$, komt $a+f$

Deelende $aa+2ab+bb$ door $a+b$, komt $a+b$

Deelende $aa-2ab+bb$ door $a-b$, komt $a-b$

Deelende $aa-bb$ door $a+b$, komt $a-b$

Deelende $y^6-8y^4-124yy-64$ door $yy-16$, komt $y^4+8yy+4$.

Deelende $4a^5-17a^4+7a^3+29aa-17a+6$ door $aa-5a+6$, komt $4a^3+3aa-2a+1$. en

Deelende $x^5-5aax^3+5abx^3-bbx^3+2abbxx-2a^3xx-aabxx+2aabbx-ab^3x-a^3bx+aab^3$ door $xx+2ax-bx+ab$, komt $x^3-2axx+bxx-aax+abb$.

Op de Worteltrekking.

Wy zullen dit alleenlijk door voorbeelden verrichten, om dat de Regelen van deze over een komen met die van de Telkunst, welke U L. alrede bekent zijn.

Gegeven zijnde de $\surd q$ te trekken uyt $aa+2ab+bb$.

$aa \,|\, +2ab+bb$ gegeve
$a \,|\, +b$ uytkomst
$|\, +2a$ deeler

De $\surd q$ uyt aa is a, gestelt in de uytkomst, en verdubbelt, komt voor de Deeler $+2a$; hier mede deelt $+2ab$, komt $+b$, deze stelt mede in de uytkomst, en trekt zijn vierkant, als $+bb$, van het gegevene: en dewyl hier mede alle de quantiteyten van het gegevene gebruykt zijn, zo betoont het dat $a+b$ de vierkante wortel is uyt $aa+2ab+bb$, datlichtelijk getoest werd: en zo met de volgende.

uyt $a^4-2aabb+b^4$ is de $\surd q. aa-bb$

uyt $64xx-160x+100$ is de $\surd q. 8x-10$

uyt $aa+2ac+cc-2ab-2bc+bb$ is de $\surd q. a+c-b$.

uyt $a^3+3aab+3abb+b^3$ is de $\surd c. a+b$

$a^3 \,|\, +3aab+3abb+b^3$
$a \,|\, +b$
$|\, +3aab+3abb+b^3$

$+a$ zijn □ is $+aa$
3 ——— 3 genit.
$+3a \quad +3aa$
$+b^3 \; +bb \quad +b$
$+3abb \quad +3aab$

De $\surd c.$ uyt a^3 is a, die stelt in de uytkomst: zijn vierkant is $+aa$, deze beyde vermenigvuldigt met de genituur van de cubicq. als met 3 en 3., komt $+3a$ en $+3aa$: het laatste vermenigvuldigt met $+b$, en het ander met zyn vierkant, komt $+3abb+3aab$: en dewyl dit met de cubicq van $+b$, dat is met $+b^3$, gelyk is aan het overige van het gegevene, zo betoont het dat $a+b$ de $\surd c.$ is uyt $a^3+3aab+3abb+b^3$.

uyt $a^3 - 3aab + 3abb - b^3$ is de $\sqrt{c.}\ a - b$, en
uyt $27x^6 - 54x^5 + 171x^4 - 188x^3 + 285xx - 150x + 125$ is de $\sqrt{c.}\ 3xx - 2x + 5$.

Uyt het gezeyde is openbaar hoe men de $\sqrt{}\sqrt{}$ en andere hooger wortelen zal konnen extraheren.

III. LIT van de Breuken.

Men zoude de bewerking der Breuken geheel konnen nalaten, om dat die in 't geheel over een komt met de bewerking der Breuken in getallen, waar van wy onderstellen dat men kundig is; en zo daar aan nog iets onbreekt, het zal gemakkelyker vallen zulx te verbeteren werkende met getallen als met quantiteyten: evenwel, om dat het kan dienen om vaster te werden in de bewerking der quantiteyten, zo zullen wy U L. het volgende daar van voordragen.

Uyt die Quantiteyten, dewelke zonder overschot niet konnen gedeelt werden, ontstaan de breuken, even gelijk in de gemeene Rekenkonst: indien [redacted] $a+b$ moet gedeelt werden, zo bekomt men een breuk $\frac{a+b}{ab}$, van dezelve zullen wy het bovenste ab noemen de Teller, en het onderste $a+b$ de Noemer: en staat aan te merken, dat het zelvige even aan de eenheyt is indien de Teller gelijk is aan de Noemer, als in deze $\frac{a+b}{a+b}$, 't welk men bespeurt deelende de Teller door de Noemer.

Indien men een heele Quantiteyt als a, of $a+b$, in de gedaante van een breuk wil stellen, dat menigmaal nodig is, zo stelt men dezelve geheele Quantiteyt als Teller, en daar onder voor Noemer de eenheyt, te weten, men stelt $\frac{a}{1}$ en $\frac{a+b}{1}$.

En indien men dezelvige Quantiteyten zodanig in een breuk wil stellen, zo dat de Noemer is eenige andere Quantiteyt x, zo stelt men $\frac{ax}{x}$, en $\frac{ax+bx}{x}$, of $\frac{a+b,x}{x}$, vermenigvuldigende eerst de gegevene a, en $a+b$, met x, en stellende de uytkomst als Teller, en voegende daar onder de x als Noemer.

Waar uyt volgt, indien men $a + \frac{bc}{x}$ geheel in een breuk begeert te brengen, dat men de geheele Quantiteyt a moet vermenigvuldigen met x, en dan daar onstellen dezelve x voor de gemeene Noemer, te weten. men stelt $\frac{ax+bc}{x}$. Op gelijke manier bekomt men, willende $\frac{bc}{x} - a$ in een breuk veranderen, $\frac{bc-ax}{x}$; en willende $a+b+\frac{aa+bb}{a-b}$ zodanig doen, zo bekomt men $\frac{2aa}{a-b}$.

Van

Van de *Abbreviatio*, of de *Verkorting* der *Breuken*.

Indien van een Breuk de Teller en de Noemer beyde door een zelfde Quantiteyt konnen gedeelt werden, zo kan men dezelve door deeling verkorten, of eenvoudiger maken: gelijk, zo men heeft $\frac{aab}{bc}$, zo kan men de Teller en de Noemer beyde door een zelfde Quantiteyt b deelende, brengen tot $\frac{aa}{c}$; van gelijken $\frac{ab^3}{abc}$ deelende door ab, bekomt men $\frac{bb}{c}$. Op de zelve manier met $\frac{ab+bc}{ac+cc}$ te deelen door $a+c$, heeft men $\frac{b}{c}$; met $\frac{aac-aad}{cd-dd}$, of $\frac{\overline{c-d},aa}{\overline{c-d},d}$ te deelen door $c-d$, bekomt men $\frac{aa}{d}$: met $\frac{aac-aad-bbc+bbd}{cc-dd}$ te deelen door $c-d$, verkrygtmen $\frac{aa-bb}{c+d}$: en $\frac{a^6ccoomm+4a^6ccm^3p}{oopp z^4+4m p^3 z^4}$ verkortende, vint men $\frac{a^6ccmm}{ppz^4}$.

Op dezelve manier werd $\frac{aac-aad-acd+add}{cd-dd}$ gebracht tot $\frac{aa}{d}-a$, ofte $\frac{aa-ad}{d}$, of $\frac{\overline{a-d},a}{d}$; want, deelende $\frac{aac-aad}{cd-dd}$ door $c-d$, men heeft $\frac{aa}{d}$; en $\frac{-acd+add}{cd-dd}$ door $cd-dd$, men heeft $-a$.

Indien men van $\frac{xx-cc}{xx+2cx+cc}$, de Teller en de Noemer beyde deelt door $x+c$, men heeft $\frac{x-c}{x+c}$: van $\frac{a^3-abb}{aa+2ab+bb}$, beyde door $a+b$, men heeft $\frac{aa-ab}{a+b}$: en van $\frac{a^3+b^3}{aa-bb}$, beyde door $a+b$, men heeft $\frac{aa-ab+bb}{a-b}$.

Op dezelve manier Reduceertmen $\frac{a^4-b^4}{aa+ab}$ tot $\frac{a^3-aab+abb-b^3}{a}$, en $\frac{x^3-25x}{xx+10x+25}$ tot $\frac{xx-5x}{x+5}$; en zo met alle andere.

Om de minste Quantiteyt te vinden, dewelke door twee of meer gegevene Quantiteyten, effen opgaande, deelbaar is.

Dewyl 't in de gebrokens menigmaal noodig is een Quantiteyt te hebben, dewelke door twee of meer gegeve Quantiteyten, effen opgaande, kan gedeelt werden, daarom zullen wy de manier, om dezelve te vinden, hier beschryven: en werd gevonden volgens deze.

REGEL. *Indien de gegeve Quantiteyten beyde door een zelfde Quantiteyt, effen opgaande*, ondeelbaar *zijn*, *zo vermenigvuldigt de gegevene Quantiteyten door elkander, komt de begeerde minste Quantiteyt: Maar door een zelfde Quantiteyt* deelbaar *zijnde*, *zo deelt dezelve eerst daar door, en vermenigvuldigt de Quotienten door*

door elkander, en de uytkomst noch met die Quantiteyt door dewelke de gegevene gedeelt zijn, komt het begeerde.

1. *De gegevene Quantiteyten door een zelfde* ondeelbaar zynde.

Gegeven zijnde ab en cd, door dienze ondeelbaar zijn, zo vermenigvuldigt dezelve met elkander, komt $abcd$, voor de begeerde minste Quantiteyt: Want $abcd$ deelende door ab komt cd, en door cd komt ab.

Gegeven zynde $a, bc, 2de$, zo is haar vermenigvuldigde $2abcde$ het begeerde: en gegeven zynde $aa - ab$ en $a + b$ zo is het begeerde $a^3 - abb$.

2. *De gegevene Quantiteyten door een zelfde Quantiteyt* deelbaar *zynde.*

Gegeven zynde aac en cd.

$$\begin{array}{l} c \overline{\qquad\qquad} \\ aa \quad d \\ aad \\ \overline{\qquad} c \end{array}$$

Minste Quant. $aadc$

beyde gedeelt door c, komt aa en d, deze vermenigvuldigt, komt aad, en wederom vermenigvuldigt met de gemeene deeler c, komt $aadc$, de begeerde minste Quantiteyt. Dezelve deelende door aac komt d, en door cd, komt aa. Op dezelve wys handelt met de volgende:

Geg. zynde $aac - aad$ en $cd - dd$.

$$\begin{array}{l} c - d \overline{\qquad\qquad} \\ aa, d \\ aad \\ \overline{\qquad\qquad} c - d \end{array}$$

Minste Quant. $aacd - aadd$

Geg. zynde $a^4 - b^4$ en $aa + ab$

$$\begin{array}{l} a + b \overline{\qquad\qquad} \\ a^3 - aab + abb - b^3, a \\ a^4 - a^3b + aabb - ab^3 \\ \overline{\qquad\qquad} a + b \end{array}$$

M. Quant. $a^5 - ab^4$

Gegeven zynde $x^3 - 25x$ en $xx + 10x + 25$, zo vint men op de zelve manier voor de begeerde minste Quantiteyt. $x^4 + 5x^3 - 25xx - 125x$.

Van de *Reductio* of *Herleyding der Breuken tot een zelfde Noemer.*

REGEL. *Deelt de minste Quantiteyt, dewelke door al de Noemers effen opgaande deelbaar is, door de Noemers, de uytkomsten vermenigvuldigt met de Tellers, de Producten zijn de Tellers van de Begeerdens, en de Noemers van de zelvige is de voornoemde minste Quantiteyt de welke door de Noemers gedeelt is.*

Gegeven zynde $\frac{b^3d}{aac}$ en $\frac{a^3}{cd}$

$$\begin{array}{l} aacd \\ \overline{d \quad aa} \end{array}$$

komt $\frac{b^3dd}{aacd}$ en $\frac{a^5}{aacd}$

zoekt, na 't voorgaande, de minste Quantiteyt dewelke door beyde de Noemers aac en cd, effen opgaande, deelbaar is, komt $aacd$, deze deelt door de Noemers, komt d en aa, en dit vermenigvuldigt met haar

Tel-

Tellers, (te weten yder met de zyne) komt voor de Tellers van de begeerde Breuken b^3dd en a^5: waar onder de voornoemde minste Quantiteyt $aacd$ gesteld als Noemer, komt voor de begeerde Breuken $\frac{b^3dd}{aacd}$ en $\frac{a^5}{aacd}$ En zo met de volgende:

Gegeven zijnde

$$\frac{a^3}{bc} \text{ en } \frac{b^4}{cde} \text{ en } \frac{a^3-b^3}{df}$$

$bcdef$ Minste Quant.

$$\frac{def}{}\quad \frac{bf}{}\quad \frac{bce}{}$$

$$\text{komt } \frac{a^3def}{bcdef} \text{ en } \frac{b^5f}{bcdef} \text{ en } \frac{a^3bce-b^4ce}{bcdef}$$

Gegeven zijnde

$$\frac{b^4}{aac-aad} \text{ en } \frac{a^3+b^3}{cd-dd}$$

$aacd-aadd$ Minste Qu^t^.

$$\frac{d}{}\quad \frac{aa}{}$$

$$\text{k}^t. \frac{b^4d}{aacd-aadd} \text{ en } \frac{a^5+aab^3}{aacd-aadd}.$$

Gegeven zijnde $\frac{a^3}{aa+ab}$ en $\frac{b^5}{a^4-b^4}$

a^5-ab^4 minste Quant.

$$a^3-aab+abb-b^3 \quad a$$

$$\text{komt } \frac{a^3-aab+abb+b^3,\ a^3}{a^5-ab^4} \text{ en } \frac{ab^5}{a^5-ab^4}$$

Noteert, wanneermen twee of meer Breuken heeft, welkers Noemers niet door een zelfde Quantiteyt deelbaar zijn, dat veel voorvalt; zo vermenigvuldigt allcenlijk d'een sijn Teller met al de andere haare Noemers, komt Tellers van de begeerde, welkers Noemer is het vermenigvuldigde der gegevene Noemers.

$$\frac{aa}{b} \times \frac{cd}{e}$$

$$\frac{aae}{be}\quad \frac{cdb}{be}$$

Gegeven zijnde $\frac{aa}{b}$, $\frac{bb}{c}$ en $\frac{ce}{d}$: gegev. zijnde $\frac{aa}{a+b}$ en $\frac{bb}{a-b}$

Komt $\frac{aacd}{bcd}$, $\frac{b^3d}{bcd}$, $\frac{c^3b}{bcd}$ Komt $\frac{a^3-aab}{aa-bb}$ en $\frac{abb+b^3}{aa-bb}$

Dese manier kan ook gebruykt worden in alle andere Breuken; maar dan brengtmenze niet onder een zelfde Noemer op 't eenvoudigste, of 't kleenste, want doende het eerste voorbeelt op deze manier, men bekomt $\frac{b^3cdd}{aaccd}$ en $\frac{a^5c}{aaccd}$, welke zoo eenvoudig niet en zijn als de eerste gevondene, 't en waar datmenze beyde door c verkortede.

Op de *Additio* en *Substractio* der Breuken.

REGEL. *Indien de Noemers ongelijk zijn, zoo reduceertze tot gelijke, en addeert in de Additie, of Substraheert in de Substractie dan de Tellers, 't Beloop, of de Rest, is Teller van 't begeerde, welkers Noemer is de gemeene Noemer.*

Gelijk, om te vergaren $\frac{aa}{c}$ by $\frac{bb}{c}$, komt $\frac{aa+bb}{c}$: $\frac{2ad}{d+e}$ by $\frac{2ae}{d+e}$, komt $\frac{2ad+2ae}{d+e}$, of $2a$: en vergarende $\frac{bd}{b+d}$ en $d+\frac{bb}{b+d}$ by $a-\frac{dd}{b+d}$, komt voor haar beloop $a+\frac{2bd+bb}{b+d}$. En om te trekken $\frac{aa}{c}$ van $\frac{bb}{c}$, rest $\frac{bb-aa}{c}$: $\frac{2ae}{d-e}$ van $\frac{2ad}{d-e}$, rest $\frac{2ad-2ae}{d-e}$, of $2a$: en $\frac{-bd}{b+d}$ van $\frac{dd}{b+d}$, rest $\frac{db+dd}{b+d}$, ofte d.

$$\begin{array}{l} \quad bcd \\ \hline \frac{a^3}{bc} \;,,\; a^3d \\ \frac{b^3}{cd} \;,,\; b^4 \\ \hline \text{verg.} \quad \frac{a^3d+b^4}{bcd} \end{array}$$

Om te vergaren $\frac{a^3}{bc}$ en $\frac{b^3}{cd}$, zo brengtze tot Breuken van even Noemers, en doet dan als voren, of gelijk hier neven: deelt bcd, (de minste Quantiteyt dewelke door de Noemers effen opgaande deelbaar is) door de Noemer bc, komt d; dit vermenigvuldigt met zijn Teller a^3, komt a^3d, zo ook met het tweede, komt b^4, deze vergaart, komt a^3d+b^4, daar onder als Noemer bcd, komt $\frac{a^3d+b^4}{bcd}$. Dese manier komt over een met de Breuken te brengen onder gelijke Noemers, alleenlijk is de Stelling wat beknopter, gelijkmen lichtelijk kan bespeuren. Op dezelve manier

Vergaderende $\frac{aa}{b}$, $\frac{cc}{d}$, $\frac{ee}{f}$, komt $\frac{aadf+ccbf+eebd}{bdf}$.

Vergaderende $\frac{3x}{x+3}$, en $\frac{5y}{xy+3y}$, komt $\frac{3xy+5y}{xy+3y}$.

Vergaderende $\frac{ab}{ad+cd}$ en $\frac{cd}{ab+bc}$, komt $\frac{abb+cdd}{abd+bcd}$.

Vergaderende $\frac{a}{b}$, $\frac{a-b}{a+b}$ en $\frac{aa+bc}{ab+bb}$, komt $\frac{2aa+2ab-bb+bc}{ab+bb}$.

Op dezelve manier kanmen ook handelen in de Substractio, gelijk

$$\begin{array}{l|l} & bcd \\ \hline \frac{b^3}{cd} & b^4 \\ \frac{a^3}{bc} & a^3d \\ \hline & \text{afg.} \quad \frac{b^4-a^3d}{bcd} \end{array}$$

hier neven gedaan is, met $\frac{a^3}{bc}$ te trekken van $\frac{b^3}{cd}$, verschillende alleenlijk hier in met de Additio, datmen nu a^3d trekt van b^4, daarmen te voren dezelvige vergaart heeft.

Trekkende $\frac{3x}{x+3}$ van $\frac{3xy+5y}{xy+3y}$, rest $\frac{5y}{xy+3y}$.

Trekkende $\frac{a^3}{bc}$ van $\frac{b^4+a^3d}{bcd}$, rest $\frac{b^3}{cd}$.

Trekkende $\frac{cd}{ab+bc}$ van $\frac{abb+cdd}{abd+bcd}$, rest $\frac{ab}{ad+cd}$.

Trekkende $\frac{b^4}{aac-aad}$ van $\frac{a^3+b^3}{cd-dd}$, rest $\frac{a^5+aab^3-b^4d}{aacd-aadd}$.

Trek-

Trekkende $\frac{aa-ab}{a+b}$ van a, reſt $a-\frac{aa-ab}{a+b}$, ofte $\frac{2ab}{a+b}$.

Trekkende b van $\frac{2ab+bb}{a+b}$, reſt $\frac{ab}{a+b}$.

Trekkende $b+\frac{cc}{b+d}$ van $a+b$, reſt $a-\frac{cc}{b+d}$.

Op de *Multiplicatio* der *Breuken*.

REGEL. *Vermenigvuldigt de Teller met de Teller, komt Teller; en de Noemer met de Noemer, komt Noemer van 't begeerde.*

Gelijk, om $\frac{a}{b}$ te multipliceren met $\frac{c}{d}$,
zo verm. a met c, komt ac, de Teller,
en verm. $\overline{b}$ met $\overline{d}$, komt $\overline{bd}$, de Noemer van 't beg.

Op dezelve manier handelt met de volgende:

Verm. $\frac{ab}{c}$ met $\frac{de}{f}$, kt. $\frac{abde}{cf}$. Verm. $\frac{aa-bb}{c}$ met $\frac{2ab}{b+c}$ kt. $\frac{2a^3b-2ab^3}{bc+cc}$.

Verm. $\frac{ab^3}{c^3}$ met $\frac{ccc}{db}$. In deze kanmen eerſt de Teller van d'eene, met de Noemer van de andere, beyde door een zelfde Quantiteyt verkorten: als de eerſte zijn Teller met de ander zijn Noemer beyde door b, en de eerſte zijn Noemer met de tweede zijn Teller beyde door cc, komt $\frac{abb}{c}$ en $\frac{c}{d}$; deze vermenigvuldigt, komt $\frac{abbc}{cd}$, voor 't begeerde.

Vermenigvuldigt $\frac{aa+2ab+bb}{ab}$ met $\frac{bb}{a+b}$, komt $\frac{ab+bb}{a}$.

Vermenigvuldigt $\frac{aa+ab}{c}$ met $\frac{bb}{a+b}$, komt $\frac{abb}{c}$.

Vermenigvuldigt $\frac{a^3}{bb}$ met $\frac{cbb}{aa}$ met $\frac{dd}{a}$, komt cdd.

Vermenigvuldigt $\frac{ab}{c}$ met a, komt $\frac{aab}{c}$. men vermenigvuldigt alleenlijk de Teller ab met a, en behoud dezelve Noemer; anders kan men a ſtellen in een breuk, als $\frac{a}{1}$, en doen als voren.

Vermenigvuldigt $\frac{a^3}{ab+bb}$ met $a+b$, komt $\frac{a^3}{b}$.

Verkortende eerſt $ab+bb$ en $a+b$, yder door $a+b$, komt b en 1: of zonder aanmerking van verkorting, deelende de Noemer $ab+bb$, door de eene vermenigvuldiger $a+b$, komt b, en als'er, zijn Teller boven is, komt $\frac{a^3}{b}$, 't begeerde.

Vermenigvuldigt $aa-bb$ met $\frac{aa-ab}{a+b}$, komt $a^3-2aab+abb$.

Vermenigvuldigt $a+\frac{bb}{a-b}$ met $a-2b+\frac{bb}{a}$, dat is $\frac{aa-ab+bb}{a-b}$ met $\frac{aa-2ab+bb}{a}$, komt $\frac{a^3-2aab+2abb-b^3}{a}$, of $aa-2ab+2bb-\frac{b^3}{a}$

Vermenigvuldigt $\frac{a^3}{aa-bb}$ met $aa-bb$, komt a^3. Dewijl hier de eene vermeniger even is aan de ander zijn Noemer, zoo ſteltmen voor

't vermenigvuldigde alleenlijk de Teller van 't gebroken, zonder eenige vermenigvulding te doen, dat veel voorvalt.

Vermenigvuldigt $a + \frac{bb}{a-b}$ met $a - b$, komt $aa - ab + bb$. Vermenigvuldigt eerst a met $a - b$, komt $aa - ab$, en dan $\frac{bb}{a-b}$ met dezelvige $a - b$, komt bb, vergaart, komt als boven.

Op de *Divisio* der *Breuken*.

R E G E L op de Breuken met *gelyke* Noemers. *De Teller van de Quantiteyt die gedeelt moet worden, is Teller; en de Teller van de Deeler, is Noemer van 't Begeerde.*

Gegeven zynde te deelen $\frac{aa}{b}$ door $\frac{cc}{b}$, komt $\frac{aa}{cc}$: stellende de Teller de Quantiteyt die gedeelt moet worden, als aa, voor Teller, en cc, de Teller van den Deeler, voor Noemer, om dat de Noemers gelyk zyn.

Op gelyke manier deelende $\frac{a^3}{aa+bb}$ door $\frac{c^3}{aa+bb}$, komt $\frac{a^3}{c^3}$.

Deelende $\frac{a^3}{c}$ door $\frac{ab}{c}$, komt $\frac{aa}{b}$: In deze werden de Tellers van de gegevene eerst beyde door een zelfde Quantiteyt a gedeelt, anders kan men na de bewerking de Breuk $\frac{a^3}{ab}$ door a verkorten.

Deelt $\frac{a^3 - abb}{c-d}$ door $\frac{aa + 2ab + bb}{c-d}$, komt $\frac{aa-ab}{a+b}$.

R E G E L op de Breuken met *ongelyke* Noemers. *Vermenigvuldigt de Noemer van de Deeler met de ander zyn Teller, komt* Teller; *en de Teller van de Deeler met de ander zyn Noemer, komt* Noemer *van 't Begeerde.*

By Voorbeelt, gegeven zynde te deelen $\frac{a}{b}$ door $\frac{c}{d}$, zo vermenigvuldigt de Noemer van de Deeler d, met de ander zyn Teller a, komt ad, en stelt dat voor Teller: en de Teller van de Deeler c, met de ander zyn Noemer b, komt bc, en stelt dat voor Noemer van 't Begeerde: Gelyk hier neven.

del. $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{ad}{bc}$ beg.

Deelt $\frac{a^3}{c}$ door $\frac{bb}{d}$, komt $\frac{a^3 d}{bbc}$.

Deelt $\frac{y+3}{5}$ door $\frac{20x}{3}$, komt $\frac{3y+9}{100x}$.

Deelt $\frac{aa+bb}{c}$ door $\frac{bb+cc}{d}$, komt $\frac{aad+bbd}{bbc+c^3}$.

Deelt $\frac{a^3-b^3}{a+b}$ door $\frac{aa-ab+bb}{c}$, komt $\frac{a^3c-b^3c}{a^3+b^3}$.

Deelt $\frac{a^3}{b^3}$ door $\frac{ac}{bd}$, komt $\frac{aad}{bc}$. In deze kan men de Tellers beyde eerst deelen door a, en de Noemer door b.

Deelt

Deelt $\frac{aa+ab}{b}$ door $\frac{a^3}{c}$, komt $\frac{ac+bc}{aab}$.

Deelt $\frac{aa-bb}{ac}$ door $\frac{a+b}{c}$, komt $\frac{a-b}{a}$.

Deelt $\frac{a^4-b^4}{aa-2ab+bb}$ door $\frac{aa+ab}{a-b}$, komt $\frac{a^3-aab+abb-b^3}{aa-bb}$, of $a+\frac{bb}{a}$.

Deelt $\frac{a^3}{bb}$ door c, komt $\frac{a^3}{bbc}$: maakt de c tot een Breuk; òf liever, vermenigvuldigt de Noemer van $\frac{a^3}{bb}$ alleenlyk met c, òm dàt die den Deeler is.

Deelt c door $\frac{a^3}{bb}$, komt $\frac{bbc}{a^3}$, nu doet als voren, maar keert alles om.

Deelt $\frac{aa+bb}{c}$ door $a+b$, komt $\frac{aa+bb}{ac+cb}$.

Deelt $a+b$ door $\frac{aa+bb}{c}$, komt $\frac{ac+cb}{aa+bb}$.

Deelt $\frac{a^3}{b}$ door a, komt $\frac{aa}{b}$: deelende de Teller door de Deeler a, om dat zulx kan geschieden.

Deelt $\frac{aa-2ab+bb}{c}$ door $a-b$, komt $\frac{a-b}{c}$.

Deelt $\frac{aa}{c}$ door aa, komt $\frac{1}{c}$.

Deelt a door $\frac{aaa}{b}$, komt $\frac{b}{aa}$.

Deelt $a+b$ door $\frac{aa-bb}{c}$, komt $\frac{c}{a-b}$.

Deelt $a-b$ door $\frac{a-b}{c}$, komt c.

Deelt $aa-ab$ door $\frac{aa-ab}{a+b}$, komt $a+b$.

Van de Extractien der Breuken.

REGEL. *De Wortel uyt de Teller is* Teller, *en uyt de Noemer is* Noemer *van 't Begeerde.*

By Voorbeelt. de Vierkante Wortel uyt $\frac{aabb}{cc}$ is $\frac{ab}{c}$, dewyl de Wortel uyt $aabb$ is ab, en uyt cc is c.

Op dezelve manier is uyt $\frac{a^4-2aabb+b^4}{aa+4ab+4bb}$ de $\sqrt{}$ quadraat $\frac{aa-bb}{a+2b}$; en uyt $4+\frac{64xx-160x}{25}$ is de Vierkante Wortel $\frac{10-8x}{5}$, ofte $2-\frac{8x}{5}$.

Op de zelve manier is de $\sqrt{C}$ uyt $\frac{a^3-3aab+3abb-b^3}{c^3}$, $\frac{a-b}{c}$.

Voorts, indien 't gebeurt dat de begeerde Wortel uyt de gegéve Quantiteyt niet kan getrokken werden, dat meestendeel gebeurt, zo stelt men voor de gegéve Quantiteyt alleenlyk een Teken: als, om de vierkante Wortel te trekken uyt ab, zo stelt men $\sqrt{ab}$; uyt $aa+ab$, $\sqrt{.aa+ab}$. $\sqrt{C.aab}$ betekent de Teerlingze Wortel uyt aab, en $\sqrt{C.aab+b^3}$ dezelvige uyt $aab+b^3$. Mitgaders $\sqrt{\sqrt{ab^3}}$ bediet

diet

diet de Vierkante Vierkante Wortel uyt ab^3, en zo voort, even als in de gemeene *Arithmetica* geleert werd. De vierkante Wortel werd ook wel afgebeeld door $\sqrt{}^2$, de Cubicq Wortel door $\sqrt{}^3$, de vierkante vierkante Wortel door $\sqrt{}^4$, en zo voort, een Wortel hoger het Cyffergetal de eenheit meerder.

Nota. Wy stellen $\sqrt{.aa+ab}$ om af te beelden de vierkante Wortel uyt $aa+ab$, waar voor men nu gemeenlyk stelt $\sqrt{\overline{aa+ab}}$, een streep halende boven die quantiteyten waar toe het teken $\sqrt{}$ zyn opzigt heeft, wanneer dit teken betrekkelyk is tot twee of meer termen. Wy bedienen ons van het eerste om dat het van minder omslag is in het drukken; het lyntje daar boven te stellen is niet alleen oorzaak dat de Regels van een ongelyke afstand werden, maar ook datze veeltyts scheef komen te staan, dat geen goede gestalte aan een boek geeft: om dan dit voor te komen zo hebben wy de streep na gelaten, voegende een punt achter het teken $\sqrt{}$, daar mede te kennen gevende dat de $\sqrt{}$ niet alleen gehoorig is aan de eerste term aa, die het naaste daar aan is, maar aan alle de geene die achter dit punt staan: invoegen dat $\sqrt{.\,aa+ab+ac}$, de vierkante Wortel bediet uyt de geheele quantiteyt $aa+ab+ac$; $\sqrt{.aa+\sqrt{}a^3b}$ drukt uyt de vierkante Wortel uyt $aa+\sqrt{}a^3b$, en zo voort. daar het echter twyffeling zoude veroorzaken, daar zullen wy niet schreumen de streep te gebruyken. een yegelyk kan by zig zelfs daarom doen na zyn believen: wy doen het in dit gedrukte om reden boven verhaalt.

II. HOOFDSTUK.

Van de Specien in de Irrationale quantiteyten.

GElijkerwys de breuken voortkomen uyt die quantiteyten welkers eene door de ander, zonder overschot, niet kan gedeelt werden, alzo komen ook voort de Surdische of irrationale quantiteyten, uyt die gene waar uyt de wortel niet te vinden is.

$\sqrt{}2$, $\sqrt{}ab$, $\sqrt{}c.aab$, en $\sqrt{.ab+cc}$ werden Surdische, of irrationale quantiteyten genaamt, om dat uyt 2, uyt ab, uyt $ab+cc$, niet de $\sqrt{}q$, en aab om dat daar uyt niet de $\sqrt{}c$. kan getrokken werden.

Deze en diergelijke te reduceren, te adderen, te substraheren, te multipliceren, te divideren, en de wortel daar uyt te extraheren is het geene wy voornemen in dit Hoofdeel af te handelen, om dat het in deze konst van veel gebruyk is.

Dewyl alle de regelen, die wy in deze zullen komen voor te dragen,

gen, voortkomen uyt twee hoedanigheden, zo zal het best zyn dat wy deze voor af stellen, op dat men voor af de grond, waar uyt ze voortkomen, zoude weten, en hen vindender wyze verstaan.

I. Hoedanigheyt. *Als twee grootheden met een derde vermenigvuldigt werden, zo is de som van hare producten even aan het vermenigvuldigde van haar som met dit derde; en haar rest aan haar rest.*

Toepassing. Indien a en b twee grootheden zijn, dewelke met een derde c vermenigvuldigt werden, zo is de som van hare producten, $ac+bc$, even zo veel als of men de som van deze a en b, dat is $a+b$, met het derde c vermenigvuldigt, gelijk blijkt uyt het nevenstaande, om dat het beyde $ac+bc$ voortbrengt: waar uyt volgt dat $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$ gelijk is aan $5\sqrt{3}$, vergarende de heeltallen 2 en 3; en uyt het tegendeel, dat $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$ gelijk is aan $3\sqrt{3}$, aftrekkende de heeltallen.

$a \quad b$ ——— c : $ac+bc \infty$ $a+b$ ——— c : $ac+bc$

$2 \quad 3$ ——— $\sqrt{3}$: $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$ is gelijk $2+3$, of 5 ——— $\sqrt{3}$: $5\sqrt{3}$

$5 \quad 2$ ——— $\sqrt{3}$: $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$ is gelijk $5-2$, of 3 ——— $\sqrt{3}$: $3\sqrt{3}$

II. Hoedanigheit. *Indien de hoegrootheid van een wortel quantiteyt met de hoegrootheit van zodanigen wortel quantiteyt gemultipliceert, of gedivideert werd, zo is het product, of het quotient even zodanigen wortel quantiteyt.*

Toepassing. Indien $\sqrt{a}$ met $\sqrt{b}$ vermenigvuldigt of gedeelt werd; zo is de uytkomst in de vermenigvulding $\sqrt{ab}$, en in de deeling $\sqrt{\frac{a}{b}}$: $\sqrt{c.a}$ met $\sqrt{c.b}$ multiplicerende of dividerende, zo is de uytkomst in de vermenigvulding $\sqrt{c.ab}$, en in de deeling $\sqrt{c.\frac{a}{b}}$. en zo voort, altyd zijns gelijke voort brengende.

$\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$ — verm. $\sqrt{ab}$ $\sqrt{a}$ / $\sqrt{b}$ | $\sqrt{\frac{a}{b}}$

$\sqrt{c.a}$, $\sqrt{c.b}$ — verm. $\sqrt{c.ab}$ $\sqrt{c.a}$ / $\sqrt{c.b}$ | $\sqrt{c.\frac{a}{b}}$

De zekerheit hier van ziet men uyt het nevenstaande, aanmerkende dat de gegevene aan elkander gelijk zijn, en by gevolg dat de uytkomsten gelijk moeten wezen, en ook gelijk bevonden werden, dewyl het kenlijk is dat ab is $\infty\sqrt{aabb}$, en ook $\infty\sqrt{c.a^3b^3}$, en dat $\frac{a}{b}\infty$ is aan $\sqrt{\frac{aa}{bb}}$, en ook $\infty\sqrt{c.\frac{a^3}{b^3}}$.

$a\infty\sqrt{aa}$, $b\infty\sqrt{bb}$, verm. ——— $ab\infty\sqrt{aabb}$ $a\infty\sqrt{aa}$, $b\infty\sqrt{bb}$, ——— ged. $\frac{a}{b}\infty\sqrt{\frac{aa}{bb}}$

$a\infty\sqrt{c.a^3}$, $b\infty\sqrt{c.b^3}$, verm. ——— $ab\infty\sqrt{c.a^3b^3}$ $a\infty\sqrt{c.a^3}$, $b\infty\sqrt{c.b^3}$, ——— ged. $\frac{a}{b}\infty\sqrt{c.\frac{a^3}{b^3}}$

Van de Reductie der Surdische quantiteyten.

Om de Surdische quantiteyten, die van ongelijke wortelen zijn, tot een zelfde te brengen.

Als om $\sqrt{ab}$, en $\sqrt{c.aab}$, of $\sqrt{^2 ab}$ en $\sqrt{^3 aab}$, te brengen onder een zelfde wortel.

REGEL. *Zoekt het kleenste getal waar in de tallen der worteltekens effen opgaande deelbaar zijn, en vermenigvuldigt de quantiteyten van de gegevene zoodanig in zich als het quotient aanwyst, deelende het gevondene getal door het getal dat by yder wortelteken staat, en stelt voor het product zoodanigen wortelteken als het gevondene kleenste getal afbeelt.*

Toepassing. Gegeven zijnde $\sqrt{^2 ab}$ en $\sqrt{^3 aab}$ (of $\sqrt{ab}$ en $\sqrt{c.aab}$) zo zoekt eerst het kleenste getal daarin dat 2 en 3 (de tallen die by de $\sqrt{}$ gevoegt zijn) effen op gaan, komt 6: deelt dan deze 6 door 2 en 3, komt 3 en 2, te kennen gevende dat de quantiteyten van die van $\sqrt{^2 ab}$, 3 maal in zich moet vermenigvuldigt werden, of teerlingse wyze, en dat die van $\sqrt{^3 aab}$, 2 maal, of quadraatsche wyze moet gemultipliceert werden; dit doende komt a^3b^3 en a^4bb: voor yder gestelt $\sqrt{^6}$, om dat 6 het kleenste getal is, komt voor het begeerde $\sqrt{^6 a^3b^3}$ en $\sqrt{^6 a^4bb}$, of $\sqrt{qc.a^3b^3}$ en $\sqrt{qc.a^4bb}$.

Op gelijke wyze, $\sqrt{ab}$ en $\sqrt{\sqrt{a^3b+ab^3}}$ onder een wortel teken brengende, zo zullen de uytkomsten zijn $\sqrt{\sqrt{aabb}}$ en $\sqrt{\sqrt{a^3b+ab^3}}$

De zekerheit van de regel blijkt uyt deze bewerking:

$$\sqrt{^2 ab} \qquad\qquad \sqrt{^3 aab}$$
$$\overline{}\ \sqrt{^3}. \qquad\qquad \overline{}\ \sqrt{^2}.$$
$$\sqrt{^2 a^3b^3} \qquad\qquad \sqrt{^3 a^4bb}$$
$$\sqrt{^3}\overline{} \qquad\qquad \sqrt{^2}\overline{}$$
$$\sqrt{^6 a^3b^3} \infty \sqrt{^2 ab} \qquad \sqrt{^6 a^4bb} \infty \sqrt{^3 aab}.$$

Aanmerkende dat de vermenigvulding van de quantiteyten, dat is van de letteren, in zich cubicq of quadraatsche wyze, het wortelteken $\sqrt{^2}$ of $\sqrt{^3}$ niet en verandert, volgens de tweede hoedanigheit, en dat de trekking van de $\sqrt{^3}$, of de $\sqrt{^2}$. zonder de letteren te veranderen, alleenlijk het wortelteken verandert, en zulken wortelteken voortbrengt, als de vermenigvulding der talletjens die by de $\sqrt{}$ staan, te kennen geeft, volgens de regelen van de gemeene worteltrekking.

Als eenige quantiteyt rationaal is, dat is geen Surdisch, zo behoeft men die alleenlyk in zich te vermenigvuldigen zodanig als het teken van die geene vertoont daar aan datze evennamig moet gebracht werden: by voorbeelt, om a en $\sqrt{ab}$ onder een teken te brengen, zo behoeft men alleenlyk a in zich eens te vermenigvuldigen, komt aa, en daar voor het teken $\sqrt{}$ te voegen, en dan is

$\surd\, aa$ en $\surd\, ab$ onder een zelfde teken: hebbende a en $\surd\, c.\, abb$, zo vint men $\surd\, c.\, a^3$ en $\surd\, c.\, abb$. en zo in alle andere gevallen.

Om het Rationale uyt een Surdische quantiteyt weg te nemen.

Veeltyts gebeurt het dat men een Surdische quantiteyt tot een eenvoudiger gedaante kan reduceren, met het geene daar in rationaal is, daar uyt weg te nemen, te weten de zodanige die effen opgaande deelbaar zyn door een rationaal quadraat, cubicq, &c. $\surd\, 75\, aa$ kan herleyt werden tot $5\, a \surd\, 3$, dat van een eenvoudiger gedaante is; en geschiet volgens deze

REGEL. *Deelt de gegeve quantiteyt door een rationaal quadraat, cubicq, &c. en voegt het quotient achter de wortel van dit quadraat, cubicq, &c. als vermeniger.*

Toepassing. Willende $\surd\, 75\, aa$ zodanig reduceren, zo deelt hen door $\surd\, 25\, aa$, komt $\surd\, 3$, dit achter de wortel van $\surd\, 25\, aa$, dat is achter $5\, a$, als vermeniger, komt $5\, a \surd\, 3$; even zynde aan het gegevene $\surd\, 75\, aa$, om dat het gedivideert en gemultipliceert is met een zelfde hoegrootheyt $\surd\, 25\, aa$ en $5\, a$. Men brengt hen ook tot $a \surd\, 75$, de deeling door $\surd\, aa$ doende; tot $5 \surd\, 3\, aa$, zulks door $\surd\, 25$, en tot $10\, a \surd\, \frac{3}{4}$, het zelvige door $\surd\, 100\, aa$ verrichtende.

Op de zelve wyze reduceert men $\surd\, 12$ tot $2 \surd\, 3$: $\surd\, 300$ tot $10 \surd\, 3$, of tot $20 \surd\, \frac{3}{4}$: $\surd .\, a^3 - aab$ tot $a \surd .\, a - b$, om dat het gedeelt kan worden door $\surd\, aa$: $\surd .\, a^3 - 2aab + abb$ tot $a - b \surd\, a$: $\surd\, \frac{bb}{a}$ tot $\frac{b}{a} \surd\, a$, vermenigvuldigende eerst de teller en noemer van $\surd\, \frac{bb}{a}$ met $\surd\, a$, komt $\surd\, \frac{bba}{aa}$, en dan de deeling doende door $\surd\, \frac{bb}{aa}$.

Hebbende $\surd .\, \frac{aaoomm}{ppzz} + \frac{4aam^3}{pzz}$, zo brengt eerst de laatste term onder de zelfde noemer van de eerste, de teller en noemer eerst beyde met $\surd\, p$ multiplicerende, en dan bevint men dat de geheele quantiteyt deelbaar is door $\surd\, \frac{aamm}{ppzz}$, en dewyl het quotient $\surd .\, oo + 4mp$ is, zo blykt dat het gereduceerde is $\frac{am}{pz} \surd .\, oo + 4mp$.

Op dezelve manier werd $\surd\, c.\, a^4 bb$ gereduceert tot $a \surd\, c.\, abb$: $\surd\, c.\, 32$ tot $2 \surd\, c.\, 4$, of tot $4 \surd\, c.\, \frac{1}{2}$: $\surd\, c.\, a^6 - a^4 bb$ tot $a \surd\, c.\, a^3 - abb$, en zo met alle andere.

Van de communicanten, of meetbare Surdische quantiteyten.

Als twee of meer Surdische quantiteyten door een zelfde wortel quantiteyt, gedeelt zijnde, rationale quadraten, cubiquen, &c. voortbrengen, zo noemt men die *communicanten*, *commensurabele*, of meetbare grootheden.

Als

Als $\sqrt{12}$ en $\sqrt{27}$, deze beyde door $\sqrt{3}$ gedeelt zijnde, brengen voort $\sqrt{4}$ en $\sqrt{9}$, of 2 en 3, dies noemt men $\sqrt{12}$ en $\sqrt{27}$ *communicanten.*

Om de *communicanten* onder een zelfde Surdische quantiteyt te reduceren.

REGEL. *Reduceert een van de gegevene tot een eenvoudiger gedaante: dan deelt de overige door het Surdisch van dit eerste, men heeft het rationale.*

Toepassing. Om $\sqrt{12}$ en $\sqrt{27}$ onder een zelfde Surdische quantiteyt te brengen, reduceert $\sqrt{12}$ als boven, komt $2\sqrt{3}$; dan deelt $\sqrt{27}$ door deze $\sqrt{3}$, komt $\sqrt{9}$, of 3; deze 3 met het Surdisch $\sqrt{3}$ vermenigvuldigt, komt $3\sqrt{3}$ voor het tweede: en men heeft $2\sqrt{3}$ en $3\sqrt{3}$.

Op deze zelfde wyze reduceert men $\sqrt{75}$ en $\sqrt{147}$ tot $5\sqrt{3}$ en $7\sqrt{3}$: $\sqrt{32}$ en $\sqrt{72}$ tot $4\sqrt{2}$ en $6\sqrt{2}$: $\sqrt{3}$ en $\sqrt{48}$ tot $1\sqrt{3}$ en $4\sqrt{3}$.

$\sqrt{.a^4+aabb}$ en $\sqrt{.b^4+aabb}$ zodanig reducerende men vind $a\sqrt{.aa+bb}$ en $b\sqrt{.bb+aa}$.

Op de additio *en* substractio *der Surdische quantiteyten.*

REGEL. Op de communicanten.

Reduceertze als voren, en vergaart in de additio, en trekt af in de substractio, het rationale; en voegt by de som, of by de rest, als vermeniger, het Surdische, komt het begeerde.

Toepassing. Willende vergaren $\sqrt{12}$ by $\sqrt{27}$, zo reduceertze, komt $2\sqrt{3}$ en $3\sqrt{3}$: vergaart de rationale 2 en 3, komt 5, en voegt daar nevens de gemeene vermeniger $\sqrt{3}$, komt voor het beloop $5\sqrt{3}$. Trekkende 2 van 3, zo bekomt men $1\sqrt{3}$, of $\sqrt{3}$, voor de rest trekkende $\sqrt{12}$ van $\sqrt{27}$, of $2\sqrt{3}$ van $3\sqrt{3}$.

Op de zelve manier vind men dat van $\sqrt{75aa}$ en $\sqrt{27aa}$, dat is van $5a\sqrt{3}$ en $3a\sqrt{3}$, haar som is $8a\sqrt{3}$, en haar verschil $2a\sqrt{3}$. hebbende $\sqrt{3}$ en $2\sqrt{3}$, zo is haar som $3\sqrt{3}$, en haar verschil $\sqrt{3}$: maar hebbende $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ en $\sqrt{3}$, zo is haar som $1\frac{2}{3}\sqrt{3}$, en haar verschil $\frac{1}{3}\sqrt{3}$, of $\sqrt{\frac{1}{3}}$.

Hebbende $\sqrt{.a^4+aabb}$ en $\sqrt{.aabb+b^4}$, zo is haar som $a+b$, $\sqrt{.aa+bb}$, en haar verschil $a-b$, $\sqrt{.aa+bb}$.

Gegeven zynde $\sqrt{.\frac{4aabb-4aaxx}{bb}}$ en $\sqrt{.bb-xx}$, zo is haar som $\frac{2a+b}{b}$, $\sqrt{.bb-xx}$, en haar verschil $\frac{2a-b}{b}$, $\sqrt{.bb-xx}$.

Indien 't geen communicanten, maar incommensurabele, of onmeetbare zyn.

REGEL.

REGEL. *Vergaart of trekze van elkander af door het teken + of —.*

Toepassing. Om $\sqrt{2}$ by $\sqrt{3}$ te vergaren, men stelt voor de som $\sqrt{2}+\sqrt{3}$; en om $\sqrt{3}$ van $\sqrt{5}$ af te trekken, zo stelt men voor de rest $\sqrt{5}-\sqrt{3}$.

Op de *multiplicatio* der Surdische quantiteyten.

REGEL. *Brengtze onder gelijke tekens indienze ongelijk zijn: dan vermenigvuldigt de hoegrootheden met elkander, en stelt voor de uytkomst het zelfde teken, komt het begeerde.*

Toepassing. Om te vermenigvuldigen $\sqrt{2}$ met $\sqrt{3}$, zo multipliceert 2 met 3, komt 6, daar voor gestelt het zelvige teken, komt $\sqrt{6}$ voor het vermenigvuldigde van $\sqrt{2}$ met $\sqrt{3}$. Op gelyke wys, multiplicerende $\sqrt[3]{2}$ met $\sqrt[3]{3}$, komt $\sqrt[3]{6}$: $\sqrt{ab}$ met $\sqrt{cd}$, komt $\sqrt{abcd}$.

Voor het gemultipliceerde van $\sqrt{.aa+bb}$ met $\sqrt{.aa-bb}$ vind men $\sqrt{.a^4-b^4}$; en voor dat van $\sqrt{bc}$ met a, of met $\sqrt{aa}$, vind men $\sqrt{aabc}$, of $a\sqrt{bc}$.

Vermenigvuldigende $a+\sqrt{bc}$ met $a+\sqrt{bc}$, dat is $a+\sqrt{bc}$ in zich zelfs, of vierkantze wyze, komt $aa+bc+2a\sqrt{bc}$: multiplicerende $3-\sqrt{2}$ in 't vierkant komt $11-6\sqrt{2}$: vermenigvuldigende $2+\sqrt{3}$ met $3+\sqrt{3}$, komt $9+5\sqrt{3}$: ook $\sqrt{ab+\sqrt{aa-bb}}$ met $\sqrt{ab-\sqrt{aa-bb}}$, komt $ab-aa+bb$: en $\sqrt{aa+bb+\sqrt{aa-bb}}$ met $\sqrt{aa+bb-\sqrt{aa-bb}}$, komt $2bb$.

Indien de gegevene communicanten zijn, zo zal het product rationaal wezen, of daar uyt zal de wortel konnen getrokken werden.

Multiplicerende $\sqrt{12}$ met $\sqrt{27}$, dat communicanten zyn, zo is het product $\sqrt{324}$, of 18. $\sqrt{75aa}$ met $\sqrt{27aa}$ vermenigvuldigende, komt $45aa$: en $\sqrt{.a^4+aabb}$ met $\sqrt{.aabb+b^4}$, komt a^3b+ab^3.

Maar wanneer de communicanten in de gereduceerde order staan, zo gebruikt men daar toe deze

REGEL. *Vermenigvuldigt de rationale quantiteyten, en de uytkomst noch met de wortel quantiteyt zonder teken hen aanmerkende, komt het begeerde.*

$a\sqrt{2}$
$b\sqrt{2}$
ab
-2
$2ab$

Toepassing. Gegeven zynde $a\sqrt{2}$ te vermenigvuldigen met $b\sqrt{2}$, zo multipliceert de rationale, als a met b, komt ab, en dit noch met 2, het Surdische zonder aanmerking van zyn teken, komt $2ab$ voor het begeerde.

Op de zelve manier doende, men vind voor het vermenig-

menigvuldigde van $5a\sqrt{3}$ met $3a\sqrt{3}$, $45aa$: en voor dat van $a\sqrt{.aa+bb}$ met $b\sqrt{.aa+bb}$, a^3b+ab^3.

Op de *Divisio* der Surdische quantiteyten.

REGEL. *Brengtze onder gelyke tekens indienze ongelyke hebben: dan deelt de hoegrootheden, zonder aanmerking van de tekens, door elkander, en stelt voor de uytkomst het zelvige teken, komt het begeerde.*

Toepassing. Om te divideren $\sqrt{6}$ door $\sqrt{3}$: zo deelt 6 door 3, de tekens verwerpende om datze gelyk zyn, komt 2, hier voor stelt het zelvige teken, komt $\sqrt{2}$ voor het begeerde. Op gelyke wyze, deelende $\sqrt{^3 6}$ door $\sqrt{^3 2}$, komt $\sqrt{^3 3}$: en $\sqrt{abcd}$ door $\sqrt{ab}$, komt $\sqrt{cd}$.

$\sqrt{.a^4-b^4}$ door $\sqrt{.aa+bb}$, komt $\sqrt{.aa-bb}$:
$\sqrt{.a^3b-ab^3}$ door $\sqrt{.aa-bb}$, komt $\sqrt{ab}$:
$\sqrt{aabc}$, of $a\sqrt{bc}$ door a, komt $\sqrt{bc}$:
$ab+b\sqrt{bc}$ door $a+\sqrt{bc}$, komt b:
$\sqrt{.a^4+2a^3b-2ab^3-b^4}$ door $a+b$, komt $\sqrt{.aa-bb}$.

Vermenigvuldigt eerst de deeler a + b *in zich zelfs, om hen in gelyke tekens te hebben, komt* $\sqrt{.aa+2ab+bb}$ *voor de deeler.*

deelt a^3+abb door $\sqrt{.a^4+aabb}$, komt $\sqrt{.aa+bb}$:
deelt $aa+bb$ door $\sqrt{.aa+bb}$, komt $\sqrt{.aa+bb}$:
deelt $aa+bb$, a door $\sqrt{.aa+bb}$, komt $a\sqrt{.aa+bb}$:
deelt $aa-bc$ door $a+\sqrt{bc}$, komt $a-\sqrt{bc}$:

Om dat deze uyt letters bestaat, daarom volgt hier in de gemeene koers van de divisio, deelende simpelyk aa − bc *door* a − √bc, *men vind de uytkomst, gelyk hier onder.*

dividendum $aa-bc$, $-a\sqrt{bc}$, *komt* $a-\sqrt{bc}$.
divisor $a+\sqrt{bc}$.
$-\sqrt{bc}+a$

En zoo mede in de twee volgende.

deelt $a^3+bc\sqrt{bc}$ door $a+\sqrt{bc}$, komt $aa+bc-a\sqrt{bc}$:
deelt $a^3b-abbc$ door $aa+a\sqrt{bc}$, komt $ab-b\sqrt{bc}$:
deelt $9+5\sqrt{3}$ door $3+\sqrt{3}$, komt $2+\sqrt{3}$.

Maar in deze, alwaar de tweenamige divisor uyt getallen bestaat, moet men eerst deze divisor multipliceeren met zyn tegendeel, of residuum, *om een heeltal te bekomen, en ook het* dividendum, *of het getal om te deelen, als beyde met* $3-\sqrt{3}$, *gelyk volgt.*

divisor $3+\sqrt{3}$ *dividendum* $9+5\sqrt{3}$.
risiduum $3-\sqrt{3}$ ———— $3-\sqrt{3}$.
———— verm. ———— verm.
komt * 6, deeler $12+6\sqrt{3}$.
* 6 ————
$2+\sqrt{3}$ *'t quotient.*

deelt

deelt $2\sqrt{3}$ door $2+\sqrt{3}$, komt $-6+4\sqrt{3}$:
deelt $26-14\sqrt{3}$ door $4-2\sqrt{3}$, komt $5-\sqrt{3}$.
deelt $\sqrt{20}+\sqrt{14}$ door $\sqrt{10}+\sqrt{6}$, komt $\sqrt{12\frac{1}{2}}+\sqrt{8\frac{3}{4}}-\sqrt{7\frac{1}{2}}-\sqrt{5\frac{1}{4}}$.

Deze Regel, even gelyk als in de multiplicatie, past mede op de communicanten, en in de zodanige is het quotient ook altyt rationaal.

deelende $\sqrt{108}$ door $\sqrt{12}$, komt $\sqrt{9}$, of 3:
en $\sqrt{75aa}$ door $\sqrt{27aa}$, komt $1\frac{2}{3}$.

Maar als de communicanten gereduceert zyn, zo kan men opvolgen deze

REGEL. *Deelt alleenlyk de rationale quantiteyten, het quotient is het begeerde.*

Toepassing. Om $ab\sqrt{cd}$ te deelen door $a\sqrt{cd}$, zo deelt alleenlyk de rationale, als ab door a; komt b voor het quotient.

deelende $12\sqrt{2}$ door $2\sqrt{2}$, komt 6:
deelende $a\sqrt{.aa+bb}$ door $b\sqrt{.aa+bb}$, komt $\frac{a}{b}$:
deelende $c\sqrt{ab}$ door $\sqrt{ab}$, komt c.

Op de uyttrekking van de vierkante wortel uyt een binomium, of een tweenamig getal.

Dewyl de Surdische quantiteyten voort komen om dat uyt de zelvige geen wortel kan getrokken werden, zo zal het ook onmogelyk zyn uyt de zodanige de $\sqrt{q}$ te trekken, anders als met byvoeging van het teken $\sqrt{}$: uyt $\sqrt{ab}$ zal de radix quadraat niet anders konnen getrokken werden als met byvoeging van het teken $\sqrt{}$, dat is met te stellen $\sqrt{\sqrt{ab}}$. Maar uyt een tweenamige, of binomium, zal het zomtyts mogelyk wezen volgens deze

REGEL. Om de $\sqrt{q}$ uyt een binomium te trekken.

Trekt de vierkanten der deelen van elkander, en uyt de rest de $\sqrt{q}$, *en de uytkomst vergaart en trekt ook af van het grootste deel van 't binomium, uyt de helft van de som en de rest trekt de* $\sqrt{q}$, *of stelt daar voor het teken* $\sqrt{}$, *en koppeltze met zodanige tekens + of — als de deelen van het gegevene gekoppelt zyn, komt het begeerde.*

Aanmerking. Indien men uyt de rest, trekkende de vierkanten der deelen van elkander, de $\sqrt{q}$ niet kan trekken, zo behoeft men niet verder te gaan, om dat dit een bewys is dat de $\sqrt{q}$ uyt het twenamige niet zal konnen getrokken werden.

Toepassing. Om de $\sqrt{q}$ te trekken uyt $aa+bc+2a\sqrt{.bc}$: de deelen van dit gegevene zyn $aa+bc$ en $2a\sqrt{bc}$; hare vierkanten zyn $a^4+2aabc+bbcc$ en $4aabc$: deze van elkander getrok-

ken rest $a^4 - 2aabc + bbcc$: hier uyt de $\sqrt{q}$, komt $aa - bc$: dit by en van het grootste deel $aa + bc$, komt $2aa$ en $2bc$: gehalveert, komt aa en bc: uyt yder de $\sqrt{q}$, komt a en $\sqrt{bc}$: deze gekoppelt met $+$, om dat het gegeve zodanig gekoppelt is, komt $a + \sqrt{bc}$ voor de $\sqrt{q}$ uyt $aa + bc + 2a\sqrt{bc}$

uyt $a + b - 2\sqrt{ab}$ is de $\sqrt{q}$. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$:

uyt $mm + \frac{pxx}{m} + x\sqrt{4pm}$ is de $\sqrt{q}$. $m + x\sqrt{\frac{p}{m}}$

uyt $3 + \sqrt{5}$ is de $\sqrt{q}$. $2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}$.

$$
\begin{array}{l}
\underline{\qquad\qquad} \sqrt{} \\
9 \quad 5^* \\
\underline{5^*} \\
4 \textit{ Indien dit irrationaal is zo is } 3+\sqrt{5} \textit{ mede zodanig.} \\
\sqrt{}\,\underline{\quad} \\
2 \underline{\qquad\qquad} 2 \\
3 \underline{\qquad\qquad} 3 \textit{ 't grootste deel.} \\
\text{verg.} \underline{\qquad\qquad} \text{afg.} \\
5 \qquad\qquad 1 \\
2 \underline{\qquad\qquad} \\
2\frac{1}{2} \qquad\qquad \frac{1}{2} \\
\sqrt{}\,\underline{\qquad\qquad} \\
\sqrt{2\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \textit{ 't begeerde.}
\end{array}
$$

uyt $33 + \sqrt{800}$ is de $\sqrt{q}$. $5 + \sqrt{8}$:

uyt $18 + \sqrt{308}$ is de $\sqrt{q}$. $\sqrt{11} + \sqrt{7}$:

uyt $11\frac{1}{4} + \sqrt{125}$ is de $\sqrt{q}$. $2\frac{1}{2} + \sqrt{5}$:

uyt $a + b, \sqrt{ab} + 2ab$ is de $\sqrt{q}$. $\sqrt{\sqrt{a^3b}} + \sqrt{\sqrt{ab^3}}$

de deelen zyn $a + b, \sqrt{ab}$ en $2ab$.

$$
\begin{array}{l}
\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \sqrt{} \\
a^3b + 2aabb + ab^3 \text{ en } 4aabb. \\
\qquad 4aabb \underline{\qquad\qquad} 1 \\
\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \text{afg.} \\
a^3b - 2aabb + ab^3 \\
\sqrt{}\,\underline{\qquad\qquad\qquad} \\
{}^*a - b, \sqrt{ab} \\
\quad a + b, \sqrt{ab} \qquad\qquad a + b, \sqrt{ab} \textit{ grootste deel.} \\
{}^*a - b, \sqrt{ab} \qquad\qquad {}^*a - b, \sqrt{ab} \\
\text{verg.} \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \text{afg.} \\
\qquad 2a\sqrt{ab}. \qquad\qquad 2b\sqrt{ab}. \\
2 \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}
\end{array}
$$

$a\sqrt{ab}$

$\sqrt{\frac{a\sqrt{ab}}{\sqrt{\sqrt{a^3b}}} + \frac{b\sqrt{ab}}{\sqrt{\sqrt{ab^3}}}}$ 't begeerde.

uyt $14 - \sqrt{2} - 6\sqrt{5 - \sqrt{2}}$ is de $\sqrt{q.\,3 - \sqrt{5 - \sqrt{2}}}$.

de deelen zyn $14 - \sqrt{2}$ en $6\sqrt{5 - \sqrt{2}}$.

$\square$: $198 - 28\sqrt{2}$ en $180 - 36\sqrt{2}$.

Haar verschil is $18 + 8\sqrt{2}$: hier uyt de $\sqrt{q}$ trekkende volgens voorgaande leering, gelyk hier neven, trekkende de vierkanten der deelen van elkander, &c. komt $4 + \sqrt{2}$: dit by en van het grootste deel $14 - \sqrt{2}$,

18   $8\sqrt{2}$

$\square$: 324   128

128

196

$\sqrt{}$: 14, dit by en van 18

komt 32 en 4

$\frac{}{2}$: 16 en 2

$\sqrt{}$: $4 + \sqrt{2}$

komt 18 en $10 - 2\sqrt{2}$

$\frac{}{2}$: 9 en $5 - \sqrt{2}$

$\sqrt{}$: $3 - \sqrt{5 - \sqrt{2}}$, 't beg.

't Bewys van deze Regel. Of de ontleding over een voorbeelt waar uyt de deugt van de Regel op deze gegeven lichtelyk zal konnen bespeurt werden.

$\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ *is een quant. wiens deelen zyn* $\sqrt{a}$ *en* $\sqrt{b}$.

zyn $\square$ *is* $a + b \pm 2\sqrt{ab}$, *van 't welk de Surdische quantiteyt*, $2\sqrt{ab}$, *2 maal het vermenigvuldigde is van* $\sqrt{a}$ *met* $\sqrt{b}$, *of 2 maal het vermenigvuldigde der deelen van de* $\sqrt{q}$ *uyt* $a + b \pm 2\sqrt{ab}$.

wiens deelen zyn $a + b$ *en* $\pm 2\sqrt{ab}$.

en hare $\square^{en}$ $aa + 2ab + bb$ *en* * $4ab$, *deze* $4ab$, *is 2 maal 2, dat is 4 maal vermenigvuldigde van* a *met* b, *om dat zyn* $\sqrt{}$, *dat is* $2\sqrt{ab}$, *het zelvige 2 maal is van* $\sqrt{a}$ *met* $\sqrt{b}$: *en alzo is* B *altyd het 2voud van* A; *en overzulks* B *getogen van* A *zo zal men altyt* — A *hebben, en*

A (= $aa + 2ab + bb$)   B (= $4ab$)

* $4ab$

afg.

rest $aa - 2ab + bb$ C

$\sqrt{}$: *komt* $a - b$, *dit by en van* $a + b$

komt 2 a *en* 2 b
2 ———
a *en* b
√ ———
√ a *en* √ b
gekoppelt, komt √ a ± √ b,
het eerste gegevene, of de √ q
uyt a + b ± 2 √ ab.

daarom zal ook C *altyt rationaal wezen, en zyn wortel* a — b *zyn, dit by het grootste deel* a + b *vergaart, zo zal* b *altyt verdwynen, om datze van contrary tekens zyn, en men zal het* 2 *voud van* a *hebben, om dat by* 2 *waal met* + *in de additio gevonden werd: en om de zelve reden zal men, in de aftrekking, altyt het* 2 *voud van* b *behouden. In het overige van de bewerking is geheel geen swarigheyt, alleenlyk gewaar werdende dat deze* a *en* b *altyt de zelvige gebleven zyn die in de eerste quantiteyt* √ a ± √ b *gegeven waren.*

II. DEEL.

Van de Reductie der Æquatien en haare Oplossing.

Voor af zullen wy iets zeggen van de Æquatien en haare soorten.

WAnneer een of meer Quantiteyten gelijk zyn aan een of meer andere, of gelijk aan Nul, zo werd dit Æquatie genoemt, ook *Vergelijking*. Indien $ax \propto b$, of $ax - b \propto 0$ is, zo noemt men dit een Æquatie; ook als $x^3 + aaxx \propto bbx + c^3$, of $x^3 + axx - bbx - c^3 \propto 0$ is, en alle diergelijke.

Deze zijn, ten aanzien van de onbekende Quantiteyt x, van veelderley gedaantens,

als $x - a \propto 0$
$xx - ax + bb \propto 0$
$x^3 - axx - bbx + c^3 \propto 0$
$x^4 + ax^3 + bbxx - c^3x + d^4 \propto 0$
$x^5 - ax^4 - bbx^3 + c^3xx - d^4x - e^5 \propto 0$

En zo in 't oneyndig, altyd de volgende Term een x minder by zig hebbende als de voorgaande, of ook xx, of x^3, &c. te weten, dat het onderscheid, dat nu een x is, dan twee x, of drie x, &c. is.

De tekens konnen anders wezen als ze hier gestelt zijn, sommige + die hier —, en — die hier + zijn: by a moet men verstaan alle het bekende van die Term; by bb alle dat van die, en zo voort, want ze komen ons gemeenlijk niet zo eenvoudig voor: sommige van deze Termen konnen ook gelijk o wezen, of daar niet in zijn, uitgenomen de eerste, of de laatste, om dat ze, in zodanigen geval, een andere gedaante konnen aannemen.

De eerste noemt men een Æquatie van een Dimensie, of Afmeting;

ting; de tweede van twee; de derde van drie, en zo voort, naar dat x op het meeste eens, twee, driemaal, &c. daar in gevonden werd: de vier eerste worden yder met een onderscheydene naam genoemt: de eerste heet men Simpele, de twede Vierkante, de derde Teerlingse, en de vierde Vierkante Vierkante Æquatie: maar de andere noemt men als boven, naar mate dat x daar in opklimt.

I. HOOFDSTUK.

Van de Reductie der Æquatien.

De Reductie is een voorberyding tot de Oplossing, als een Æquatie eerst gevonden is, zo is ze gemeenlijk vry onbeschaaft, zo dat men ze door Reductie, of Herlyding merkelijk eenvoudiger kan maken.

I. LIT. *Hoe men door Additio, Substractio, Multiplicatio, Divisio, en Worteltrekking de Æquatien kan reduceren.*

Indien 'er *gelijknamige* Quantiteyten aan een *zelfde* zyde staan, zo vergaart ze, met aanmerking van haar tekens.

Als hebbende $x \infty a + b + a$, zoo vergaart de gelijke $+ a + a$, komt $x \infty 2a + b$: en hebbende $x \infty a + b - 3a$; zo vind men, daar door, $x \infty - 2a + b$; en $x \infty a + b - a$ hebbende, zo vind men $x \infty b$.

Indien 'er gelijknamige aan *weêrzyden* staan, zo brengt die, welke men weg, of gelijk o wil hebben; aan de *andere* zyde, onder zijn contrary teken, en vergaartze.

Hebbende $x - a \infty 3a$, en willende $- a$ weg hebben, zo brengt hem aan de andere zyde, onder zijn contrary teken, dat is onder een een $+$, om dat hy een $-$ is, en vergaartze aldaar; men vind dan $x \infty + 4a$: maar willende de $3a$ weg hebben, men vind, door die middel, $x - 4a \infty 0$. En, hebbende $x + a \infty 3a$, zo vind men, die aan de linker zyde wegnemende, $x \infty 2a$, en die aan de rechter zyde wegnemende $x - 2a \infty 0$.

Indien 'er aan de *eene* zyde een Hoegrootheyt is die men daar van daan wil hebben, zo brengt hem aan de *andere* zyde onder zijn *contrary* teken.

Hebbende $x - a \infty b$, en willende $- a$ aan de linker zyde weg hebben, zo brengt hem aan de rechter zyde, onder het contrary teken $+$, komt $x \infty b + a$: en hebbende $x - b \infty 0$, en willende $- b$ weg hebben, zo vind men $x \infty b$.

Hebbende $xx - ax + bx \infty cc$, en begeerende alleenlijk xx aan de linker zyde over te laten, zo vind men, na deze Regel, $xx \infty$

$+ ax$

$+ax - bx + cc$. En hebbende $d^3 - ccx \infty 2bxx - x^3$, en begeerende alleenlijk x^3, onder het teken $+$, aan een zyde te hebben, zo brengt $-x^3$, met zijn contrary teken, over aan de linker zyde, en $d^3 - ccx$, onder hare contrary tekens, aan de rechter zijde, komt $x^3 \infty 2bxx + ccx - d^3$: maar begeerende aan de rechter zijde alles weg te hebben, men vind $x^3 - 2bxx - ccx + d^3 \infty 0$.

Men zal zien dat deze overbrenging, met het contrary teeken, geschieden mag, indien men aanmerkt dat zulks van $-$ niet anders is als een weerzijdze vergaring van een $+$, en van een $+$ niet anders als een zodanige aftrekking van een $+$: want

hebbende $x - a \infty 3a$ en $x + a \infty 3a$
$+a \infty a$ $+a \infty a$
Verg. ———— ———— Afg.
komt $x \infty 4a$ en $x \infty 2a$

Zijnde de zelfde uytkomsten die hier vooren daar op gevonden zijn door de overbrenging onder het contrary teken. Dat deze gelijk moeten wezen, volgt, om dat, in 't eerste, gelijke by gelijke gedaan worden, en in de tweede, gelijke van gelijke afgenomen werden.

Indien men heeft $xx \infty 4x$, men ziet dat deze eenvoudiger kan gebragt werden met hen weêrzijdts door x te deelen, en dat de weerzijdze uytkomsten zullen moeten gelijk wezen, om dat gelijke door een zelfde gedeelt werden, zulks dat men vind $x \infty 4$.

Hebbende $x^4 \infty ax^3 - bbxx$
xx ————
Men vind $xx \infty ax - bb$, deelende alles door xx.

Hebbende $ax + bx \infty bb$
$a+b$ ————
Men vind —— $x \infty \frac{bb}{a+b}$ deelende alles door $a + b$

Hebbende $axx - bxx \infty aax - bbx + abc$, en deelende alles door $a - b$, men vind $xx \infty ax + bx + \frac{abc}{a-b}$

Indien men heeft $\frac{x}{2} \infty 3$, men ziet dat men hen eenvoudiger kan maken, met hen weerzijdts met de Noemer 2 te multipliceren, om dat de Breuk, in zodanigen geval, zal verdwijnen; en de weerzijdze uytkomsten zullen gelijk wezen, om dat gelijke met een zelfde gemultipliceert werden: dies vind men $x \infty 6$.

Hebbende $x \infty \frac{ab}{x}$, men vind $xx \infty ab$, hen beyde met x vermenigvuldigende.

Hebbende $\frac{xx}{x-b} \infty a$, men vind $xx \infty ax - ab$ hen beyde met $x - b$ multiplicerende.

Hebben-

Hebbende $\frac{xx}{a} \infty \frac{bb}{c}$, zo vermenigvuldigt de Breuken in 't kruys, dat is, d'een zijn Teller met d'ander zijn noemer, komt $xxc \infty bba$; ik zegge gelijk, om dat het een zelfde uytkomst geeft of men dus doet, dan of men ze eerst beyde met a Multipliceerde en dan noch met c, of eens met ac, gelijk men zal ondervinden.

Op de zelve wijze, hebbende $\frac{xx}{a} \infty \frac{xx - ax - bb}{x}$, vind men $x^3 \infty axx - aax - abb$.

Hebbende $x - \frac{ab}{x} + \frac{cd}{e} - \frac{fg}{c} + b \infty 0$.

——————————————— xec Verm.

Men vind $ecxx - abec + ccdx - fgex + ecbx \infty 0$ alles met xec multiplicerende, het vermenigvuldigde zynde van alle de Noemers.

Heeft men $xx \infty 9$, zo trekt uyt beyde de $\sqrt{q}$, komt $x \infty 3$: hebbende $x^3 \infty 27$, zo trekt uyt beyde de $\sqrt{c}$, komt mede $x \infty 3$.

II. LIT. *Wanneer men zo veel Æquatien heeft als men in hen te zamen onbekende Quantiteyten vind: door Reductie een Æquatie te vinden daar in dat 'er maar een is.*

Dit zullen wy niet verder afhandelen als ons in de volgende Vraagstukken van noden zal wezen. x Zal die Quantiteyt wezen die wy zullen overlaten, en y, z, &c. die wy 'er uyt willen Reduceren.

Als men twee Æquatien heeft daar in x en y zijn.

Zoekt uyt de eene wat y is. en stelt het geene daar aan gelijk is in de andere Æquatie voor y, zijn Vierkant voor yy, en zo voort: of, zo y in beyde enkelt is, of zijn Vierkant, &, brengt ze beyde op y, of op yy, en stelt het geene hier aan gelijk is, gelijk aan elkander: men heeft een Æquatie daar in dat maar x is.

Hebbende $x + y \infty a$ en $xy \infty bb$.

Zoekt uyt de eerste wat y is, komt $y \infty a - x$: deze $a - x$: stelt in de tweede in plaats van y, multiplicerende $a - x$ met x, om dat daar in xy is, komt $ax - xx$ voor xy: Zo is dan $ax - xx \infty bb$: daar in maar x is. Of zoekt uyt de tweede wat y is, komt $y \infty \frac{bb}{x}$, dit in de eerste gestelt voor y, komt $x + \frac{bb}{x} \infty a$, alles met x gemultipliceert, komt $xx + bb \infty ax$, over een komende met de eerst gevondene.

Of Reduceertze beyde op y, komt $y \infty a - x$, en $y \infty \frac{bb}{x}$: zo is dan $a - x \infty \frac{bb}{x}$, als beyde gelijk aan y zijnde; of, met x vermenigvuldigt, komt $ax - xx \infty bb$.

Hebbende $yy + aa \infty ax$, en $xx + yy \infty bx$, men vind $ax - aa \infty bx - xx$.

S Heb-

Hebbende $y + 2 \infty 3x$, en $yy + xx \infty 25$.

De eerste op y gereduceert, komt $y \infty 3x - 2$; in 't Vierkant, komt $yy \infty 9xx - 12x + 4$; dit in de tweede gestelt voor yy, komt $10xx - 12x + 4 \infty 25$. Of reduceert de eerste dus $y \infty 3x - 2$, en de tweede dus $yy \infty 25 - xx$: de eerste van deze $y \infty 3x - 2$, in 't Vierkant, komt $yy \infty 9xx - 12x + 4$, of $9xx - 12x + 4 \infty 25 - xx$.

Heeft men drie Æquatien daar in dat x, y, *en* z *zijn.*

Zoekt uyt de eene wat z is, en 't geen daar aan gelijk is, stelt in de twee andere in plaats van z, en zijn Vierkant in plaats van zz, &c. men heeft als dan twee Æquatien waar in dat maar x en y is: die hebbende zo doet als vooren.

Hebbende $x + 11 \infty y + z$: $y + 11 \infty 2x + 2z$: en $z + 11 \infty 3x + 3y$.

Zoekt uyt een van deze wat z is, genomen uyt de eerste, komt $z \infty x + 11 - y$; dit laatste in de tweede gestelt voor z, komt $y + 11 \infty 2x + 2x + 22 - 2y$, of gereduceert, $3y \infty 4x + 11$, en ook in de darde, komt $x + 11 - y + 11 \infty 3x + 3y$, of gereduceert, $11 \infty x + 2y$: Nu heeft men twee Æquatien daar in maar x en y is, als $3y \infty 4x + 11$ en $11 \infty x + 2y$: Hier uyt vind men als vooren een Æquatie daar in maar x is.

Anders: reduceertze alle op z, komt

$z \infty x + 11 - y$: $z \infty \frac{1}{2}y + 5\frac{1}{2} - x$: en $z \infty 3x + 3y - 11$: zoo is dan $x + 11 - y \infty \frac{1}{2}y + 5\frac{1}{2} - x$, en $\frac{1}{2}y + 5\frac{1}{2} - x \infty 3x + 3y - 11$. Twee Æquatien zijnde daar in maar twee onbekende x en y zijn.

Hebbende $xyy \infty 18$, $yzz \infty 48$, en $zxx \infty 16$.

Uyt dit laatste vind men $z \infty \frac{16}{xx}$, zijn vierkant is $zz \infty \frac{256}{x^4}$, dit gemultipliceert met y, komt $yzz \infty \frac{256y}{x^4} \infty 48$, voor de tweede Æquatie, of $256y \infty 48x^4$, of $16y \infty 3x^4$: wy hebben nu $xyy \infty 18$ en $16y \infty 3x^4$: uyt de laatste van deze vind men $y \infty \frac{3x^4}{16}$, of in 't Vierkant, komt $yy \infty \frac{9x^8}{256}$; dit met x gemultipliceert, komt xyy, of $18 \infty \frac{9x^9}{256}$, of $4608 \infty 9x^9$, of $512 \infty x^9$.

Uyt het geene gezegt is blijkt hoe men in 't oneyndig kan voort gaan: hoe men vier Æquatien hebbende hen tot drie zal brengen; vyf hebbende tot vier; en zo voort.

II HOOFTSTUK.

De ontbinding der Æquatien van een Dimensie.

ÆQuatie van een Dimensie is een vergelyking waar in de onbekende quantiteyt is enkelt, of alleenlyk zyn Vierkant, of zyn Teerling, enz. men noemtze ook wel simpele.

Deze kan men alrede ontbinden, om dat men van een Æquatie kan vinden het geene aan een uytgekipte quantiteyt gelyk is, of aan zyn Vierkant, of aan zyn Teerling: evenwel, om de order te voldoen, zullen wy hen hier herhalen.

I LID. *Oplossing der Æquatien van een Dimensie.*

REGEL. Reduceert de Æquatie zodanig dat de Term, of al de Termen, die de begeerde by zig hebben, alleenlyk aan een zyde staan: dan deelt alles door het bekende dat met het onbekende vermenigvuldigt is: de uytkomst is het begeerde zo deze onbekende daar in enkelt is: daar in dubbelt zynde, zo is de $\sqrt{q.}$; daar in drievoudig zynde, de $\sqrt{c.}$ enz. het begeerde.

Toepassing. Hebbende $ax \infty bb + ac$

door a ——————— *gedeelt*,

komt $x \infty \frac{bb + ac}{a}$, of $\infty \frac{bb}{a} + c$.

Hebbende $ax - bb \infty cx + aa$; herschikt, komt $ax - ox \infty bb + aa$, en gedeelt door $a - c$, het bekende dat met x gemultipliceert is, komt $\frac{bb + aa}{a - c}$: hebbende $bx + x \infty bb$, zo vind men $x \infty \frac{bb}{b + 1}$: en hebbende $ax + bb \infty aa - bx$, zo bekomt men $x \infty a - b$.

Gegeven zynde $axx \infty b^3$, zo is $x \infty \sqrt{\frac{b^3}{a}}$; en gegeven zynde $a^3x^3 \infty x^3 + bba^4$, zo is $x \infty \sqrt{c.} \frac{bba^4}{a^3 - 1}$.

De Æquatien zodanig gereduceert wezende, zo zullen wy de waarde van x, of de begeerde quantiteyt, volkomen leren vinden. Dewyl de quantiteyten getallen of lynen afbeelden, zo zullen wy twee bezondere bewerkingen hier in hebben waar te nemen.

1. *De volkomene Oplossing van de Telkunstige Æquatien van een Dimensie.*

Dit werd te wege gebragt door de Specien van de gemeene Telkunst: de quantiteyten wyzen aan op wat wyze men daar in moet vorderen.

 Heb-

Hebbende $x \infty + \frac{bb}{a} + c$, zo wyst dit aan dat men x vind vermenigvuldigende b met b, delende de uytkomst door a, en by het quotient vergarende c: en op deze wyze in alle andere: hierom, $a \infty 2$, $b \infty 4$, en $c \infty 3$ wezende, zo is $bb \infty 16$, $\frac{bb}{a} \infty 8$, en by gevolg $\frac{bb}{a} + c$, of $x \infty 11$.

Hebbende $x \infty \frac{bb}{b+1}$; en is dan $b \infty 5$, zo is $x \infty 4\frac{1}{6}$: hebbende $x \infty \sqrt{\frac{b3}{a}}$; is $b \infty 2$ en $a \infty 3$, zo is $x \infty \sqrt{2\frac{2}{3}}$: maar $x \infty \sqrt{c.\, \frac{bba4}{a3-1}}$ wezende; zo is $xx \infty \sqrt{c.\, 12\frac{6}{13}}$.

Uyt dit weynige kan men zien hoe men in alle andere gevallen zal moeten handelen.

2. *De volkomene oplossing van de Meetkunstige Æquatien van een Dimensie.*

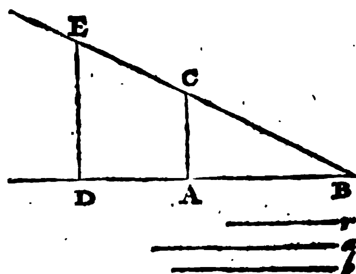
Als de Questie Meetkunstig is, of als de quantiteyten afbeeltsels van rechte lynen zyn, zo heeft dit meerder swarigheit in, om dat men niet gewoon is lynen met lynen te multipliceren, te divideren, en eenige wortel daar uyt te extraheren: dog dit zal haast verdwynen acht nemende op het weynige dat wy nu zullen voordragen.

Als van *vier evenredige* de eerste de *eenheyt* is, zo weet men dat de vierde het vermenigvuldigde is van de tweede en derde; en de tweede (of de derde) de *eenheyt* zynde, dat de vierde het quotient is deelende de derde (of de tweede) door de eerste:

Als van *drie gedurige evenredige* een van de uytterste is de *eenheyt*, dat dan de middelste is de $\sqrt{q.}$ uyt de andere uytterste.

Hier uyt zyn openbaar de volgende Regelen.

REGEL. Om twee lynen met elkander te Vermenigvuldigen: *zoekt een vierde evenredige, daar af een zekere lyn, naar believen genomen, de eenheyt is, en de eerste in order, en de twee gegevene de tweede en derde.*



Toepassing. Indien a en b de gegeve lynen zyn, en r, na believen genomen, de eenheyt afbeelt. Trekt twee verknogte lynen BD BE; en meet daar in af BA ∞r, BC ∞a, en AD ∞b; haalt AC, en daar aan evenwydig DE: zo is CE de begeerde, of CE is ∞ab: want, BA 1 is tot BC a, als AD b tot CE ab.

of

of meet af BC ∞ *b* en AD ∞ *a*, zo is CE mede ∞ *ab*.

REGEL. Om twee lynen door elkander te Divideren: *zoekt een vierde evenredige, waar van de eerste is de Divisor, de tweede de lyn die gedeelt moet werden, en de derde de eenheyt na believen genomen.*

Toepassing. Indien de lynen *a* en *b* gegeven zyn, en *r* de eenheyt is, en dat *a* door *b* moet gedeelt werden. Trekt twee verknochte lynen BD BE; en neemt daar in BA gelyk de deler *b*, BC ∞ *a*, en AD ∞ *r*; halende AC, en daar aan evenwydig DE: zo is CE ∞ $\frac{a}{b}$: want, BA *b* is tot BC *a*, als AD 1 tot CE $\frac{a}{b}$.

Of neemt BC ∞ *r* en AD ∞ *a*, zo is CE mede ∞ $\frac{a}{b}$.

REGEL. Om uyt een gegeve lyn de vierkante wortel te trekken: *zoekt een midden evenredige tusschen de gegeve lyn en een ander die de eenheyt afbeelt.*

Toepassing. Laat *a* die lyn wezen waar uyt de $\sqrt{q}$. moet getrokken werden, en *r* de eenheyt. Voegt GH ∞ *a* aan FG ∞ *r*, en maakt op FH een half rond; dan GI rechthoekig op FH: zo is GI ∞ $\sqrt{q}.\,a$: want, FG 1 : GI *x* : GH *a* zyn gedurig evenredig, en daarom *xx* ∞ *a*, of *x* ∞ $\sqrt{a}$.

Anders. Maakt op GH, de grootste, of ∞ *a*, of ∞ *r*; maar hier ∞ *a*, een half rond, en neemt in de middellyn GF de kleenste, dat is hier ∞ *r*; haalt FI rechthoekig op GH; dan GI: zo is deze ∞ $\sqrt{a}$: want, FG 1 : GI *x*: GH *a* zyn gedurig evenredig, en daarom *xx* ∞ *a*, of *x* ∞ $\sqrt{a}$.

Deze drie wel verstaan hebbende, de Multiplicatie, de Divisie, ende worteltrekking, en wetende dat yder letter een lijn bediet, en dat men een lyn na believen voor de eenheit mag nemen; dog dat

het meestendeel korter bewerking zal geven, dat men een van de gegevene daar toe uytkiest, dewelke het meeste in de quantiteyt, bestaande uyt vermenigvulding en deeling, gevonden werd, en dat men dan deze letter in die quantiteyt moet uitlaten, om dat de eenheit als vermenigvuldiger of deeler aangemerkt, in de vermenigvulding of in de deeling geen uytwerking doet, zo zal men lichtelijk de simpele Æquatien, wanneer de questie meetkunstig is, konnen oplossen: maar om dat het in deze niet genoeg is te hebben een blote beschouwing, maar dat het nodig is van deze handeling te hebben een volkome ervaring, zo zullen wy dit met eenige weynige voorbeelden verklaren.

Heeft men $x \infty \frac{aab}{cc}$, en neemt men a voor de eenheit, zo moet men $x \infty \frac{b}{cc}$ stellen; c voor de eenheit nemende, zo moet men $x \infty aab$ stellen; b daar toe uytkiezende, zo heeft men $x \infty \frac{aa}{cc}$: maar een ander, buyten deze a, b, c, voor de eenheit nemende, zo moet men $x \infty \frac{aab}{cc}$ laten.

Hebbende $x \infty \frac{ab}{c}$, en nemende c voor de eenheit, zo heeft men $x \infty ab$; en overzulx vind men x vermenigvuldigende a met b: maar nemende a gelijk de eenheit, zo heeft men $x \infty \frac{b}{c}$; dies vind men x deelende b door c: gevende met de eerste bewerking een zelfde uytkomst, dat men lichtelijk kan naspeuren.

Heeft men $x \infty \frac{aab}{cc}$, en nemende c voor de eenheit, zo moet men $x \infty aab$ stellen; dies heeft men a met a te multipliceren, en de uytkomst aa nog met b; of men kan eerst a met b vermenigvuldigen, en de uytkomst ab nog met a: maar a gelijk eenheit nemende, zo heeft men $x \infty \frac{b}{cc}$; dies moet men nu c met c multipliceren, en door het product cc de lyn b deelen.

Hebbende $x \infty \frac{a^4}{c^3} + c$, en nemende $c \infty$ d'eenheit, zo heeft men $x \infty a^4 + 1$; dies moet men a met a vermenigvuldigen, en de uytkomst aa met a, en 't product van deze nog met a, of liever aa met aa. komt a^4, en hier by moet men c, of de eenheit vergaren.

Hebbende $x \infty \sqrt{ab}$, en nemende a gelijk de eenheit, zo heeft men $x \infty \sqrt{b}$; dies moet men uyt b de $\sqrt{q}$. trekken. En hebbende $x \infty \sqrt{\frac{aab}{c}}$, of $\infty a\sqrt{\frac{b}{c}}$, en nemende $a \infty$ d'eenheit, zo heeft men $x \infty \sqrt{\frac{b}{c}}$; dies moet men eerst b door c deelen, en dan uyt het komende de $\sqrt{q}$. trekken.

Heeft

Heeft men $x \infty \sqrt{\frac{abc}{d}}$, of $x \infty abc$, nemende $d \infty$ d'eenheit, zo moet men eerst de lyn abc vinden op vorige wijze, en dan uyt dezelve de $\sqrt{q}$. trekken.

Maar hebbende $x \infty \sqrt{3aa}$, of $x \infty a\sqrt{3}$, en nemende $a \infty$ d'eenheit, zo heeft men $x \infty \sqrt{3}$; daarom zo moet men uyt 3 de $\sqrt{q}$. trekken, gelijk hier neven vertoont werd, nemende GH ∞ 3, dat is $\infty 3a$, en GF ∞a; zo is GI $\infty \sqrt{3}$.

Hebbende $x \infty \sqrt{\sqrt{a^3b}}$, of $x \infty \sqrt{.a\sqrt{ab}}$, en nemende $a \infty$ d'eenheit, zo heeft men $x \infty \sqrt{\sqrt{b}}$. dies moet men uyt b de $\sqrt{q}$. trekken; en uyt het komende $\sqrt{b}$ wederom dezelve wortel, komt alzo $\sqrt{\sqrt{b}}$.

Dit zal genoeg wezen, om de beginselen, in alle gevallen, alwaar 't mogelijk is dezelve te gebruyken, toe te passen: maar dewyl het zomtyts korter is geen eenheit aan te merken, en bygevolg de voorgaande beginselen niet te gebruyken, zo zullen wy, wegens het zelve, hier nog iets by voegen.

Eenige aanmerkingen, om de gereduceerde Æquatien op te lossen zonder een lyn voor de eenheit te nemen.

Indien men heeft $x \infty \frac{ab}{c}$; zo is c tot a als b tot $\frac{ab}{c}$: dies moet men een vierde evenredige zoeken tot c, a, b: is BA ∞c, BC ∞a, AD ∞b; zo is CE $\infty \frac{ab}{c}$, de begeerde.

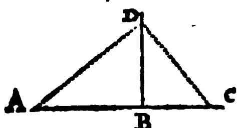
Hebbende $x \infty \frac{ab}{c+d}$; zo zijn $c+d$ a/ b/ $\frac{ab}{c+d}$ evenredig. Is dan BA $\infty c+d$, BC ∞a, AD ∞b, zo is CE ∞x.

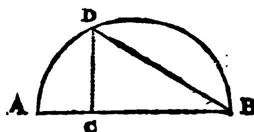
Hebbende $x \infty \frac{\overline{a+b},c}{d}$, of $\infty \frac{ac+bc}{d}$, zo is 't d/ $a+b$// c? komt $\frac{\overline{a+b},c}{d} \infty x$.

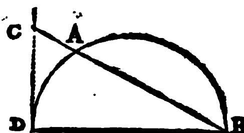
Hebbende $x \infty \frac{ab}{c}+d$, zo moet men eerst de lyn $\frac{ab}{c}$ zoeken, en aan de uytkomst de lyn d voegen.

En hebbende $x \infty \frac{abc}{de}$, zo is 't d, a, b? komt $\frac{ab}{d}$; en dan e, $\frac{ab}{d}$, c? komt $\frac{abc}{de} \infty x$: dies moet men eerst zoeken een vierde evenredige tot d, a, b; en dan een tot e, de gevondene, en c.

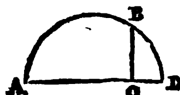
Indien men heeft $x \infty \frac{aa}{b}$, zo zijn b: a: $\frac{aa}{b}$, gedurig evenredig: dies heeft men alleenlijk een derde evenredige te zoeken tot b en a, die gevonden werd a tweemaal nemende, of op andere manieren, door de volgende figuren aangewezen: nemende AB ∞b en BD ∞a, zo is BC $\infty \frac{aa}{b}$, of ∞x. In-

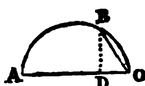






Indien men heeft $x \infty \sqrt{ra}$, zo moet men tusschen r en a een midden evenredige zoeken, of een wiens vierkant is ∞ de rechthoek van ra: deze is BO indien AO is $\infty\, a$ en OD $\infty\, r$.

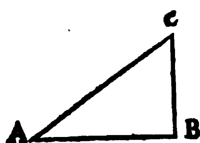




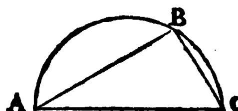
maar hebbende $x \infty \sqrt{\frac{abc}{d}}$, zo zoekt eerst een vierde evenredige tot d, a, b, en dan tusschen de uytkomst en c een midden evenredige.

Hebbende $x \infty \sqrt{\frac{aabb}{cd}}$, of $x \infty \frac{ab}{\sqrt{cd}}$, zo moet men eerst $\sqrt{cd}$ vinden, en dan een vierde evenredige tot $\sqrt{cd}$, a, b.

Indien men heeft $x \infty \sqrt{.\,aa+bb}$, of $xx \infty aa+bb$, zo moet men een rechthoekige driehoek maken, waar van dat het eene Been is gelijk a, en het ander gelijk b, zo is de schuynze gelijk $\sqrt{.\,aa+bb}$. is B recht, AB $\infty\, a$, en BC $\infty\, b$, zo is AC $\infty \sqrt{.\,aa+bb} \infty x$.



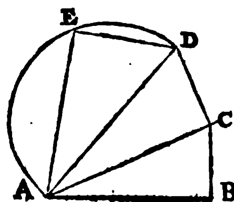
Heeft men $x \infty \sqrt{.\,aa-bb}$, of $xx \infty aa-bb$, zo moet men een zodanigen driehoek maken waar van de schuynze is $\infty\, a$, en het eene been $\infty\, b$, zo is het ander been $\infty \sqrt{.\,aa-bb}$. is AC $\infty\, a$, daarop gemaakt een halfrond, en neemt men daar in AB $\infty\, b$, zo is BC $\infty\, x$.



Hebbende $x \infty \sqrt{.\,\tfrac{1}{4}aa+bb}$, zo moet men een rechthoekigen driehoek maken waar van het eene been is $\infty \tfrac{1}{2}a$, en het ander $\infty\, b$, zo is de schuynze $\infty\, x$.

En hebbende $x \infty \sqrt{.\,aa+bb+cc-dd}$, of $xx \infty aa+bb+cc-dd$; zo zoekt eerst een lyn wiens vierkant is $\infty\, aa+bb$; dan een wiens vierkant is $\infty\, aa+bb+cc$; en dan een welkers vierkant is $aa+bb+cc-dd$.

Indien de hoeken B, ACD, AED recht zijn; AB $\infty\, a$, BC $\infty\, b$, CD $\infty\, c$, en DE $\infty\, d$, zo is AE $\infty\, x$.



III HOOFTSTUK.

De ontbinding der Æquatien van twee Dimensien.

ÆQuatie van twee Dimensien, of een Vierkante Æquatie, is een vergelyking van drie Termen, waar van de twee de onbekende by zig hebben, en zodanig dat ze in de eene het Vierkant is van 't geene dat ze in de andere is.

De Æquatie $xx - qx - rr \infty o$, ook de Æquatie $x^4 - qxx - rr \infty o$, bestaan yder van drie Termen, de twee hebben de onbekende by zig, als xx en qx, ook x^4 en qxx, en in de eerste is de onbekende het Vierkant van 't geene dat ze in de andere is; xx is het vierkant van x by de q gevoegt in de eerste, en x^4 is het vierkant van xx by de q staande in de tweede

Door de verandering die de Tekens konnen hebben, konnen deze van drie'erley gedaante wezen

of 1. $xx \infty + qx + rr$
of 2. $xx \infty - qx + rr$
of 3. $xx \infty + qx - rr$

Om deze te ontbinden, of om uyt hen de waarde van x te vinden, zo dient het volgende.

Oplossing der Æquatien van twee Dimensien, of van de Vierkante Æquatien.

REGEL. Stelt $x \infty$ de helft van de bekende quantiteyt die met x gemultipliceert is, + of − de $\sqrt{}\,q$. uyt het vierkant van deze helft vergaart by de bekende Term: de Tekens zodanig stellende als het gegevene aanwyst.

Zo dat, volgens deze Regel,

Van $xx \infty + qx + rr$, de $x \infty + \frac{1}{2}q \pm \sqrt{}.\frac{1}{4}qq + rr$ is. — vals
Van $xx \infty - qx + rr$, de $x \infty - \frac{1}{2}q \pm \sqrt{}.\frac{1}{4}qq + rr$ is. — vals
Van $xx \infty + qx - rr$, de $x \infty + \frac{1}{2}q \pm \sqrt{}.\frac{1}{4}qq - rr$ is.

Weest gedagtig dat de tweede Wortelen, van de twee eerste vergelykingen, als $+\frac{1}{2}q - \sqrt{}.\frac{1}{4}qq + rr$, en $-\frac{1}{2}q - \sqrt{}.\frac{1}{4}qq + rr$ vals zyn, of dat ze minder zyn als niets: het eerste blykt om dat $\sqrt{}.\frac{1}{4}qq + rr$ groter is als $\frac{1}{2}q$, en het tweede blykt om dat alles — is: mede, dat in de derde vergelyking geen Wortel zal wezen wanneer rr groter is als $\frac{1}{4}qq$, om dat het Surdische $\sqrt{}.\frac{1}{4}qq - rr$

als dan een — zoude wezen, dat absurt is, om dat het Vierkant van een quantiteyt, die + of — is, altyt een + voortbrengt.

Is $xx \infty 2ax - aa$, zo is $x \infty a$: is $xx \infty 2ax + 2cx - 4ac$, zo is $x \infty 2a$, of $\infty 2c$: is $xx \infty -\frac{a}{b}x + c$, zo is $x \infty -\frac{a}{2b} \pm \sqrt{.\frac{aa}{4bb} + c}$, of $\infty \frac{-a \pm \sqrt{.aa + 4bbc}}{2b}$: hebbende $xx \infty 4x + 12$, zo is $x \infty 6$, of $\infty -2$: hebbende $xx \infty 2x + 7$, zo is $x \infty 1 \pm \sqrt{8}$, of $\infty 1 \pm 2\sqrt{2}$: hebbende $xx \infty abx + dex - agx + fex - cfg + adf + bbc$, zo is $x \infty \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq - cfg + adf + bbc}$, stellende q te wezen $\infty ab + de - ag + fe$

Indien men heeft $x^4 \infty qxx + rr$, en stelt men $y \infty xx$

zo heeft men $yy \infty qy + rr$

of $y \infty \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$, na de Regel

of $xx \infty \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$

$\sqrt{}$ ———————————

of $x \infty \sqrt{.\frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}}$

Waar uyt blykt, om de waarde van x te vinden uyt een vierkante Æquatie van vier Dimensien, als van $x^4 \infty qxx + rr$, dat men niet anders te doen heeft, als de Wortel te zoeken volgens de Regel op die van twee Dimensien, en uyt de uytkomst te trekken de $\sqrt{q}$.: de $\sqrt{c}$. als men een Vierkante Æquatie heeft van ses, en de $\sqrt{}\sqrt{}$ als men een heeft van acht Dimensien, en zo in 't oneyndig: want,

hebbende $x^6 \infty qx^3 + rr$

zo heeft men $yy \infty qy + rr$, stellende $y \infty x^3$.

en daarom $y \infty \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$ na de Regel.

of $x^3 \infty \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$

$\sqrt{c}.$ ———————————

of $x \infty \sqrt{c.\frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}}$

Dies is van $x^4 \infty + qxx + rr$, de $x \infty \sqrt{.+\frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}}$.

van $x^4 \infty - qxx + rr$, de $x \infty \sqrt{.-\frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}}$.

van $x^4 \infty + qxx - rr$, de $x \infty \sqrt{.+\frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq - rr}}$.

Byvoegsel. Maar dewyl de voorgaande Regel vereyst dat de eene term geheellyk bestaat uyt de onbekende quantiteyt, en het zomtyts veel breuken veroorzaakt, als de hooft term xx, x^4 enz. met een of meer bekende vermenigvuldigt is, en men de geheele Æquatie door deze bekende deelt, als hebbende $cxx \infty ax + b$, zo kan men de Æquatie in die order laten, en trekken uyt $ax + b$ de $\sqrt{q}$. als voren, alleenlyk met dit onderscheit, *dat men de bekende term ($+b$) met de quantiteyt multipliceert die by de hooft term staat*, dat is hier met c, *en dat men de zelve ook als deeler voege onder de geheele bekomene Wortel*: zulx dat na dit byvoegsel

Van

Van $cxx \propto ax + b$, de $x \propto \frac{\frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa + cb}}{c}$ is.

Van $dxx \propto -2agx + bcd$, is $x \propto \frac{-ag \pm \sqrt{.aagg + bcdd}}{d}$.

Van $5xx \propto 4x + 3$ is de $x \propto \frac{2 \pm \sqrt{19}}{5}$.

Van $ddxx - ccxx \propto a^3x - b^4$ is $x \propto \frac{\frac{1}{2}a^3 \pm \sqrt{.\frac{1}{4}a^6 - ddb^4 + ccb^4}}{dd - cc}$

Van $ddx^4 \propto \begin{matrix} -abcd \\ +gloe \end{matrix} xx \begin{matrix} +a^6 \\ -b^6 \\ +c^6 \end{matrix}$ is $x \propto \sqrt{.\frac{\frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + a^6 - b^6 + c^6dd}}{dd}}$.

Stellende $q \propto -abcd + gloe$.

Dat deze bewerking een zelfde uytkomst geeft met het voorgaande blykt op deze wyze

boven is gegeven $cxx \propto ax + b$

c ———————— *gedeelt*.

komt $xx \propto \frac{ax}{c} + \frac{b}{c}$: hier uyt de wortel

na de eerste Regel, komt $x \propto \frac{\frac{1}{2}a}{c} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}aa}{cc} + \frac{b}{c}}$

———————— *c vermenigv.*

komt $cx \propto \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa + bc}$

c ———————— *gedeelt*.

komt $x \propto \frac{\frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa + bc}}{c}$, even zynde aan het geene hier boven na dit byvoegsel daar voor gevonden is.

De zekerheit van de Regel kan men gewaar werden als men een proef op de uitkomst maakt. By voorbeelt op het eerste geval alwaar $xx \propto qx + rr$ is, en gezegt word dat $x \propto \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$ is: dit in 't vierkant, komt $xx \propto \frac{1}{2}qq + rr \pm q\sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$; dit moet dan wezen $\propto qx + rr$, of $\frac{1}{2}qq \pm q\sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr} \propto qx$: maar dit is zo, want, multiplicerende $x \propto \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$ met q, men heeft deze $\frac{1}{2}qq \pm q\sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$. zo geeft dan de Regel in dit geval de waare uytkomst: op deze wyze kan men mede de proef maken op de twee andere gevallen.

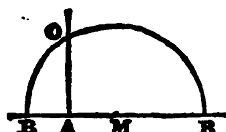
Als de questie meetkunstig is, of dat de quantiteyten lynen afbeelden, zo kan ons het voorgaande mede dienen om de lengte van de lyn x te vinden: want, hebbende $xx \propto qx + rr$, waar door $x \propto \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$ is, zo zoekt de lengte van de lijn $\sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$, na de leering van 't voorgaande hoofdstuk; deze lengte gevoegt by $\frac{1}{2}q$, men heeft de waare, en daar van afgenomen, men heeft de valze wortel; of beyde de lengtens van de lyn x passende op deze Æquatie.

Dog het zal in dit geval niet nodig wezen de wortel van de Æquatie op die wyze af te beelden: maar het zal genoeg zyn hen tot de drie eerst gestelde formen te reduceeren, als tot

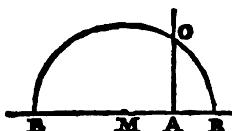
1. $xx \infty + qx + rr$
2. $xx \infty - qx + rr$
3. $xx \infty + qx - rr$, en dan op te volgen deze

REGEL. Tot de oplossing der meetkunstige vierkante Æquatien.

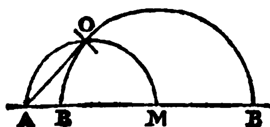
Laat AB *de lyn wezen daar* x *ingenomen is, beginnende van* A, *en voortlopende na de rechterzyde.*



op $xx \infty + qx + rr$



op $xx \infty - \frac{1}{2}qx + rr$



op $xx \infty + qx - rr$

1. Neemt in AB, of in de lyn x, AM $\infty \frac{1}{2}q$; aan de rechter zyde van A als men heeft $+q$, en aan de linker zyde als men heeft $-q$.

2. Trekt uyt A een rechthoekige op AB, en neemt daar in AO $\infty\, r$ als men heeft $+rr$: maar maakt op AM een halfrond, en neemt daarin AO $\infty\, r$ als men heeft $-rr$.

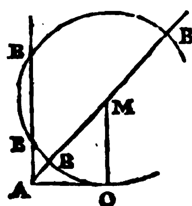
3. Haalt uyt M door O een kring, snydende AB ter rechter zyde van A in B, en ter linker zyde mede in B.

4. AB en AB zyn yder $\infty\, x$: AB ter rechter zyde van A is de waare, en AB ter linker zyde van A is de valse wortel.

Hier uyt blykt mede dat de twee eerste gevallen yder hebben een valze wortel, maar het derde geval niet, daarin zynze beyde waare.

Ook ziet men dat het niet nodig is de kring BOB te halen, het is genoeg dat men de lengte van M tot O overbrengt in de lyn x, van M af ter rechter en ter linker zyde tot in B en B.

ANDERS. Op de wyze van Cartesius.



Maakt AO $\infty\, r$; stelt daar op rechthoekig OM $\infty \frac{1}{2}q$, en haalt uyt M door O een kring: dan trekt uyt A een rechte door M als men heeft $+rr$; maar evenwydig aan OM als men heeft $-rr$ snydende de kring in B, B: zo is AB en AB yder $\infty\, x$.

Van AB door M getrokken is de langste AB de waare, en de kortste AB de valse wortel als men heeft $+qx$; maar de korste AB is de waare, en de langste AB de valze als men heeft $-qx$: maar van AB evenwydig aan OM getogen zyn ze beyde, de korste en langste; de waare wortelen.

Weest gedagtig dat men by q moet verstaan alle het bekende dat met x gemultipliceert is, en by rr de geheele bekende term, of by r zyn $\sqrt{q}$. mits dat de hooft term xx geen bekende by zig heeft, en die hebende dat de Æquatie alvorens daar door gedeelt is.

Zo dat, hebbende $cxx \infty adx + bef$, zo moet men ze eerst door c deelen, komt $xx \infty \frac{ad}{c}x + \frac{bef}{c}$, en dan aanmerken dat q is ∞ $\frac{ad}{c}$, en $rr \infty \frac{bef}{c}$, of $r \infty \sqrt{\frac{bef}{c}}$.

En heeft men $x^4 \infty + qxx + rr$
$x^4 \infty - qxx + rr$
$x^4 \infty + qxx - rr$

($a \infty$ *d'eenheit uit hen weg genomen hebbende*)

Zo doet als voren; en zoekt een midden evenredige tusschen AB, die men vind als boven, en de eenheit, men heeft de begeerde wortel uyt deze Æquatie.

Hebbende $x^4 \infty ab\,xx + cdef$, en nemende $a \infty$ d'eenheit, zo kan men hen vergelyken met $x^4 \infty aqxx + aarr$, en dan vind men dat q is ∞b, en $r \infty \sqrt{\frac{cdef}{aa}}$.

Dat deze twee Regelen een waare uytkomst geven, zal men bevinden hen vergelykende met de geene die wy in 't begin van dit hooftstuk hebben voorgedragen. In de eerste van deze twee is in yder geval MO gelyk het Surdische: in het eerste en tweede geval is hy $\infty \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq + rr}$, en in het derde $\infty \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - rr}$; en om dat AM in yder van deze is $\infty \tfrac{1}{2}q$, zo ziet men dat AB moet wezen ∞x. In die van *Cartesius* is AM $\infty \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq + rr}$ in het eerste en tweede geval, en om dat daar in MB is $\infty \tfrac{1}{2}q$, zo is daarom AB ∞x: in het derde geval is de helft van BB $\infty \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - rr}$, en om dat van dit midden tot aan A is ∞ $\tfrac{1}{2}q$, zo blykt dat AB in dit geval mede is ∞x.

Hier by zullen wy afkorten, om dat wy geen questien in dit Boek voornemens zyn te verhandelen als die een van deze twee Æquatien, de simpele of de vierkante, zullen uytleveren.

III. DEEL.

Van de vinding der Æquatien
toegepast in de
OPLOSSING der QUESTIEN.

DE vinding van de Æquatien is nog overgebleven van de drie dingen die wy in 't begin gezegt hebben dat in de Algebra waren waar te nemen. Men kan geen wetten of Regelen maken om deze te vinden; yder Questy vereyst een bezondere weg om hen tot een vergelyking te brengen: in 't generaal kan men echter dit daar van zeggen: dat men quantiteyten of letteren moet stellen voor alle de dingen die schynen nootzakelyk te wezen om de questie te ontbinden, niet alleen voor de onbekende, maar ook voor de bekende als deze laatste lynen zyn; maar getallen wezende, zo kan men die gebruyken, of men kan der mede de letteren voorstellen: dan moet men de eygenschappen, die in de Questie aangemerkt konnen werden, doorlopen, naspeurende hoedanig zy onderling van elkander af hangen, om te zien of men daar door een weg kan vinden om een zelfde zaak op tweërley wyze uyt te drukken; en zo dit niet wil gelukken, zo moet men onderzoeken, of dit zal konnen geschieden, eerst zoekende een vierde of een derde evenredige enz. is de Questie Telkunstig, maar Meetkunstig zynde, halende parallelen, perpendicularen enz., waar door de afgebeelde dingen, bekent, of onbekent zynde, door bekende eigenschappen aan een gebonden zyn; en dan zal de vinding, om een zelfde zaak op tweërley wyze af te beelden, of om een Æquatie te hebben, daar door openbaar wezen: en men moet zo veel van zodanige Æquatien vinden als 'er onbekende quantiteyten genomen zyn, of liever als 'er onbekende in deze Æquatie gevonden werden, mits dat 'er dan, om de andere Æquatie, of Æquatien te vinden, geen andere onbekende moeten gebruykt werden als 'er alrede in deze zyn; en indien men niet zo veele van hen vind, en dat men evenwel alle de eigenschappen van de Questie in de gevondene alrede gebruykt heeft, zo is dit een bewys dat het voorgestelde niet volkomen bepaalt of gebonden is; en men mag dan, van de onbekende, zo veele van hen voor bekent nemen als men Æquatien minder gevonden heeft als 'er onbekende genomen zyn, hen een groote toevoegende na believen. Dit weynige voor af gezegt hebbende, zo zullen wy overgaan tot de ontbinding van de Questien,

waar in het gezeyde, zo nu en dan, daar het te pas komt, zal herhaalt en toepasselyk aangewezen werden, en voornamelyk in 't begin, want daar na zal het als een bekende zaak onderstelt werden.

QUESTIEN of VRAAGSTUKKEN.

Deze te ontknopen is het Doel van de Stelkunst: hier door werd men niet alleenlyk vast in alle het voorgaande, om dat men het zelve menigmaal moet herhalen, maar men bekomt ook een bequaamheyt om de Questien gemakkelyk en veerdig te solveren, en voornamelyk alsze niet swaar zyn: en daarom zullen wy U L. hier van een goet getal voordragen, en dat van de uytgelezenste, op dat men niet alleen de gezeyde nuttigheyt daar door bekome, maar ook op dat men het zelfde verkryge op een aangename wyze: om welke reden wy ook wederom, als in de eerste druk, de Tel en Meetkunstige, de bepaalde en onbepaalde door elkander zullen laten vloeyen: niet alleen om dat de lichtste van yder soort zoude konnen voorgaan, en de swaarder, na haare opklimming volgen, maar ook om dat men geen walging zoude krygen met een zelfde spys te lang op te dissen. Wy zullen ook de Questien van de eerste druk U L. hier wederom voordragen, echter met deze verandering, dat wy eenige weynige zullen uytlaten, die wy menen dat niet zo nuttelyk, of niet zo aangenaam zyn, en andere daar byvoegen waar van wy beter gedagten hebben. Wy zullen hen ook niet alle ontbinden, even als in 't voorgaande, en van die geene daar van wy zulx zullen onderstaan te doen, niet altyt volslagen; voor U L. oeffening en vermaak overlatende het geene wy menen dat in uw vermogen is; dewyl 't veel dienstiger is, en ook aangenamer, zelfs iets te vinden als zulx te ontfangen van een ander. Heeft men geen lust om alles te ontbinden, men sla 'er eenige van over daar men de minste trek toe heeft: men behoeft ook juyst niet vervolgens te gaan; als men een goet getal van de eerste gedaan heeft, zo zalmen al bequaam wezen tot de leste.

1. *Een gegeve getal a in tweên te deelen, zodanig dat de deelen tot elkander een gegeve reden hebbe als r tot s.*

Stellende het *eene* deel ∞x

en het *ander* deel ∞y, twee onbekende

Zo ziet men uyt het voorgestelde dat x tot y is als r tot s, of dat $x / y // r / s$ vier evenredige zullen moeten wezen; en om dat men weet dat van de zodanige, het gemultipliceerde van de twee uytterste gelyk

gelyk is aan het zelve van de twee middelste; zo heeft men $sx \infty ry$, dat is een Æquatie: nu moet men 'er nog een hebben, om dat men twee onbekende x en y genomen heeft, en ook om dat in deze twee onbekende gevonden werden.

Om dat al de deelen even zyn aan 't geheel, en om dat x en y de deelen moeten wezen van a, zo heeft men $x + y \infty a$ voor de tweede Æquatie. en om dat in deze geen andere onbekende zyn als in de eerste, zo behoeft men niet verder te gaan.

Men heeft dan twee Æquatien, $sx \infty ry$ en $x + y \infty a$, en in yder van hen zyn twee onbekende, dies moet men op de wyze als in het tweede lit van het eerste hoofdstuk van het tweede deel geleerd is, door deze twee een vinden waar in maar een onbekende is.
Men zoeke dan door de eerste wat y is, komt $y \infty \frac{sx}{r}$

en door de tweede mede wat y is, komt $y \infty a - x$

Zo is dan $\frac{sx}{r} \infty a - x$, of $sx \infty ra - rx$, of $sx + rx \infty ra$, of $x \infty \frac{ra}{s+r}$, alles deelende door $s + r$.

Maakt men beyde de Æquatien op x, men vind $y \infty \frac{sa}{r+s}$.

Anders. Hebbende het eene deel gestelt ∞x, zo is 't kennelyk dat het ander deel zal moeten wezen $a - x$; en nemende dan dat x is tot $a - x$ als r tot s, zo hebben wy $sx \infty ra - rx$: een Æquatie zynde waar in maar een onbekende is: dies behoeft men niet verder te gaan: men kander ook geen meer vinden, om dat al de eygenschappen van het voorstel alreede zyn waargenomen, dat de som der deelen is ∞a, en de reden van hen als r tot s. door reductie vint men $x \infty \frac{ra}{s+r}$, als boven.

Het blykt dan dat men a met r (of met s) moet multipliceren, en de uytkomst door de som van s en r divideren, om een van de begeerde deelen te bekomen, *en dit is gevonden door middel van de* Algebra. *De Questie werd niet alleenlyk opgelost, maar men heeft ook met eenen gevonden een Regel om alle diergelyke Vraagstukken te ontbinden.*

Gegeven zynde $a \infty 15$, $r \infty 2$ en $s \infty 3$: zo zyn de begeerde deelen 6 en 9, in reden zynde als 2 tot 3. $a \infty 100$ gegeven zynde, zo zynze 40 en 60: maar $a \infty 60$ wezende, $r \infty 5$ en $s \infty 7$; zo zyn de deelen 25 en 35: en zo in 't oneyndig, nemende a, r, en s na believen.

2. *Zoekt twee getallen wiens verschil is gelyk aan een gegeve getal a, en welke tot elkander een gegeve reden hebbe als r tot s.*

3 Van

3. *Van een ſtuk Laken is verkocht de helft, het vierde deel, en het vyfde deel: vrage, zo men nog 3 ellen over behoud, hoe lang het ſtuk geweeſt is? antwoord* 60 *ellen.*

Stellende de ellen die het ſtuk lang is ∞x, zo vind men voor het verkochte $\frac{19}{20}x$; en overzulx is $\frac{19}{20}x + 3 \infty x$; of $x \infty 60$.

4. *Eender gevraagt zynde na zyn Ouderdom, antwoord, ware ik nog eenmaal zo oud, nog half maal zo oud, nog een derde maal zo oud, en nog* 15 *jaren, zo zoude ik* 100 *jaren oud wezen: vrage na zyn Ouderdom? antwoord* 30 *jaren.*

5. *Een ander het zelfde gevraagt zynde, zegt, ik ben nog geen* 49 *jaren: maar ware ik nog* ¼ *en nog* ⅕ *maal zo oud, zo zoude ik zo veel over de* 49 *jaren wezen als ik'er nu onder ben: vrage na zyn ouderdom? Antwoort* 40 *jaren.*

x Voor de ouderdom ſtellende, zo is $x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x - 49 \infty 49 - x$.

6. *Een getal te vinden als men het zelvige vergaart by* 13 *en ook by* 23, *dat de belopen tot elkander zyn als* 2 *tot* 3: *komt* 7 *voor het begeerde getal.*

7. *Een ander te vinden, als men het vergaart by* 13 *en aftrekt van* 23, *dat de ſom tot de reſt mede is als* 2 *tot* 3: *komt* 1⅖ *voor zodanigen getal.*

8. *Twee getallen te vinden wiens ſom is gelyk een gegeve getal a, en welkers vermenigvuldigde is gelyk een ander gegeve getal b.*

x en y voor de getallen neimende, zo heeft men $x + y \infty a$, en $xy \infty b$: door reductie vindmen $xx \infty ax - b$, een *Vierkante* Æquatie of $x \infty \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa - b}$, het eene getal, afgetrokken van a, reſt $y \infty \frac{1}{2}a \mp \sqrt{.\frac{1}{4}aa - b}$, het ander getal. Maar ſtellende voor het grootſte getal $x + y$, en voor het kleenſte $x - y$, zo heeft men $2x \infty a$, en $xx - yy \infty b$: dies is $\frac{1}{4}aa - yy \infty b$, een *ſimpele* Æquatie: of $y \infty \sqrt{.\frac{1}{4}aa - b}$: en daarom is het grootſte $x + y \infty \frac{1}{2}a + \sqrt{.\frac{1}{4}aa - b}$, en het kleenſte $x - y \infty \frac{1}{2}a - \sqrt{.\frac{1}{4}aa - b}$; overeenkomende met het bovenſtaande, zonder dat men de Regel op de Vierkante Æquatien heeft waargenomen.

Gegeven zynde $a \infty 8$ en $b \infty 15$, zo is het grootste getal 5 en het kleenste 3: maar $a \infty 4$ en $b \infty 1$ gegeven zynde, zo zyn de begeerde getallen $2 + \sqrt{3}$ en $2 - \sqrt{3}$.

9. *Zoekt twee getallen wiens vermenigvuldigde is* 1, *en welkers verschil is* $2\sqrt{3}$: *komt* $2 + \sqrt{3}$ *en* $2 - \sqrt{3}$ *voor zodanige getallen*: *of* $-2 + \sqrt{3}$ *en* $-2 - \sqrt{3}$.

De twee laatste vind men door de valze wortel nemende x en y voor de getallen, waar door men een Vierkante Æquatie bekomt: beyde voldoenze aan de proef.

10. *Een getal te vinden, welkers vermenigvuldigde met* $2\sqrt{3}$, *vergaart by het vierkant van dit getal, uitlevert* 1: *komt* $\pm 2 - \sqrt{3}$ *voor het begeerde getal.*

De + is de ware wortel van de Æquatie, en de — de valze; voldoen beyde aan de proef.

Proef. $\dfrac{2-\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}\ \sqrt{}\quad \dfrac{2-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}-6}\ 2\sqrt{3}$ komt — Vergaart komt 1.

$\dfrac{-2-\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}\ \sqrt{}\quad \dfrac{-2-\sqrt{3}}{-4\sqrt{3}-6}\ 2\sqrt{3}$ komt — Vergaart komt 1.

11. *Een Brouwer hebbende 20 Tonnen Bier van 8 gulden de Ton: hoe veel Tonnen Bier van 3 gulden de Ton zal hy daar by doen, op dat het gemengde Bier is van 5 gulden de Ton?*

Ton	gl.		gl.
20	tot 8,	vermenigvuldigt komt	160.
x	tot 3,	vermenigvuldigt komt	$3x$.
Vergt. $20 + x$			Vergt. $160 + 3x$.
5 gl.			

$100 + 5x \infty 160 + 3x$. deze moeten gelyk zyn, op dat het 5 gulden de Ton, gemengt zynde, zoude komen te kosten. De Æquatie gereduceert hebbende, komt $x \infty 30$; en zo veel Tonnen van drie gulden moet men mengen by 20 Tonnen van 8 gulden, op dat het gemengde Bier is van 5 gulden de Ton.

20 Ton ∞a	Indien men de Getallen op Letters stelt, gelyk hier
8 gl. ∞b	neven, men vint $x \infty \frac{b-d,a}{d-c}$.
3 gl. ∞c	daarom is $d - c$ tot $b - d$, als a tot x.
5 gl. ∞d	

En

En dewyl de twee voorste de verschillen zyn tusschen de pryzen van 't gemengde en de Mengzelen, en de twee laatste de Quantiteyten, of de hoeveelheden van 't geene gemengt moet werden, zo ziet men hier uyt de zekerheit van 't gene wy dies aangaande gezegt hebben in onze Arithmetica pag. 772, te weten, *dat de verschillen der Pryzen van de Mengzelen en 't gemengde, in verkeerde reden, evenredig zyn tegen de hoeveelheit der Mengzelen.*

12. *De Quæstie zynde als voren, en begeerende water te nemen in plaats van 3 guldens Bier; hoe veel Tonnen zou hy 'er dan moeten by doen? Antwoort 12 Ton.*

Aanmerkt van de voorgaande Æquatie, $x \infty \frac{b-d,a}{d-c}$, de $c \infty 0$, om dat het water niets waardig is, komt in deze $x \infty \frac{b-d,a}{d}$

13. *Hoe veel Marken Koper moetmen doen by 12 Marken Silver van 10 penningen fyn de Mark, op dat het gemengde komt op 8 penningen fyn de Mark? Antwoort 3 Marken Koper.*

Considereert dat het Koper niets waardig is in vergelyking van het Silver.

14. *Een Koopman op Interest nemende 600 guldens, betaalt daar voor ten eynde van twee jaren 661 guldens 10 stuyvers, rekenende yder jaar interest van de interest: Vrage hoe hoog de interest ten hondert in 't jaar gerekent is geweest?*

Stelle het Kapitaal en de Interest van 100 in een Jaar ∞x: 600 gl. ∞a; $661\frac{1}{2}$ gl. ∞b, en 100 ∞c.

Nu zal men tweemaal een vierde evenredige moeten zoeken al eer men zal konnen komen tot een Æquatie,

Dus: c contant, is x over 1 Jaar, wat a contant? komt $\frac{ax}{c}$, over 1 Jaar:

Dan: c over 1 Jaar, is x over 2 Jaar, wat $\frac{ax}{c}$ over 1 Jaar? komt $\frac{axx}{cc}$ over 2 Jaar.

Maar $\frac{axx}{cc}$ over 2 Jaar is ∞b: dies is $xx \infty \frac{bcc}{a}$, of $x \infty \sqrt{\frac{bcc}{a}}$.

Dit uyt gewerkt, men vind $x \infty 105$ voor Kapitaal en Interest van de 100 in een Jaar: dies is de Interest 5 ten hondert.

Neemt men $x \infty$ de Intereſt ten hondert, men zal een vierkante Æquatie bekomen.

Men ziet uyt de Æquatie $x \infty \sqrt{\frac{bcc}{a}}$, *en uyt de bewerking, dat men in zodanige Quaeſtien niet anders te doen heeft, als het laatſte Kapitaal, dat hier* b *is, met* 100, *als met* c, *zo menigmaal te multipliceren als het Kapitaal Jaren op Intereſt geſtaan heeft, dat is hier 2 maal, en het product door het eerſte Kapitaal* a *te deelen, en dan daar uyt zodanigen Wortel te trekken als de Jaren zyn die het op Intereſt geſtaan heeft, dat is hier de Vierkante, om dat het twee Jaren geſtaan heeft; indien 't 3 Jaren geſtaan hadde men zoude de Teerlingze Wortel hebben moeten trekken; en 4 Jaren de Vierkante Vierkante, en zo voort.*

15. *Indien men op Intereſt doet* 1200 *guldens, en dat men ten eynde van vier Jaren ontfangt voor Kapitaal en Intereſt* 1756 *guldens* $18\frac{2}{7}$ *ſtuyvers, rekenende mede yder Jaar Intereſt van de Intereſt: tegen hoe veel is de Intereſt ten hondert in't Jaar gerekent? Antwoort tegen* 10 *ten hondert.*



16. *In een Troktafel zyn twee Ballen* A *en* B; *men begeert de Bal* A *te ſpeelen, of te ſlaan tegen de Bal* B: *Vrage, indien 't in geen rechte lyn kan geſchieden door hindernis van de Poort of van de Pen, waar de ſtuyting* C *zal moeten geſchieden om de Bal* B *te raken?*

Meet af de lengte van de rechthoekige diſtantie der Ballen tot de eene zyde van de Troktafel, als hier AD en BV, en ook de diſtantie DV.

$AD \infty a$	Om dat de hoeken DCA en BCV gelyk zyn, vol-
$BV \infty b$	gens de Natuur der weêrſtuyting, zo volgt dat de
$DV \infty c$	△en DCAD CVBC gelykhoekig zyn, dewyl D
$DC \infty x$	en V beyde recht zyn, en overzulx na de 4 des
zo is $CV \infty c - x$	6 Eucl., of na ons 13 voorſtel.

is DA tot DC, als BV tot CV

$a \;/\; x \;//\; b \;/\; c - x$

en daarom $ac - ax \infty bx$, of $x \infty \frac{ac}{a+b}$

Ge-

Gegeven, of gevonden zynde $a \infty 2\frac{1}{2}$, $b \infty 3$, en $c \infty 5$ Voeten, zo is $x \infty 2\frac{3}{11}$ Voet, voor DC: en alzo is openbaar het punt C, dat begeert werd.

17. *Tusschen* 8 *en* 27 *twee Midden evenredige te vinden: komt* 12 *en* 18.

18. *Twee getallen te vinden, zodanig, dat het eene vermenigvuldigt met het Vierkant van 't ander voortbrengt twee gegeve getallen a en b.*

19. *Een Dienstmaagt ter Markt gaande om te koopen Appelen en Peeren, bevint* 10 *Appelen te kosten* 1 *stuyver, en* 25 *Peeren* 2 *stuyvers: Vrage hoe veel zy van yder soort moet nemen, om te hebben* 100 *stux, en te besteden* $9\frac{1}{2}$ *stuyver? Antwoort* 75 *Appelen, en* 25 *Peeren.*

Stellende x voor de menigte der Appelen, en y voor die van de Peren, zo is 't

10 Appelen kosten 1 stuyver, wat x Appelen? komt $\frac{x}{10}$ stuyvers en 25 Peren kosten 2 stuyvers, wat y Peren? komt $\frac{2y}{25}$ stuyvers dies is $\frac{x}{10} + \frac{2y}{25} \infty 9\frac{1}{2}$ en $x + y \infty 100$, waar door men vind het begeerde.

20. *Eender ontfangt* 5 *Pistoletten en* 6 *Ducaten voor de Somme van* 64 *gulden, en ten zelven pryze ook* 10 *Pistoletten en* 4 *Ducaten voor* 94 *gulden: Tot wat prys is de Pistolet en ook de Ducaat gerekent? Antwoort, de Pistolet tot* 7 *gulden* 14 *stuyvers; en de Ducaat tot* 4 *gulden* 5 *stuyvers.*

21. *Zoekt twee getallen, welkers vermenigvuldigde van haar Som met haar verschil is gelijk aan een gegeve getal a, en dat de* $\sqrt{}$ *q uyt de Som van haare Vierkanten is gelijk aan een gegeve getal b.*

$x \infty$ *'t grootste.* Zo is haar *Som* $\infty x + y$
$y \infty$ *'t kleenste.* en haar *verschil* $\infty x - y$
verm.

en haar *vermen.* $\infty xx - yy \infty a$
of $xx \infty a + yy$ 't □ van 't grootste.
$yy \infty \quad yy$ 't □ van 't kleenste.

vergaart, komt $xx + yy$, of $bb \infty a + 2yy$, om dat $\sqrt{}.\, xx + yy$ is ∞b, dies vintmen $y \infty \sqrt{}.\, \frac{bb - a}{2}$.

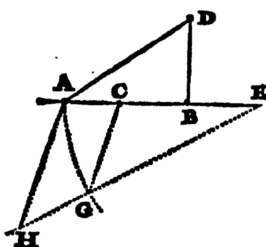
Gege-

Gegeven zijnde $a \infty 7$ en $b \infty 5$, zo is $y \infty 3$ en $x \infty 4$.

22. *Vind twee Getallen wiens Somme is als een gegeven getal a, en zodanig dat het vermenigvuldigde van het eene met b is als het quotient deelende het ander door c.*

23. *Een Waart, inkrygende een Aam Wyn, inboudende 128 Kannen, hem kostende 48 guldens: hoe veel Kannen zal hy'er moeten uyttappen op dat de Kan hem komt te staan op 6 stuyvers, wanneer hy het opvult met wyn van 5 stuyvers de Kan? Antw.* $76\frac{4}{7}$ *Kannen: maar als hy het opvullen wil met water? Antw.* $25\frac{1}{3}$ *Kannen, even zo veel Kannen zal hy'er ook moeten uyttappen, en vullen met wyn a 10 stuyvers de Kan, op datze hem te staan komt op 8 stuyvers de Kan.*

24. *In de perpendiculaar* BD *de stip* D *te vinden, zulx dat* AD *is gelyk* DB + BC. uyt Fr. van Schooten de Conc. Demonst.



AB ∞ a
CB ∞ b
BD ∞ x, zo is
AD ∞ $b + x$

$\sqrt{}$ □en AB, BD

□ AD $bb + 2bx + xx \infty aa + xx$

of $x \infty \frac{aa - bb}{2b}$

Dies, $2b$ tot $a + b$, als $a - b$ tot x.

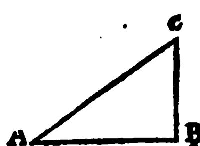
Waar uyt blykt, om de Lyn BD, of om x te vinden, dat men niet anders te doen heeft, als BE met BC gelyk te nemen, en uyt E een Lyn EH te trekken: makende dan EG even aan EA, en getogen hebbende CG, en daar aan evenwydig AH, zo zal, BD met GH gelijk nemende, D de begeerde stip zyn. Want, na de 2 des 6 Eucl. (11 V.) is.

CE tot GE of EA, als AC tot GH of BD

$2b$ / $a + b$ // $a - b$ / x

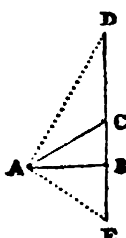
25. *Gegeven zynde twee rechte Lynen a en b: aan de laatste b een stuk te verlengen* ∞x. *of ook daar zodanigen stuk*

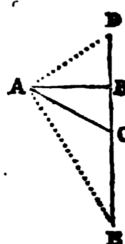
stuk van af te snyden, zulx dat het Vierkant van x, met te zamen het Vierkant van a, gelyk is aan het Vierkant van de gantsche verlengde b + x, of aan de rest b — x.



26. *Een Driehoek* ABCA *te maken, recht in* B, *waar van* AB *gelyk is aan een gegeven lyn a, en* AC *en* BC, *of ook* AC *min* BC *gelyk is een ander gegeven lyn b.*

Stelle AC $\infty\, x$ en BC $\infty\, y$.
zo is $x + y \infty b$ in 't eerste op de *Som*.
en $x - y \infty b$ in 't twede op 't *verschil*.
Dies is $y \infty b - x$ op 't eerste
en $y \infty x - b$ op 't tweede
——————— V.
of $yy \infty bb - 2bx + xx$
of $aa + yy \infty aa + bb - 2bx + xx \infty xx$, of $2x \infty \frac{aa}{b} + b$.





Constructie. (Opmaking) op AB $\infty\, a$ zet BD rechthoekig, en zo lang als b: dan haalt DA, en op deze rechthoekig AE, ontmoetende de verlengde DB in E: dan gezogt C, het midden van DE, en getogen CA: zo is ABCA de begeerde Driehoek.

Want, BE is $\infty \frac{aa}{b}$, en daarom DE $\infty \frac{aa}{b} + b$, of $\infty\, 2x$; dies is CA $\infty\, x$.

27. *Eender heeft onder een gemengt Zeewater en Regewater, te zamen* 12 *mingelen: Vrage hoe veel mingelen hy van yder genomen heeft, zo deze mingelen wegen* 24 *pondt* 7 *oncen; een mingele Zeewater* 2 *pond* 1 *onc, en een mingele Regewater* 2 *pond? Antwoord* 7 *mingelen Zeewater en* 5 *mingelen Regewater.*

Laat de Mingelen Zeewater wezen x, en de Mingelen Regewater y, zo is $x + y \infty 12$. voorts: 1 mingele Zeewater weegt 33 oncen wat x mingelen Zeewater? komt $33x$ oncen: ook, 1 mingele Regewater weegt 32 oncen wat y mingelen Regewater? komt $32y$ oncen. Zo is dan $33x + 32y \infty 391$ oncen. door Reductie van deze twee Æquatien vind men voor het begeerde als boven gezeyt is.

Hadde hy 10 *Mingelen onder een gemengt, en dat die gewogen hadden*

den 20 pond 4 oncen, zo zoude daar onder 4 mingelen Zeewater en 6 mingelen Regewater geweest hebben.

28. *Zekere Goudsmit heeft een goude Massive Kroon gemaakt, wegende 80 oncen: om te weten of hy'er ook Silver onder gemengt heeft, zo heeft men hem genomen en sagjens gelegt bedolven in een volle bak met water, en men heeft bevonden dat het uytgelopene water effen woog 1 pond en 2 oncen: men heeft het zelfde mede gedaan van zo veel fijn Goud, en ook van zo veel Zilver, en men heeft bevonden dat het Goud uytwierp 1 pond water, en het Zilver $1\frac{1}{2}$ pond; waar door men, op de manier als hier boven, gevonden heeft dat de Goudsmit 20 oncen Zilver bedrieglyk daar onder gemengt hadde.*

Stellende x voor de oncen Goud en y voor de oncen Zilver die onder de Kroon gemengt zyn. Zo is $x + y \infty 80$. Vorders zegt

80 — 16 — x? komt $\frac{x}{5}$ oncen die het Goud uytwerpt.

en 80 — 24 — y? komt $\frac{3y}{10}$ oncen die het Zilver uytwerpt.

Zo is dan $\frac{x}{5} + \frac{3y}{10} \infty 18$, of $2x + 3y \infty 180$. door Herleyding vind men $y \infty 20$.

29. *Twee Harders hebben eenige Schapen: A zegt tegen B geeft my een Schaap van de uwe zo heb ik tweemaal zo veel als gy: Neen zegt B, 't is redelyker dat gy'er my een geeft van de uwe want dan hebben wy yder even veel: Vrage hoe veel Schapen yder heeft? Antwoord A heeft'er 7, en B 5 Schapen.*

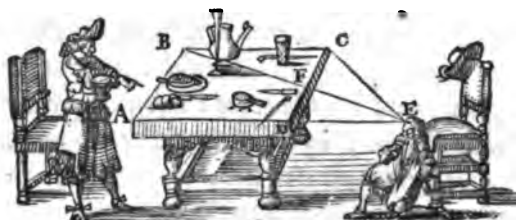
30. *Eender heeft twee zilvere Koppen A en B, met een deksel waardig 18 gulden: legt men het deksel op de Kop A zo is die met het lidt tweemaal zo veel waardig als de Kop B: en legt men het deksel op de Kop B zo is die met het zelvige $1\frac{1}{4}$ maal zo veel waardig als de Kop A: Vrage na de waarde van yder Kop? Antwoord A is waardig 36, en B 27 guldens.*

31. *Iemand heeft drie Vaten A, B, C; waar van dat*

A vol

A vol Wyn is, maar de andere twee zyn leeg: men bevind, indien B gevult werd uyt A dat hy overhoud de $\frac{1}{3}$ *van A, en vult men C uyt A dat men overhoudt de* $\frac{5}{9}$ *van A, maar vult men zo beyde, zo komt men 4 mingelen te kort: Vrage hoe veel mingelen yder Vat gehouden heeft? Antwoort A 36, B 24, en C 16 mingelen.*

32. *Gegeven zynde een rechthoekige Tafel* ABCD: *het punt* E *te vinden in de verlengde* AD, *waar uyt de zelve Tafel gezien werd tweemaal breeder te wezen als lang, dat is, dat de lyn* DC *tweemaal langer schynt te wezen als de lyn* BC; *of, dat de hoek* DEC *tweemaal wyer is als de hoek* BEC.



AB, of DC $\infty\ a$	Om dat DF evenwydig is aan AB, daarom
AD, of BC $\infty\ b$	AB tot DF, als AE tot DE
DE $\infty\ x$	$a \ / \ y \ // \ b+x \ / \ x$
DF $\infty\ y$	Dies is $ax \infty by + xy$,
CE $\infty\ z$	of $ax - xy \infty by$.

Om dat EF de hoek DEC in tweën gelyk deelt, daarom,

DE tot CE, als DF tot FC

$x \ / \ z \ // \ y \ / \ a-y$

dies is $ax - xy \infty yz$

boven is $ax - xy \infty by$

Zo is dan $yz \infty by$, of $z \infty b$, dat is CE zo lang als CB.

Indien men dan een stok neemt zo lang als CB, en hen voegt met het eene eynde in C, en zo het ander eynde dan een stok aanroert die langs de zyde AD uytgestrekt is: zo zal deze aanroering het punt E aanwyzen: waar in het Oog houdende, zo zal DC tweemaal langer schynen te wezen als BC.

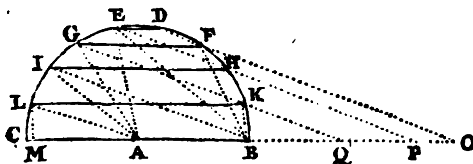
33 *Gegeven zynde een Halfrond, en een punt in de verlengde Middellyn: een Rond te trekken, rakende de verlengde Middellyn in het gegeve punt, en het Halfrond waar 't valt.*

Stellende de halve Middellyn van 't gegeve Rond ∞a, het stuk van zyn verlengde Middellyn ∞b; en de Straal van het Rond dat getrokken moet werden ∞x, zo vind men.

$$aa + 2ax + xx \infty aa + 2ab + bb + xx$$
$$\text{of } 2ax \infty 2ab + bb$$

Of dat $2a$, $2a+b // b / x$ evenredig zyn, waar door de vinding van x openbaar is, en daarom ook de Constructie.

34. *Indien een Halfrond in eenige* oneven *deelen gedeelt is, en datter Peesen gehaalt werden tot deze deelen, die alle evenwydig aan de Middellyn zyn: is 't in* drien *gedeelt, zo is de Pees zo groot als de Straal; in* vyven, *zo is het vermenigvuldigde van de twee Peesen zo groot als het* Vierkant *van de Straal; in* seven, *zo is het gemultipliceerde van de drie Peesen als de* Cubicq *van de Straal; in* negen, *zo is het vermenigvuldigde van de vier Peesen als het* Vierkants vierkant *van de Straal; in* elf, *zo is het gemultipliceerde van de vyf Peesen als het* Cubicqs vierkant *van de Straal; en zo in 't oneyndig, altyd de Straal eenmaal meerder in zig vermenigvuldigt als'er een Pees by komt.*



Laat het Halfrond gedeelt wezen in *negen* gelyke deelen, en tot deze deelen getogen zyn de Peesen LK IH GF ED, deze vallen alle evenwydig aan de Middellyn CB; en om datze vier zyn, zo moet haar vermenigvuldigde gelyk wezen aan x^4.

LK $\infty a \infty$ BI
IH $\infty b \infty$ BE
GF $\infty c \infty$ BF
ED $\infty d \infty$ BK
AC ∞x

't Bewys. Laat uyt A, het Middelpunt, getogen zyn lynen tot het eynde van yder Pees, als AL AI AG AE, en uyt B een tot de naaste K, tot F, tot E, tot I, een punt H, D, G overslaande; deze laatste vier zyn dan zo lang als de gegeve Peesen ED GF IH LK, om datze evenveel Deelen bespannen. Laat ook getogen zyn drie andere, DF EH GK, welke, verlengt zynde, de verlengde Middellyn ontmoeten in de punten O P Q.

Om

Om dat KBC is een hoek in de Omtrek, en ſtaat over 8 deelen, en EAC is een hoek in het Middelpunt, en ſtaat over 4 deelen, de helft van 8, daarom is KBC zo wyd als EAC: zo bewyſt men mede dat FBC zo wyd is als GAC, EBC als IAC, en IBC als LAC.

Dewyl DFG EHI GKL IBC alle gelyk zyn, en FG HI KL BC door 't geve evenwydig zyn, daarom zyn ook evenwydig DFO EHP GKQ IB.

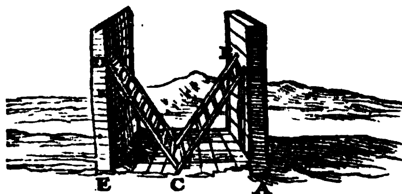
Halende LM gelykwydig aan KB, zo is LM gelyk KB, om datze tuſſchen evenwydige in ſtaan; en dewyl LMA dan is gelyk KBQ, en LAM gelyk IBA, of gelyk KQB is, zo is (6 V.) KQ gelyk LA ∞ x.

Zo zyn dan BK d / KQ x // AE x / EP evenredig;
ook BF c / FO // AG x / GQ; of FO evenredig;
ook BE b / EP // AI x / IB a evenredig.

verm. komt bcd / x . / x^3 / a

(eerſt uytgedaan hebbende de gelyke in de tweede en vierde, als FO tegens FO en EP tegens EP, en de onderſtaande vermenigvuldigt) af $abcd \infty x^4$ 't geen te bewyzen was.

Op dezelve wyze in alle andere verdeelinge handelende, men zal de waarheit van het gezeg beſpeuren. In de eerſte verdeeling, in drien, daar maar een Pees is, blykt de waarheit, om dat die Pees zo groot is als de Straal, zynde de zyde van een gelykzydigen ſes hoek in dat Rond ingeſchreven.



35. *Twee Muren zyn diſtant van elkander* 35 *Voeten, dat is de wyte* AE; *tegens een van de zelve, als* ED, *is opgerecht een Ladder* CD, *en werd bevonden datze in de hoogte van de grond ſtaat, als van* E *tot* D, 20 *Voeten; maar de Ladder omſlaande, zulx dat de Voet in* C *zynde onveranderlyk blyft ſtaan, zo bevind men dat ze de Muur in* B *raakt* 15 *Voeten boven de grond, als van* A *tot* B: *Vrage na de lengte van de Ladder? Antwoort* 25 *Voeten.*

36. *Zoekt een getal, als men by zyn Vierkant vergaart* 3, *en ook* 3 *van zyn vierkant aftrekt, dat het vermenig-*

vuldigde van de som met de rest is $8 + 12\sqrt{2}$. *komt* $1 + \sqrt{2}$ *voor het getal.*

Stellende x voor het begeerde getal, zo is de som $xx + 3$, en de rest $xx - 3$; deze vermenigvuldigt, komt $x^4 - 9 \infty 8 + 12\sqrt{2}$, of $x^4 \infty 17 + 12\sqrt{2}$: daarom, uyt het binomium $17 + 12\sqrt{2}$ getrokken de $\sqrt{q}$. na de Regel gegeven Pagina 131, komt $xx \infty 3 + 2\sqrt{2}$: uyt dit tweenamige nog eens de $\sqrt{q}$. na de zelve Regel, komt $x \infty 1 + \sqrt{2}$, het begeerde getal.

37. *Twee gegeve getallen* a *en* b *met een derde* x *te vermenigvuldigen, zulx dat de* $\sqrt{q}$ *uyt het eene product gelyk is aan de* $\sqrt{C}$. *uyt het ander.*

Men heeft dan $\sqrt{q}.ax \infty \sqrt{C}.bx$ —— $\sqrt{qC}$.

$$a^3x^3 \infty bbxx$$

$$a^3xx \text{ ——————}$$

$$x \infty \frac{bb}{a^3}.$$

Reduceertze onder gelyke benaming, na voorgaande leering, vermenigvuldigende yder in zich $\sqrt{qC}$, of $\sqrt{6}$, als hier neven, men vind $x \infty \frac{bb}{a^3}$.

38. *Zoekt drie getallen* x, y, z, *zodanig dat* x *maal* y, *of* xy *is* $\infty 24$, $yz \infty 54$, *en* $zx \infty 36$: *komt* 4 *voor* x, 6 *voor* y, *en* 9 *voor* z.

39. *Drie getallen te vinden, zodanig zynde, dat het vermenigvuldigde van een der zelvige met het Vierkant van 't volgende uytbrengt drie gegeven getallen* a, b, c.

Stellende x, y, z voor de begeerde Getallen, zo is $yyx \infty a$, $zzy \infty b$, en $xxz \infty c$.

Door $xxz \infty c$, vind men $z \infty \frac{c}{xx}$, of $zz \infty \frac{cc}{x^4}$: dit vermenigvuldigt met y, men heeft zzy of $b \infty \frac{ccy}{x^4}$, of $y \infty \frac{bx^4}{cc}$, of $yy \infty \frac{bbx^8}{c^4}$; dit met x gemultipliceert, komt yyx of $a \infty \frac{bbx^9}{c^4}$; of $x^9 \infty \frac{ac^4}{bb}$, of $x \infty \sqrt{9}\, \frac{ac^4}{bb}$.

Gegeven zynde $a \infty 18$, $b \infty 48$, en $c \infty 16$, zo vind men $x^9 \infty 512$, of $x \infty 2$: zo is dan $2yy \infty 18$, of $yy \infty 9$, of $y \infty 3$; en $4z \infty 16$, of $z \infty 4$.

40. *Gegeven zynde* $AC \infty a$, $AD \infty b$, $CD \infty c$, $AE \infty d$,

∞d, *en* CF ∞e: *Vrage naar de Distantie van de Torens* AB. *Uyt van Schoten de Conc. Demonst.*

Stelle AB ∞x.

Getogen hebbende EG evenwydig aan FC, zo zal 't zyn, om de gelykhoekigheit van de △en ADC, AEG, na de 4 des 6 Eucl. (13 V.)

AD tot DC, als AE tot EG

b —— c —— d? komt $\frac{cd}{b}$:

en wederom,

AD tot AC, als AE tot AG

b —— a —— d? komt $\frac{ad}{b}$:

$x \infty$ AB

vergaart, komt $\frac{ad + bx}{b} \infty$ GB.

en om de gelykformigheit van de △en CBF, GBE, zo zyn evenredig

CF tot CB, als GE tot GB

$e \;/\; a + x \;//\; \frac{cd}{b} \;/\; \frac{ad + bx}{b}$

en daarom is, na de 16 des 6 Euclides (8 beg.)

de ▭ CF, GB gelyk de ▭ CB, GE

$\frac{ade + bex}{b} \quad \infty \quad \frac{acd + cdx}{b}$.

of $x \quad \infty \quad \frac{acd - ade}{be - cd}$, of $\infty \frac{c - e,\, ad}{be - cd}$.

Gegeven zynde $a \infty 15$, $b \infty 18$, $c \infty 14$, $d \infty 5$, en $e \infty 4$ Roeden, zo vind men voor x, de Distantié van de Torens, 375 Roeden.

41. *Zoekt twee Getallen wiens vermenigvuldigde tot haar Som hebbe een gegeve reden als r tot s.*

Stelle het *eene* ∞x

en het *ander* ∞y, zo is haar *vermenigvuldigde* ∞xy

en haar *Som* $\infty x + y$

en daarom xy tot $x + y$, als r tot s.

of $xys \infty rx + ry$, vermenigvuldigende de uytterste en middelste met elkander.

Dewyl 'er geen andere Æquatie zal konnen gevonden werden, om datter geen meerder stof in dit Voorstel is om tot noch een Vergelyking te geraken, en ook om datter in de vier evenredige Getallen

geen andere eygenschap is, die gelykheit afbeelt, dewelke niet van de alrêe gebruykte afhangt; gelyk dezen, dat het quotient zo 't eerste in het tweede begrepen is, gelyk is aan 't quotient zo 't derde in 't vierde begrepen is, en diergelyke, met dewelke op te volgen, men de zelfde Æquatie bekomt: zo betoont dit dat de Quæstie ongebonden, of onvolkomen bepaalt is, en datter een bepaling, of een conditie aangebreekt, om dat men een Æquatie te kort komt: en daarom magmen x of y, welke dat men wil, voor bekent nemen, dat is, men mag voor dezelve een getal stellen naar believen, y voor bekent nemende, zo vindmen $x \infty \frac{ry}{sy - r}$: maar x voor bekent nemende, zo vindmen $y \infty \frac{rx}{sx - r}$.

Gegeven zynde $r \infty 3$, en $s \infty 1$; en nemende $y \infty 4$, zo is $x \infty 12$: maar nemende $y \infty 3$, zo is $x \infty$ oneyndig; en $\infty \frac{3}{4}$ nemende, zo is x minder als niets, te weten -1. nemende $x \infty 4$, zo is $y \infty 12$; $x \infty 3$ zo is $y \infty$ oneyndig, en $x \infty \frac{3}{4}$ nemende, zo is y mede $\infty -1$.

42. *Twee Getallen te vinden wiens vermenigvuldigde even is aan haar Som, of ook aan haar verschil.*

Men vind $x \infty \frac{y}{y - 1}$, of $y \infty \frac{x}{x - 1}$. Aanwyzende, nemende het eene getal na believen, grooter als de eenheit, dat men het ander vind het eerste deelende door zig zelf min een.

43. *Zoekt vier evenredige, zodanig dat de Som van de twee eerste gelyk is aan een gegeven getal a, en de Som van de twee laatste gelyk is aan een ander gegeven getal b.*

44. *Vind drie Tallen, van die Natuur, dat de $\frac{1}{2}$ van 't eerste is als de $\frac{2}{3}$ van 't tweede, en ook als de $\frac{3}{4}$ van 't derde.*

45. *Vind drie gedurige evenredige welkers vermenigvuldigde is 216.*

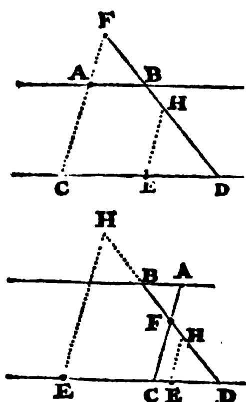
Nemende $xx : xy : yy$ voor de begeerde getallen, zo zyn ze gedurig evenredig, om dat het vierkant van het middelste zo groot is als het gemultipliceerde van de twee uytterste: blyft alleenlyk over dat haar vermenigvuldigde x^3y^3 is $\infty 216$: uyt beyde de Cubicq wortel getrokken, men heeft $xy \infty 6$, voor het middelste getal: waar uyt blykt dat $x \infty \frac{6}{y}$, of $xx \infty \frac{36}{yy}$ is; het eerste getal.

Stel-

Stellende y ∞ 1: 2: 3: 4: en zo voort
zo is yy ∞ 1: 4: 9: 16: enz. het derde getal: Hier
door 36: 36: 36: .36 gedeelt
komt xx ∞ 36: 9: 4: $2\frac{1}{4}$: enz. het eerste getal.

De begeerde getallen zyn dan 36: 6: 1, of 9: 6: 4, of 4: 6: 9, of $2\frac{1}{4}$: 6: 16, en zo in 't oneyndig.

46. *Een Koopman, geldden hebbende twee Schepen met Wyn; in het eene Schip 150, en in het ander Schip 240 Vaten: by een Tol komende zo betaalt hy voor het eerste Schip 1 Vat Wyn en ontfangt 6 guldens te rug, en voor het tweede ook 1 Vat Wyn en daarenboven noch 18 guldens: Vrage op hoe veel guldens dat het Vat gerekent is geweest? Antwoort op 46 guldens.*



47. *Gegeven zynde, in twee evenwydige rechte streepen* AB CD, *twee punten* A *en* E; *en een punt* F, *buyten of binnen deze parallelen: uyt, of door* F, *de rechte* FBD *te trekken, zodanig dat* AB *tot* ED *hebbe een gegeven reden als* a *tot* d. Uyt van Schoten de Conc. Demonstr.

Trekt FAC, en EH daar aan evenwydig.
Stelle AF ∞ a
CF ∞ b
CE ∞ c
en AB ∞ x

a —— d —— x (AB) / $\frac{dx}{a}$ ∞ ED.

Om de gelykhoekigheit van de Δ^{en} AFB CFD, is 't
AF tot AB, als CF tot CD

a —— x —— b / $\frac{bx}{a}$, hier van, of by CE ∞ c,

komt ED ∞ $\frac{bx}{a} \pm c$ ∞ $\frac{dx}{a}$, of x ∞ $\frac{ca}{d = b}$

$=$ betekent verschil.

48. *Een Vader stervende laat na eenige Kinderen, met zeeker goed, en werd bevonden, volgens Testament, zyn*

uyt-

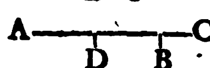
uytterste wille te wezen dat zyn oudste Kind zal hebben 1000 guldens met noch het vyfde part van het resterende: het tweede 2000 guldens en daar en boven noch het vyfde deel van het geene dat'er dan noch over blyft: het derde 3000 guldens en het vyfde deel van de rest; en zo voort, yder Kind 1000 guldens meer, en dan noch het vyfde deel van het overige: naar zodanigen deeling werd bevonden dat yder Kind even veel ontfangen heeft: Vrage hoe veel Kinderen zynder geweest, en hoe veel guldens heeft yder genooten? Antwoord daar zyn geweest 4 Kinderen, en yder heeft ontfangen 4000 guldens.

Stelt x voor de guldens van het nagelatene Goedt: hier af 1000, resteert $x - 1000$, wiens vyfde part is $\frac{1}{5}x - 200$; hier by 1000 guldens, komt $\frac{1}{5}x + 800$, zo veel het oudste Kind ontfangt, dit van x, blyft voor de andere Kinderen $\frac{4}{5}x - 800$; hier af 2000, blyft $\frac{4}{5}x - 2800$; by zyn vyfde part $\frac{4}{25}x - 560$, vergaart 2000, komt $\frac{4}{25}x + 1440$ guldens zo veel een ander Kind ontfangt; en dewyl dit zo veel is als het geene het eerste Kind ontfangt, zo hebben wy $\frac{1}{5}x + 800 \infty \frac{4}{25}x + 1440$, of $x \infty 16000$: zo is dan $\frac{1}{5}x + 800$ gelyk 4000, zo veel yder Kind ontfangt; en daar zyn 4 Kinderen geweest, dat men vind deelende 16000 door 4000.

49. *In een gegeven Halfrond een Vierkant te maken zo groot als 't mogelyk is.*

50. *Item in 't zelve een Rechthoek te maken welkers zyden tot elkander een gegeve reden hebben.*





51. *In een gegeve lyn* AB, *en ook in zyn verlengde, het punt* C *te vinden,* (D *het midden van* AB *zynde*) *zodanig dat het* □ DC *zo groot is als het* □ AD — *de* ▭ ACB *als* C *in* AB *is: maar het* □ DC *zo groot als het* □ AD + *de* ▭ ACB *als* C *in de verlengde van* AB *is.*

Stelle DB of AD ∞a, en BC ∞x.

Op 't 1. In dit geval is DC $\infty a - x$, of het □ DC $\infty aa - 2ax + xx$, AC is hier in $\infty 2a - x$, dit met BC ∞x vermenig-

vul-

vuldigt, komt de ▭ ACB $\infty\ 2ax - xx$: dit van aa, het □ AD, rest □ AD — ▭ ACB $\infty\ aa - 2ax + xx\ \infty\ aa - 2ax + xx$ □ DC hier boven gevonden. gereduceert, komt $0\ \infty\ 0$: aanwyzende dat x, of de lengte van B tot C niet te bepalen is; of dat C over al in AB mag genomen werden na believen, dat evenwel altyt het □ DC ∞ is aan 't □ AD — de ▭ ACB: *of dat de geheele lyn* AB *de plaats is van het punt* C.

Op 't 2. Nu is DC $\infty\ a + x$, of het □ DC $\infty\ aa + 2ax + xx$. AC is nu $\infty\ 2a + x$, de ▭ ACB is $2ax + xx$; vergaart □ AD $\infty\ aa$, komt $aa + 2ax + xx\ \infty\ aa + 2ax + xx$ □ DC: betoonende om reden als boven, dat C in dit geval is over al in de oneyndige verlengde van AB: *of dat dit verlengsel de plaats is van het punt* C. En alzo is niet alleen *bewezen*, maar ook *gevonden* de 5 en 6 prop. van 't 2 b. Eucl. (4 gev. 17 V.)

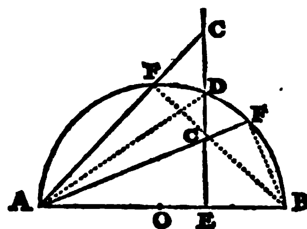




52. *In een gegeve lyn* AB (*wiens midden is* D) *of in zyn verlengde, het punt* C *te vinden, zodanig dat de twee Vierkanten van* CA *en van* CB *tweemaal zo groot zyn als de twee Vierkanten van* AD *en van* CD.

Stellende AD of DB $\infty\ a$, en CB $\infty\ x$, zo vind men op het eerste, C in AB zynde, $4aa - 4ax + 2xx\ \infty\ 2$ maal $2aa - 2ax + xx$, of $0\ \infty\ 0$: en C in de verlengde van AB wezende, zo vind men het zelfde, uytgenomen dat men + heeft daar in 't eerste — komt.

Aanwyzende dat C overal mag genomen werden in AB en ook in zyn oneyndige verlengde: *of dat de oneyndige door* A *en* B *de plaats is van het punt* C. En alzo is gevonden de 9 en 10 prop. van 't 2 b. Eucl.



53. *Gegeven zynde een Halfrond* ADB, *en op de Middellyn de perpendiculaar* EC, *snydende het Rond in* D: *uyt* A, *tot het Rond en de Perpendiculaar de rechte* AFC *te trekken, zodanig dat de* ▭ CAF *gelyk is aan het* □ AD: *of dat* CA : DA : FA *gedurig evenredig zyn.*

AQ, of OB ∞ a } zo is AE ∞ $a + b$
OE ∞ b } en EB ∞ $a - b$
AF ∞ x
FC ∞ y, zo is AC ∞ $x \pm y$
AF ∞ x

verm. komt de ▭ CAF ∞ $xx \pm xy$.

Vermenigvuldigt AE ∞ $a + b$, met EB ∞ $a - b$, komt $aa - bb$ ∞ de ▭ AEB, of het □ DE; hier by $aa + 2ab + bb$ ∞ 't □ AE, komt $2aa + 2ab$ ∞ 't □ AD.

Men heeft dan ▭ CAF $xx \pm xy$ ∞ $2aa + 2ab$ 't □ AD.

Trekkende FB, zo zyn de △en FAB CAE gelykhoekig, en daarom is AF x tot AB $2a$, als AE $a + b$ tot AC $a \pm y$; vermenigvuldigt de uytterste en middelste,

komt $xx \pm xy$ ∞ $2aa + 2ab$
boven is $xx \pm xy$ ∞ $2aa + 2ab$

en daarom is o ∞ o. Betonende dat alle de lynen, die uyt A getrokken werden tot de Perpendiculaar en de Omtrek van het Rond, het begeerde zullen voldoen; of *dat de oneyndige* EC *de plaats is van het punt* C, *en dat de Omtrek van het Rond de plaats is van het punt* F.

54. *Gegeven zynde een Rond, en in de zelve de Middellyn* AB: *buyten deze Middellyn, en binnen het Rond, een punt* E *te vinden zodanig, trekkende* FEG, *dat de* ▭ FEG *en 't* □ *van de Perpendiculaar* ED *te zamen zo groot is als de* ▭ ADB.

Trekke KEI evenwydig aan AB, en uyt de Middelpunt C de rechte CH rechthoekig op KI; ook CI

Stelle AC, of BC ∞ a, DC ∞ x, DE ∞ y, zo is HI ∞ $\sqrt{.aa - yy}$
en daarom EI ∞ $+x + \sqrt{.aa - yy}$
en EK ∞ $-x + \sqrt{.aa - yy}$

verm.

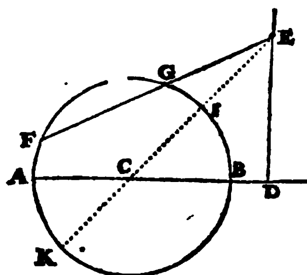
DB ∞ $a + x$ komt de ▭ FEG ∞ $aa - yy - xx$
DA ∞ $a - x$ □ DE ∞ yy

verm. verg.

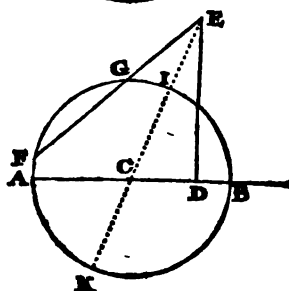
▭ ADB ∞ $aa - xx$ ∞ ▭ FEG + □ DE ∞ $aa - xx$

Of

Of $o \infty o$. Aanwyzende dat E binnen de Omtrek van het Rond, en buyten de Middellyn AB overal mag genomen werden na believen: of *dat de plaats van het punt* E *is in de geheele vlakte binnen het Rond en buyten de Middellyn* AB.



55. *Maar de plaats van het punt* E *zal wezen de geheele oneyndige Vlakte buyten het Rond en buyten de verlengde Middellyn* AB, *wanneer men wil dat* (*in plaats van de* som) *het* verschil *tusschen de* ▭ FEG *en het* □ DE *zo groot is als de* ▭ ADB. want:



Stellende AC of CB $\infty\, a$, CD $\infty\, x$, en DE $\infty\, y$, zo is EC $\infty\, \sqrt{.\,xx+yy}$

1 fig		2 fig
$x + a$	∞ AD ∞	$a + x$
$x - a$	∞ DB ∞	$a - x$
	verm.	
$xx - aa$	▭ ADB	$aa - xx$

EK $\infty + a + \sqrt{.\,xx+yy}$
EI $\infty - a + \sqrt{.\,xx+yy}$

verm.

▭ FEG $\infty - aa + \quad xx + yy$ A
□ DE $\infty \quad yy$ B

B van A, komt ▭ FEG $-$ □ DE $\infty - aa + xx \infty xx - aa$ ▭ ADB in de *eerste* figuur

A van B, komt □ DE $-$ ▭ FEG $\infty + aa - xx \infty aa - xx$ ▭ ADB in de *tweede* figuur.

Of $o \infty o$: betonende het gezeg van hier boven met de waarheit over een te komen.

Men kan lichtelyk bekennen, uyt deze twee voorbeelden, dat de Plaats van het punt E *in een* Lichaam *zal moeten wezen, indien men in stee van een Rond, neemt een* Sphæra, *of een* Kloot: *in de geheele Ruymte binnen de Kloot en buyten de Middellyn* AB *op de* som, *en in de oneyndige ruymte buyten de Kloot en de verlengde* AB *op het* verschil; *de reden is, om dat de Kloot, door 't Middelpunt gesneden zynde waar dat men wil, overal een Rond, als hier gegeven is, zal vertonen.*

56. *Zo 40 Perzoonen, Mannen Vrouwen en Kinderen, t'zamen verteert hebben 12 guldens: een Man 10, een Vrou 5, en een Kind 3 stuyvers: Vrage hoe veel Mannen Vrouwen en Kinderen daar geweest zyn, of konnen geweest hebben?*

De Perzoonen 40 ∞a	Perz. st.
12 guld. of 240 st. ∞b	x met c verm. k^t. xc.
10 st. ∞c	y met d verm. k^t. yd.
5 st. ∞d	$a - x - y$ met e verm. k^t. $ea - ex - ey$
3 st. ∞e	verg^t
De Mannen ∞x	komt $b \infty xc + yd + ea - ex - ey$
de Vrouwen ∞y	of $y \infty \frac{b - ea - c + e, x}{d - e}$
zo zyn de Kinderen $\infty a - x - y$	of $y \infty \frac{n - px}{q}$, nemende
	$n \infty b - ea$, $p \infty c - e$, en $q \infty d - e$.

En dewyl 'er in de Quæstie geen stof meer overig is om noch een Vergelyking te vinden, zo betoont het dat x genomen mag werden naar believen, met deze bepaling; ten eersten, dat px kleender is als n, ten tweeden, dat x een heel tal is, en zodanig dat voor y ook een heeltal komt, om dat niet als heele Menschen konnen eten; en ten derden, dat $x + y$ minder is als a, anderzints zouwender geen Kinderen konnen wezen, tegen de Quæstie.

Het eerste werd volbracht nemende x minder als 18. Want zal px, of $7x$ kleender zyn als n, of 120, zo vind men dat x moet kleender wezen als $17\frac{1}{7}$, deelende $7x$ en 120 beyde door 7. Het tweede vind men, nemende een *even* getal voor x, om dat p een *oneven*, n een *even*, en $q \infty 2$ is. Het derde bepaalt men dus:

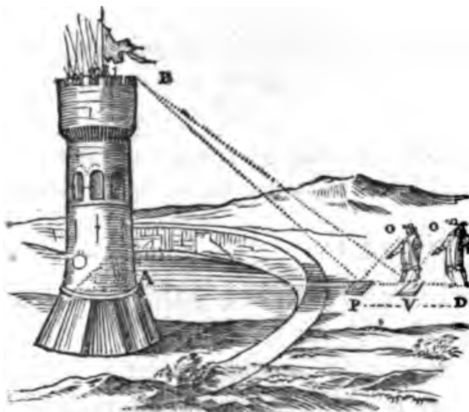
$x + y$, of $x + \frac{n - px}{a}$ minder als a
q
of $qx + n - px$ minder als qa
of $n - qa$ minder als $px - qx$
$p - q$
of $\frac{n - qa}{p - q}$ minder als x, of x meerder als $\frac{n - qa}{p - q}$, dat is x meer als 8.

Voor x magmen dan een even getal nemen meer als 8 en minder als 18: dat overzulx kan wezen 10, 12, 14, 16, en geen andere. $x \infty 10$ nemende, zo men vind $y \infty 25$: $\infty 12$ nemende, men vind $y \infty 18$: $\infty 14$ nemende, zo is $y \infty 11$; en $\infty 16$ nemende: zo is $y \infty 4$. Daar konnen dan geweest hebben

10 Man-

10 Mannen, 25 Vrouwen, en 5 Kinderen,
of 12 Mannen, 18 Vrouwen, en 10 Kinderen,
of 14 Mannen, 11 Vrouwen, en 15 Kinderen,
of 16 Mannen, 4 Vrouwen, en 20 Kinderen.

Alle een Arithmetische Progressie zynde, de Mannen klimmen op met 2, de Kinderen met 5, en de Vrouwen nemen af met 7.



57. *Zeker Perzoon, staande in* V, *ziet in de Spiegel* P *(Horizontaal met* A *zynde) de top des Torens* B, *en* 4 *Voet te ruggaande tot in* D, *en de Spiegel in* V *leggende, bevind het zelvige: Vrage na de hoogte des Torens? Zo* PV *is* $3\frac{1}{2}$, *en* VO, *of* DO 5 *Voeten.*

Dewyl de hoek OPV gelyk is aan de hoek BPA, en OVD gelyk aan BVA, door de natuur van de Weêrkaatzing, zo volgt dat

PV tot VO is, als PA tot AB — AP $\infty\ x$

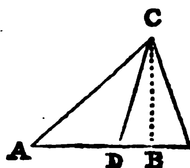
a —— b —— x / $\frac{bx}{a}$ — PV $\infty\ a$

VD tot DO, als AV tot AB — VO, of DO $\infty\ b$

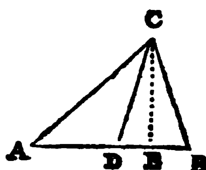
en c —— b —— $a+x$ / $\frac{ab+bx}{c}$ — en VD $\infty\ c$.

Dies is $\frac{bx}{a} \infty \frac{ab+bx}{c}$, of $x \infty \frac{aa}{c-a}$.

Waar door men vind 35 voeten voor de hoogte van de Toorn.



58. *Indien uyt de hoek van een Driehoek een lyn getrokken werd, snydende de overstaande zyde in tweên gelyk: zo is 2 maal het Vierkant van de getrokkene lyn, en 2 maal het Vierkant van de halve gesnedene, gelyk aan de Vierkanten der twee andere zyden.*



Dat is, D het midden van AB zynde,

zo is $2 \square CD + 2 \square AD \infty \square AC + \square BC$.

Stelle AD of DB $\infty\, a$

$AC \infty\, b$

$CB \infty\, c$

$CD \infty\, d$

$DE \infty\, e$

$CE \infty\, f$

't Bewys. Aanmerkt CE rechthoekig op AB, of op zyn verlengde.

$\square AE \infty\, aa + 2ae + ee$	$\square BE \infty\, aa - 2ae + ee$
$\square CE \infty\, ff$	$\square CE \infty\, ff$
Verg. k^t. $bb \infty\, aa + 2ae + dd$.	Verg. k^t. $cc \infty\, aa - 2ae + dd$

Deze twee vergaart, komt $bb + cc \infty\, 2aa + 2dd$, beveſtigende het gezeyde.

Men ziet ook dat $bb - cc$ is $\infty\, 4ae$.

59. *Indien uyt de hoek van een Driehoek een lyn getrokken werd, ſnydende deze hoek in tweën gelyk, en gaande door de overſtaande zyde: zo is het Vierkant van de getogene binnen de Driehoek, en de Rechthoek van de deelen der geſnedene lyn, te zamen zo groot als de Rechthoek van de twee andere zyden.*

Dat is, in de bovenſtaande figuur, zo CD de hoek ACB in tweën gelyk ſnyd,

zo is 't $\square CD + \square ADB \infty \square ACB$.

't Bewys. Noemende nu DB $\infty\, g$, en de reſt als boven: zo is, volgens het voorgaande,

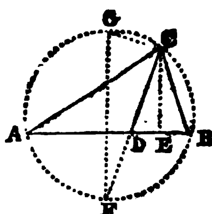
$bb \infty\, aa + 2ae + dd$, en $cc \infty\, gg - 2eg + dd$

of $\frac{bb - aa - dd}{a} \infty\, 2e \infty\, \frac{cc - gg - dd}{-g}$

of $-gbb + gaa + gdd \infty\, acc - agg - add$

of $add + gdd \infty - gaa - agg + acc + gbb$: in de twee laatſte termen van deze geſtelt bg in plaats van ae, en ac in plaats van gb, om dat $a / b // g / c$ evenredig zyn door de deeling van de hoek C in tweên gelijk (12 V.) waar door ac is $\infty\, bg$; en dan alles gedeelt door $a + g$, komt $dd \infty - ag + bc$, of $dd + ag \infty\, bc$; aanwyzende de waarheit van het gezeg.

Anders.



$DF \infty h$
$FG \infty k$

Anders. Aanmerkt dat om ACBA een kring beſchreven is. Om dat ACD is gelyk BCD, daarom ſtoot de verlengde CD de kring in het midden van de boog AFB. Getogen FG rechthoekig door AB, of evenwydig aan CE, zo is FG de Middellyn (21 V.) en daarom FGCF gelykhoekig aan CDEC, en by gevolg zyn FG / FC // CD / CE, of $k / d+b // d / f$ evenredig, of $kf \infty dd+dh$: maar bc is ∞kf (byv. 24 V.) en $ag \infty dh$ (27 V.) dies is $bc \infty dd+ag$, 't geen enz.

60. *De Inhoud van een Cubicq te vinden, waar af de lyn getogen uyt zyn middelpunt tot een van de hoeken doet* 12. *Antwoord* $1536\sqrt{}3$.

61. *Van een gelykzydige Pyramis, of Naalde doet de lyn getogen van het middelpunt tot aan een van de hoeken* 12: *Vrage na zyn Inhoud? Antwoord* $512\sqrt{}3$.

62. *Zoekt twee getallen wiens vermenigvuldigde van het grootſte met de* $\sqrt{}$ *q. uyt het kleenſte is* a, *en van het kleenſte met de* $\sqrt{}$ *q. uyt het grooſte is* b.

Stellende het grootſte ∞x, en het kleenſte ∞y, zo heeft men $x\sqrt{y} \infty a$, en $y\sqrt{x} \infty b$, waar door men vind $x\sqrt{c.}\frac{aa}{bb}$: maar het grootſte ∞xx, en het kleenſte ∞yy nemende, zo heeft men $xxy \infty a$, en $yyx \infty b$, en daar door $x \infty \sqrt{c.}\frac{aa}{b}$.

Nemende $a \infty 18$, en $b \infty 12$; zo vind men $x \infty 3$, of xx het grootſte $\infty 9$, en yy het kleenſte $\infty 4$.

63. *Zoekt een getal* x, *zodanig, indien men het zelvige vergaart by drie gegeve getallen* a, b, *en* c, *dat deze drie belopen zyn drie gedurige evenredige.*

64. *Item, de drie gegevene* a, b, c *yder in 't bezonder getogen van* x, *dat de reſten zyn als voren.*

65. *Van de eynden* A *en* B *eener gegeve rechte Lyn* AB,

twee

twee Lijnen AC BC *te zamen te trekken, bepalende de driehoek* ABCA, *wiens hoogte* CD *op* AB, *of op zyn verlengde, gelijk is aan een gegeve Lyn* P, *en de Inhoud des Driehoex, tot het Verschil der Vierkanten* AC BC, *als de Lijn* r *tot de Lijn* s.

Deelt AB in tween gelyk in F.
en ftelt AF, of FB ∞ a
P, of CD ∞ b
FD ∞ x
zo is AD ∞ $a+x$ en BD ∞ $a-x$, of $x-a$
———— √ ———— √
komt $aa+2ax+xx$, en $aa-2ax+xx$, deze van elkander getrokken, reft $4ax$, voor het verfchil der Vierkanten van AD en van BD, gelyk zynde aan 't verfchil der Vierkanten van AC en van BC, om dat het □ CD in beyde gelyk is. En dewyl ab ∞ aan de Inhoud van de Driehoek is, daarom is ab tot $4ax$ als r tot s; of bs ∞ $4rx$, of $4r$ tot b, als s tot x, zulx dat men alleenlyk heeft een vierde evenredige te vinden, zodanig, dat $4r$ tot b is, als s tot x; of $4r$ tot s, als b tot x.

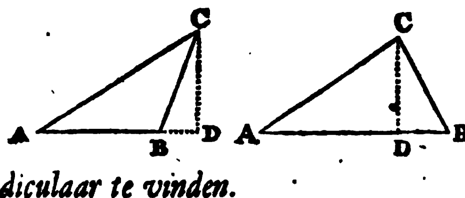
66. *Gegeven zynde een Halfrond, en twee punten* C *en* D *in de middellyn, evenver van de midftip* A: *een punt* B *in den Omtrek te vinden, waar uyt tot* C, A, D *drie lynen konnen getrokken werden, zodanig, dat het verfchil der Vierkanten van* BC *en* BD *zo groot is als het Vierkant van* BA.

67. *Gegeven zijnde een rechte ftreep* A, *en twee ftippen buyten dezelve, als* B *en* C: *door deze ftippen een Rond te trekken rakende de gegeve ftreep* A.

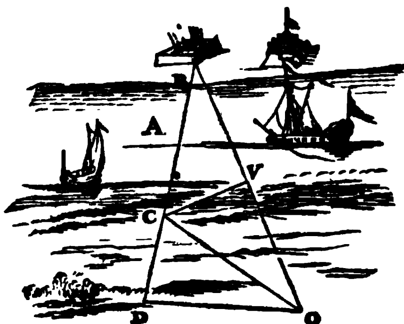
Aanmerkt het werkftuk als ge-

gemaakt, en laat O de stip zyn daar de Lyn van 't Rond geraakt werd: die gevonden zynde, zo is de rest openbaar door de 25 des 3 Euclidis.

Trekt door B en C een Lyn tot datze de Lyn A ontmoet, dat hier geschied in D. Stelle BD ∞ a, DC ∞ b, en DO ∞ x. En dewyl na de 36 des 3 Euclidis (2 gev. 27 V.) 't □ OD ∞ is aan de ▭ BDC, daarom is xx ∞ ab, of x ∞ $\sqrt{ab}$. Dies beschrijft op BD een Halfrond, en uyt C getogen de perpendiculaar CP, stotende het Rond in P, zo is DP ∞ $\sqrt{ab}$. Dan DO ∞ DP, men heeft de stip O.



68. *Van een scheefhoekigen Driehoek de drie zyden in getallen gegeven zynde, de lenkte van de perpendiculaar te vinden.*



69. *Een Landmeter, of Ingenieur, is gegeven te meten de wydte van de Revier* A, *zonder over te varen, alzo daar den Vyandt is. Om 't zelfde te doen, meet hy, in de verlengde* BC, *van* C *tot* D, 8 *roeden; dat gedaan zynde, gaat hy in een rechte winkel van* CD *af, zo lang tot dat hy* COB *zo wyd vind te wezen als* COD: *Vrage zo* DO *is* 10 *Roeden, hoe wyd dat de Revier is?*

Aanmerkende CV rechthoekig op BO, zo is die ∞ DC, en CBVC is gelijkhoekig met DBOD.

DC, of CV ∞ a
DO, of VO ∞ b
BC ∞ x.

Dies is CV tot BC, als DO tot

a —— x —— b / $\frac{bx}{a}$ ∞ BO

b ∞ VO

———————— afget.

Rest $\frac{bx - ab}{a}$ ∞ BV

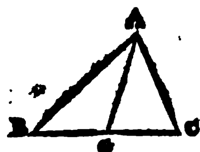
DO tot DB, als CV tot BV

ook is b —— $a + x$ —— a / $\frac{aa + ax}{b}$.

zo is dan $\frac{aa + ax}{b}$ ∞ $\frac{bx - ab}{a}$

of x ∞ $\frac{a^3 + abb}{bb - aa}$.

en daarom is x, de wydte van de Revier, $36\frac{2}{3}$ Roeden.



70. *Van de nevenstaande Driehoek doet* AB 15, AC 13, AG $\sqrt{}$ 148, *en* BG *is gelyk* GC: *Vrage na* BC? *Antwoord* 14.

71. *Eender in een Bogaart geplukt hebbende zekere Appelen, en hebbende drie Poorten te passeeren; vereert aan de eerste Poort de helft, en een Appel; aan de tweede de helft van de rest, en noch een Appel; en aan de derde de helft van die geene dewelke hy toen noch overhielt, en een Appel: Vrage zo hy noch een Appel behielt, hoe veel Appelen dat hy geplukt heeft? Antwoort* 22 *Appelen.*

72. *Drie getallen te vinden, zodanig dat de Som van twee vervolgens genomen gelyk is aan de gegeve getallen a, b, c.* De 16 van 't 1 B. Diophanti Alexandrini.

Stellende het *eerste* ∞ x } zo is { $x + y$ ∞ a,
het *tweede* ∞ y } zo is { $y + z$ ∞ b,
het *derde* ∞ z } zo is { $z + x$ ∞ c,

Door reductie van deze vind men

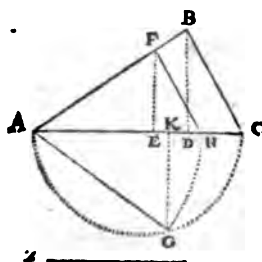
x ∞ $+ \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$,
y ∞ $+ \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c$,
z ∞ $- \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$.

Gegeven zynde a ∞ 4, b ∞ 5, en c ∞ 6; zo zyn de begeerde getallen $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$.

73. Vind

73. *Vind drie getallen, zodanig dat de Som van twee vervolgens genomen, min de derde, gelyk is aan de gegeve getallen a, b, c.* De 18 van 't 1 B. Diophanti Alexandrini.

74. *Zoekt vier getallen, zodanig dat de Som van drie vervolgens genomen gelyk is aan de gegeve getallen* 39, 55, 49, 43: *komt* 7, 13, 19, 23 *voor de begeerde getallen.*



75. *Een gegeve Driehoek* ABCA *in een gegeve reden te deelen, door een lyn* HF *evenwydig aan een van de zyden* BC.

Stelle AC ∞ a
BD ∞ b
AH ∞ x
FE ∞ y

Laat de reden van ABCA tot AFHA wezen als AC tot r.

Aanmerkt BD FE voor perpendicularen op AC.

Dewyl $\frac{1}{2}\,ab$ is ∞ de $\triangle$ ABCA
en $\frac{1}{2}\,xy$ is ∞ de $\triangle$ AFHA
zo zyn dan $\frac{1}{2}ab / \frac{1}{2}xy // a / r$ evenredig
waar door men heeft $xy \infty br$.
Ook zyn evenredig
ACa / AHx // BDb / FEy
waar door men heeft $ay \infty bx$.
Wy hebben dan $xy \infty br$ en $ay \infty bx$,
door reductie vind men $x \infty \sqrt{ar}$.

Anders. Stellende AB ∞ c en AF ∞ z. zo is (16 V.) de $\triangle$ ABCA tot de $\triangle$ AFHA als ac tot xz: dies zyn $ac / xz // a / r$ evenredig: dies is $cr \infty zx$. ook zyn evenredig $c / a // z / x$: dies is $cx \infty az$. door reductie van deze twee vind men wederom $x \infty \sqrt{ar}$.

Daarom, beschryft op AC een Halfrond: genomen hebbende AK ∞ r, zo trekt de perpendiculaar KG, en neemt AH gelyk AG, en haalt HF evenwydig aan CB, die voldoet het begeerde.

76. *Zoekt vier getallen zodanig dat het vermenigvuldigde van drie vervolgens gelyk is aan de gegeve getallen a, b, c, d.*

Stellende x, y, z, v voor de begeerde getallen,
Zo is $xyz \infty a$, $yzv \infty b$, $zvx \infty c$, $vxy \infty d$.

Door deze vier Æquatien vind men lichtelyk de waarde van de onbekende door middel van de gemeene Reductie: maar korter vind men hen *vermenigvuldigende drie van deze Producten met elkander, en deelende het komende door 't Vierkant van 't overige, mits dan uyt het Quotient de √C. trekkende*, gelyk volgt:

$$xyz \infty a$$
$$yzv \infty b$$
vermen.
$$xyyzzv \infty ab$$
$$zvx \infty c$$
verm.
$$xxyyvvz^3 \infty abc.$$
$$vxy \infty d \quad \sqrt{} \quad xxyyvv \infty dd \text{ — } xxyyvv \infty dd$$
gedeelt
$$z^3 \infty \frac{abc}{dd}$$
√C.
$$z \infty \sqrt{C.}\,\frac{abc}{dd},$$ op dezelve manier vind men $y \infty \sqrt{C.}\,\frac{abd}{cc}$, $x \infty \sqrt{C.}\,\frac{acd}{bb}$, $v \infty \sqrt{C.}\,\frac{bcd}{aa}$

Of korter. z gevonden hebbende, zo deelt xyz door z, komt xy, ook yzv door z, komt yv; dit vermenigvuldigt met xy, komt $xvyy$; dit gedeelt door xvy, komt y: y en z gevonden hebbende, zo deelt xyz door haar vermenigvuldigde zy, komt x: en deelende zvx door zx, komt v.

Gegeven zynde $a \infty 60$, $b \infty 120$, $c \infty 90$, en $d \infty 72$, zo vind men voor de begeerde Getallen 3, 4, 5, 6.

77. *Vind vijf Getallen zodanig dat het vermenigvuldigde van drie vervolgens even is aan de gegeve Getallen a, b, c, d, e.*

Stellende p, q, x, y, z voor de begeerde getallen, zo heeft men
$$pqx \infty a,\ qxy \infty b,\ xyz \infty c,\ yzp \infty d,\ zpq \infty e.$$

Als men in deze de vierkanten van de twee overhandze vervolgens met elkander vermenigvuldigt, en deelt het product door het gemultipliceerde van de drie overige, zo is het quotient de Cubicq van een der begeerde. by voorbeelt

$pqx \infty a,$

$pqx \infty a$, zyn □ is $ppqqxx \infty aa$
$xyz \infty c$, zyn □ is $xxyyzz \infty cc$
——————— verm.

$qxy \infty b$ } komt $ppqqx^4yyzz \infty aacc$
$yzp \infty d$ } verm. komt $ppqqx\ yyzz \infty bde$
$zpq \infty e$ } ———————
komt $x^3 \infty \frac{aacc}{bde}$.

men vind $y^3 \infty \frac{bbdd}{ace}$: $z^3 \infty \frac{cccc}{abd}$: $p^3 \infty \frac{ddaa}{bce}$: $q^3 \infty \frac{eebb}{acd}$.

Gegeven zynde $a \infty 60$, $b \infty 120$, $c \infty 210$, $d \infty 126$, $e \infty 84$; zo zyn de begeerde getallen 3, 4, 5, 6, 7.

78. *Drie getallen te vinden, zodanig, dat de som van twee vervolgens gemultipliceert met het overige voortbrenge de gegeve getallen a, b, c.*

Stelle het *eerste* ∞x } zo is { $xz + yz \infty a$
het *tweede* ∞y } zo is { $yx + zx \infty b$
en het *derde* ∞z } zo is { $yx + yz \infty c$

——————— vergaart

komt $2xz + 2yz + 2yx \infty a + b + c$

2 ———————

$xz + yz + yx \infty \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$
$xz + yz \qquad \infty a$

——————— afget.

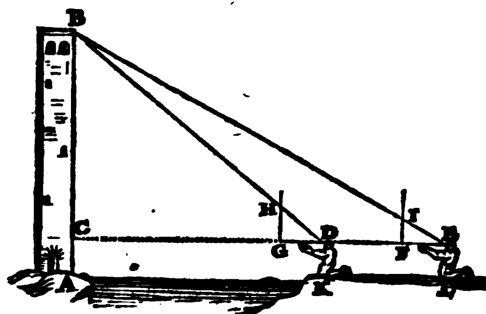
Rest $yx \infty -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c \infty d$
zo vind men mede $yz \infty \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c \infty e$
en $xz \infty \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c \infty f$

Voorts $yx \infty d$
$yz \infty e$
——————— verm.
$yyxz \infty de$
$xz \infty f$
——————— gedeelt
komt $yy \infty \frac{de}{f}$
$\sqrt{}$ ———————
of $y \infty \sqrt{\frac{de}{f}}$, op dezelve manier, of anders,
vind men $x \infty \sqrt{\frac{df}{e}}$,
en $z \infty \sqrt{\frac{ef}{d}}$.

Gegeven zijnde $a \infty 20$, $b \infty 14$, en $c \infty 18$, zo vindmen de be-

geerde Getallen te wezen 2, 3, 4. En de Getallen *a*, *b*, *c* gelijk 3, 4, 5 gegeven zijnde, zo zijn de begeerde $\surd 6$, $\surd 1\frac{1}{2}$, $\surd \frac{2}{3}$.

79. *Eender gemeten hebbende de hoogte van de Toren* AB, *en de Afstant* AK, *door middel van de rechthoekige schuyf* HGD, IFE. *Gegeven zynde* GD $\infty\, a$, EF $\infty\, b$, HG $\infty\, c$, FI $\infty\, d$, DE *of* KL $\infty\, e$, *en* DK, EL, *of* AC $\infty\, f$.



BC $\infty\, x$
CD $\infty\, y$

om de gelijkhoekigheit van de Δ^{en} GHD CBD, is 't
GD tot GH, als CD tot BC
a / *c* // *y* / *x*,
en daarom $cy \infty ax$.

En om de gelijkhoekigheit van de Δ^{en} FIE CBE, is 't
FE tot FI, als CE tot BC
b / *d* // *y* + *e* / *x*
en daarom $dy + de \infty bx$

door Reductie vindmen $x \infty \frac{cde}{bc - ad}$, of $\infty \frac{cde}{c - d,a}$ } Stellende $b \infty a$.
en $y \infty \frac{ade}{bc - ad}$, of $\infty \frac{de}{c - d}$ }

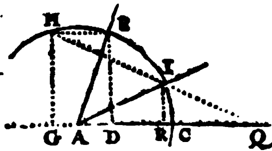
Uyt de Tellers zietmen dat x tot y is als c tot a; de eene dan bekent hebbende zo is de andere daar door openbaar.

Gegeven zijnde *a*, ofte $b \infty 100$, $c \infty 80$, $d \infty 75$ gelijke deelen; $e \infty 12$, en $f \infty 4$ Voeten: zo vindmen voor de hoogte van de Toren AB 148, en voor de distantie AK 180 Voeten.

80. *Een Heer hebbende een Knecht gehuurt, en hem belooft Jaarlijx te zullen geven 24 gulden en een Mantel: naar acht Maanden gebeurt het dat ze scheyden, en de Knecht ontfangt, boven de Mantel, noch 13 gulden: Op hoe veel is de Mantel gerekent? Antwoort op 9 gulden.*

81. *Als 12 Appelen en 15 Peren gekocht werden voor 3 stuyvers, en ten zelve pryze 10 Appelen en 50 Peren voor 5 stuyvers, zo werd gevraagt hoe veel Appelen dat men voor een stuyver gekocht heeft, en ook hoe veel Peren? Antwoort 6 Appelen, en 15 Peren.*

82. *Twee Bogen te vinden, waar van de eene is het derde deel van de ander, en welkers hoekmaten een gegeve reden hebben tusschen de 1 en 3; of als r tot s.*



Laat BC de grootste Boog wezen, en IC, zyn derde deel, de kleenste; en getogen zyn de perpendicularen BD IR; zo is IR tot BD als r tot s.

Haalt men BH evenwydig aan CA, ontmoetende de verlengde Boog CB in H, en trekt men dan HG gelykwydig aan BD, stotende de verlengde CA in G: zo is HG ∞ BD, en AG ∞ AD. Halende HIQ tot aan de verlengde AC, zo is IQC gelyk BHI, of gelyk de helft van BAI, of gelyk IAC: dies is RQ ∞ RA. dan r/s, RI y?

AB, of AI ∞ a
AR ∞ x
IR ∞ y

komt $\frac{sy}{r} \infty$ BD: dies is AD, of AG $\infty \sqrt{.aa - \frac{ssyy}{rr}}$.

HG GQ IR RQ

Voorts. $\frac{sy}{r} / 2x + \sqrt{.aa - \frac{ssyy}{rr}} // y / x$ zyn evenredig.

Vermenigvuldigt de uiterste en middelste, en gereduceert,

komt $\frac{sx}{r} - 2x \infty \sqrt{.aa - \frac{ssyy}{rr}}$.

Deze in 't Vierkant, gereduceert, en $aa - xx$ gestelt in plaats van yy, die gelyk zyn,

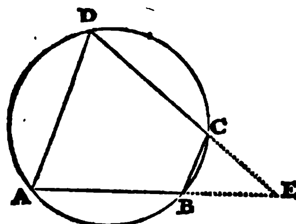
komt $xx \infty \frac{ss - rr, aa}{s - r, 4r}$.

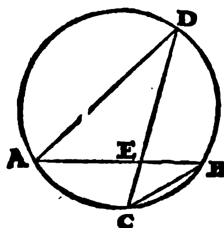
Is gegeven $a \infty$ 10000000, $r \infty$ 5 en $s \infty$ 11, zynde in reden minder als 1 tot 3; zo vind men $xx \infty$ 80000000000000, dit van $aa \infty$ 100000000000000, rest 20000000000000 ∞yy, of $y \infty$ 4472136, Sinus van 26 gr. 33$\frac{9}{10}$ m. nagenoeg, voor de kleenste Boog, wiens drievoud is 79 gr. 41$\frac{7}{10}$ m. voor de grootste, welkers hoekmaat is 9838694. tot elkander zynde, na genoeg, als 5 tot 11.

Stelt men $r \infty$ 1 en $s \infty$ 2, zo vind men 30 graden voor de kleenste, en daarom 90 graden voor de grootste Boog.

83. *Een*

83. *Een Veltoverste stellende zijn Volk in een Vierkante Slagorder zo blijven hem 284 Mannen overig: maar stellende in yder zijde een Man meer zo komt hy 25 Man te kort: Vrage hoe veel Zoldaten hy onder zijn gebied heeft? antwoort 24000 Man.*





84. *In een Rond zyn getogen vier verknogte Lijnen* AB BC CD DA, *waar van dat* AB *doet* 33, BC 25, CD 16, *en* AD 60 *in de eerste Figuur*; *maar* AB 52, BC 25, CD 39, *en* AD 60 *in de tweede Figuur: Vrage zo de zyden* AB *en* DC *verlengt werden tot datze te zamen komen in* E, *of indienze in* E *elkander snyden, hoe lang dat* BE *en* CE *zal wezen.*

33, of 52 AB ∞a	60 AD ∞d
16, of 39 CD ∞c	BE ∞x
25 BC ∞b	CE ∞y

zo is AE $\infty a \pm x$ | + in de *eerste*, en
en DE $\infty c \pm y$ | — in de *tweede* Fig.

Om dat de ▭en AEB DEC gelyk zyn, na de 36 en 35 der 2 Euclidis (27 V.), daarom is

$$ax \pm xx \infty cy \pm yy$$

En om de gelykheit van de hoeken CBE ADE, zo zyn de △en BEC ADE gelykhoekig, om dat de hoek E gemeen is, of om datze die gelyk hebben, daarom is

BE tot BC, als DE tot AD

$$x \;/\; b \;//\; c \pm y \;/\; d,$$

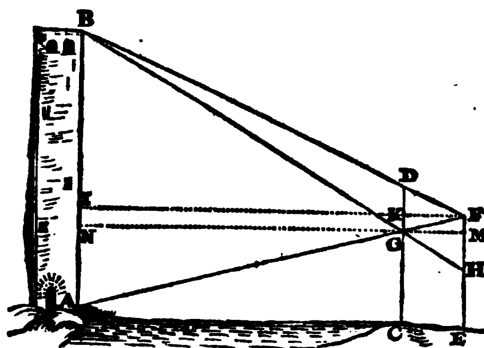
en overzulx is $dx \infty bc \pm by$.

Deze Æquatien gereduceert, en y weggenomen, men vind

$$x \infty \frac{dbc \pm abb}{dd - bb}, \text{ of } \frac{dc \pm ab, a}{dd - bb}.$$

Hier door vind men, in de eerste Figuur, $x \infty 15$, en, in de tweede Figuur, $x \infty 8\frac{88}{119}$. In de eerste Figuur vind men $y \infty 20$; en in de tweede Figuur $y \infty 18\frac{3}{119}$.

85. *Een-*



85. *Eender gemeten hebbende de hoogte van de Toren* AB, *en de Distantie* AC, *door middel van de twee stokken* CD, EF. *gegeven zijnde* GD $\infty\, a$, CE $\infty\, b$, *en* HF. $\infty\, c$: *Vrage naar de hoogte* AB, *en de Afstand* AC. Uyt van Schoten de Conc. Demonstr.

Trekt FI en MGN, beyde Rechthoekig op de Toren AB.

en laat zyn AB $\infty\, x$, en AC $\infty\, y$

om de gelykformigheit van de $\triangle^{en}$ GDF AFB is 't

HF tot CE, als AB tot AC, of GN,

$c \;/\; b \;//\; x \;/\; y$

ergo $bx \infty cy$, of $x \infty \frac{cy}{b}$.

Om de gelykformigheit van de $\triangle^{en}$ GDF AFB is 't

GD tot KF, als AB tot IF,

$a \;/\; b \;//\; x \;/\; y+b$

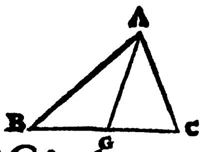
daarom $bx \infty ay+ab$

boven is $bx \infty cy$

dies is $cy \infty ay+ab$, of $y \infty \frac{ab}{c-a}$,

en daarom $x \infty \frac{ac}{c-a}$.

Gegeven zynde $a \infty 24$, $b \infty 30$, en $c \infty 25$, zo vind men voor de hoogte des Torens AB 600, en voor de Distantie AC 720.



86. *In de nevenstaande Driehoek* ABC *is getogen* AG, *deelende de hoek* BAC *in tween gelijk*: BG *doet* $6\frac{1}{2}$, GC $7\frac{1}{2}$, *en* AG $\sqrt{146\frac{1}{4}}$ *Vrage naar* AB *en* AC? *Antwoort* AB *doet* 13 *en* AC 15. Uyt Ludolf van Keulen.

87. *Gegeven zynde een Rond, en een punt A buyten dit*

 Rond:

Rond: uyt A een lyn te trekken stotende de Bult in B, en de bolte in C, zodanig dat AB zo lang is als BC.

88. *Gegeven zynde een Rond, en een rechte lyn: een Cylinder, of Rol te vinden, waar af de Middellyn vande Basis zo groot is als de gegeve lyn, en wiens vlakte volmaaktelyk zo groot is als het gegeve Rond.*

Stelle de Middellyn van het gegeve Rond $\infty\ a$, zijn omtrek $\infty\ x$, en de gegeve lyn $\infty\ b$, de Kring, waar af b de middellyn is, $\infty\ y$, en de hoogte van de Cylinder $\infty\ z$.

$$\text{Zo is } b \text{ tot } a, \text{ als } y \text{ tot } x$$

$$\overline{\quad\quad}\ 4$$

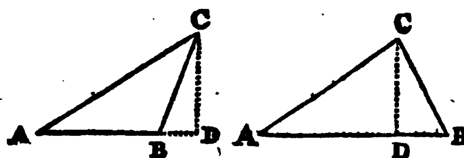
$$\text{of } 4b\,/\ 4a\ //\ y\,/\ x$$

$$\text{ook is } \quad z\,/\ \tfrac{1}{4}a\ //\ z\,/\ \tfrac{1}{4}a$$

$$\overline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}\ \text{Verm.}$$

$$\text{komt } 4bz\,/\ aa\ //\ yz\,/\ \tfrac{1}{4}ax.$$

Maar yz is gelyk de vlakte van de Cylinder, en $\frac{1}{4}ax$ is de Inhoud van het gegeve Rond; en om dat deze moeten evengroot wezen, daarom is dan ook $4bz\ \infty\ aa$, of $z\ \infty\ \frac{\frac{1}{4}aa}{b}$, dat is de hoogte van de Cylinder, welkers Basis het Rond is daar af de gegeve lyn b de Middellyn is, en wiens Superficie zo groot is als het gegeve Rond.



89. *Van een scheefhoekigen Driehoek de drie zyden yder bezonder in Getallen gegeven zynde: de Inhoud ten eersten te vinden.*

$$\text{Stellende } AB\ \infty\ a$$

$$BC\ \infty\ b$$

$$AC\ \infty\ c$$

$$\text{de Inhoud } \infty\ x, \text{ zo is } CD\ \tfrac{2x}{a}$$

$$BD\ \infty\ y, \text{ zo is } AD\ \infty\ a \pm y.$$

$$\text{Hier door vind men } \tfrac{4xx}{aa} + aa \pm 2ay + yy\ \infty\ cc$$

$$\text{en} \quad \tfrac{4xx}{aa} + yy\ \infty\ bb$$

de y uyt beyde gereduceert,

komt

komt $aa+bb-cc$, of $q \infty \mp 2a\sqrt{.bb-\frac{4xx}{aa}}$

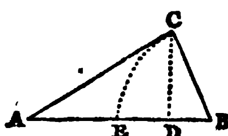
of $qq \infty 4aabb - 16xx$

of $x \infty \sqrt{.\frac{1}{4}aabb - \frac{1}{16}qq}$

Gegeven zynde $a \infty 21$, $b \infty 13$, en $c \infty 20$, zo vind men 126 voor de Inhoud.

90. *Gegeven zynde als boven: een Regel te vinden, waar door men de wydte van een der hoeken ten eersten bekomt.*

Laat B de hoek wezen wiens wydte dat men wil vinden.



Indien CE een Boog is getrokken uyt B door C, zo is CD (een Perp. uyt C op AB, of zyn verlengde) Sinus van de hoek B, BD zyn Sinus Complement, en DE zyn Pyl; om dat BC de Radius is.

AB ∞a
BC ∞b
AC ∞c
CD ∞x
BD ∞y

om dat $+aa+bb-cc$ is $\infty 2ay$ als B *Scherp* is
en $-aa-bb+cc$ is $\infty 2ay$ als B *Bot* is
en om dat $2ab$ tot $2ay$ is
$\overline{2a\qquad}$
als . b tot y, dat is als de Straal tot Sinus compl. van de begeerde hoek B.

Zo ziet men dat $2ab$ zal wezen tot $2ay$, of tot $aa+bb-cc$ (B Scherp) of tot $-aa-bb+cc$ (B Bot): of

De dubbelde rechthoek van de twee zyden om de begeerde hoek,
Tot het verschil tussen de som der Vierkanten van de twee zyden om de begeerde hoek en de derde zyde.
Als de Straal,
Tot Schilboogs hoekmaat van de begeerde hoek.

Zynde de Regel aangetekent in onze Driehoexmeting pag. 131.

Vinding van nog een andere Regel.

Aanmerkende dat $aa+bb-2ab$ is ∞ 't $\square\,\overline{a-b}$, of $\overline{b-a}$, het verschil van de 2 zyden om de beg. hoek.

hier van $aa+bb-cc \infty 2ay$ } hier boven aangewezen
of, hier by $\underline{-aa-bb+cc \infty 2ay}$

men heeft $cc-2ab \infty \mp 2ay + \square\,\overline{a-b}$, of $\overline{b-a}$
of $cc - \square\,\overline{a-b}$, of $\overline{b-a} \infty 2ab \mp 2ay$

Stelt men dat $2ab$ is tot $2ab \mp 2ay$
$\overline{2a\qquad}$
of b tot $b \mp y$, dat is de Straal tot

Pyl van de begeerde hoek: $-y$ als hy Scherp, en $+y$ als hy Bot is.

Zo is dan ook $2ab$ tot $2ab \mp 2ay$, of tot $cc - \square \overline{a-b}$, of $\overline{b-a}$, als b tot $b \mp y$; dat is

Het vermenigvuldigde van de twee zyden om de begeerde hoek gedubbelt,

Tot het Vierkant van de zyde over de begeerde hoek, min het Vierkant van het verschil der twee andere zyden;

Als de Straal,

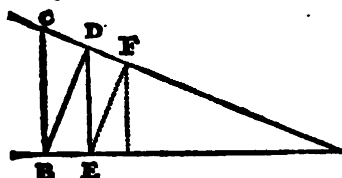
Tot Pyl van de begeerde hoek.

Deze Regel is aangetekent in de Mathesis pag. 79.

Aanmerkende dat $\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ is de halve som des drie zyden min b, de eene zyde om de begeerde hoek, en dat $\frac{1}{2}c - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ mede is de halve som der drie zyden min a, de andere zyde om de begeerde hoek, en dat het vermenigvuldigde van deze twee quantiteyten

$\frac{1}{4}cc - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{4}bb$ is $\infty \frac{1}{4}cc$ min 't $\square$ van $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ of van $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$, zo vind men daar door nog een andere Regel, aangetekent in de voornoemde Driehoexmeting pagina 135.

En verwisselende de Proportie, stellende de derde tot de vierde als de eerste tot de tweede, zo heeft men daar door Regelen die konnen dienen, twee zyden en een hoek tussen beyden bekent zynde, om de derde zyde ten eersten te vinden, zonder alvorens te zoeken de andere hoeken, waar van datter twee aangetekent zyn in de gezeyde Driehoeksmeting pagina 124 en 126.



91. *Gegeven zynde twee verknochte Lynen* AB AC, *en een punt* C *in een van de zelve: indien uyt* C *getogen werd* CB *rechthoekig op* AB, *en uyt* B *een zodanig op* AC, *als* BD, *en uyt* D *wederom een op de zelve wyze op* AB, *als* DE, *en zo vervolgens tot in 't oneyndig: een Lyn te vinden die zo lang is als alle deze oneyndige menigte Lootlynen te zamen.*

Dewyl CB BD DE EF enz. gedurig evenredig zyn, om dat de Driehoeken CBD DBE EDF enz. alle gelykhoekig zyn, gelyk men lichtelyk kan gewaar worden, zo blykt dat deze oneyndige menigte van perpendicularen alle zullen wezen in een Geometrice pro-

progressie, waar van de eerste is CB, en de laatste oneyndig kleen, of ∞ o. Laat ons dan de Inhoud van zodanigen progressie zoeken.

Gegeven zynde een Geometrice progressie $y^3 : yy : y : 1$; men ziet dat y^3 tot yy is (of y tot 1) als $y^3 + yy + y$ tot $yy + y + 1$, dat is, *de eerste Term tot de tweede, als de som der Termen min de laatste tot de som der Termen min de eerste.*

Stellende de eerste Term CB ∞ a, de tweede BD ∞ b, de laatste ∞ c, en de som der Termen ∞ x,

zo is a tot b, als $x - c$ tot $x - a$

dies is x ∞ $\frac{aa - bc}{a - b}$, stellende a groter als b.

of x ∞ $\frac{aa}{a - b}$, stellende c ∞ o, de laatste Term.

Waar uyt blykt, dat men alleenlyk een derde evenredige heeft te zoeken tot CB — BD en CB, om een lyn te vinden die zo lang is als alle deze Lootlynen te zamen, dat is zo lang als $a + b + \frac{bb}{a} + \frac{b3}{aa} + \frac{b4}{a3} + \frac{b5}{a4} + \frac{b6}{a5} + \frac{b7}{a6}$, en zo in 't oneyndig, altyt de Teller met een b, en de Noemer met een a opklimmende, die men vind, delende van $\frac{aa}{a - b}$, de Teller door de Noemer in 't oneyndig: waar uyt ook blykt dat de laatste zal moeten wezen oneyndig kleen, om dat b, die in de Teller is, kleender is als a, welke in de Noemer gevonden werd.

Indien men de Teller aa in 't oneyndig deelt door $a + b$, de *som* van de eerste en tweede Term, men zoude gevonden hebben $+ a - b + \frac{bb}{a} - \frac{b3}{aa} + \frac{b4}{a3} - \frac{b5}{a4} + \frac{b6}{a5} - \frac{b7}{a6}$, en zo in 't oneyndig, de zelfde gedurige evenredige zynde van hier boven, uytgenomen dat de eerste is +, de tweede —, en zo gedurig + en — overhants. en gelyk de som van de eerste was $\frac{aa}{a - b}$, zo is ze van deze $\frac{aa}{a + b}$.

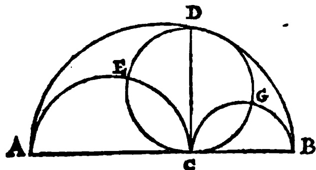
Dit leste kan dienen om te vinden hoe lang alle de oneyndige menigte verschillen tussen CB en BD, en tussen DE en EF, enz. te zamen zyn, dat is alle $a - b$, $\frac{bb}{a} - \frac{b3}{aa}$ enz. de welke men zal vinden zoekende een derde evenredige tot CB + BD en BC, dat is tot $a + b$ en a.

Gegeven zynde AC ∞ 3, en CB ∞ 1, zo is BD $\frac{1}{3}\sqrt{2}$, en de Som van alle de Lootlynen CB BD DE EF enz. te zamen is $\frac{1}{1 - \frac{1}{3}\sqrt{2}}$, of $9 + 6\sqrt{2}$: maar alle de verschillen CB — BD, DE — EF en zo voort, doen te zamen $9 - 6\sqrt{2}$.

 92. Ge-

92. *Gegeven zynde een oneyndige menigte van lynen, waar van de tweede een derde korter is als de eerste, de derde een derde korter als de tweede, en zo in't oneyndig: Vrage hoe lang deze alle zyne? Antw., driemaal langer als de eerste.*

Van de Geometrice progressie $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$, en zo in't oneyndig; doet haar som 2; en van $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$, en zo in't oneyndig, doet haar som $\frac{2}{3}$.



93. *Te bewijzen dat de Cirkel* DECG *zo groot is als het Hoornstuk* ADBGCEA: *nemende* ADB, AEC CGB *alle voor halve Ronden, en* DC *rechthoekig op* AB. Uyt Archimedes.

Stelle de Inhoud van 't Rond DECG $\infty\, x$
AC $\infty\, a$
CB $\infty\, b$

Om dat de Ronden tot elkander zijn als de Vierkanten van hare Middellijnen, na de 2 des 12 Euclidis (30 V.), en om dat DC is $\infty \sqrt{ab}$, daarom is.

ab tot x, als aa/ tot $\frac{ax}{b}$, de $\frac{1}{2}$ is $\frac{ax}{2b}$, *inhoud* AECA.

ab tot x, als bb/ tot $\frac{bx}{a}$, de $\frac{1}{2}$ is $\frac{bx}{2a}$, *inhoud* CGBC.

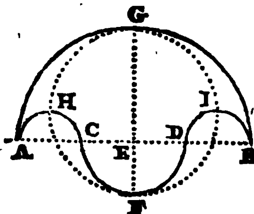
ab tot x, als $aa + 2ab + bb$, □ AB/ tot $\frac{aax + 2abx + bbx}{ab}$, zijn helft is $\frac{aax + 2abx + bbx}{2ab}$, de *Inhoud* ABDA: hier van getogen de gevondene $\frac{ax}{2b}$ en $\frac{bx}{2a}$,

Rest $\frac{aax + 2abx + bbx}{2ab} - \frac{ax}{2b} - \frac{bx}{2a} \infty\, x$

———————————— $2ab$

of $aax + 2abx + bbx - aax - bbx \infty\, 2abx$

of $0 \infty\, 0$, *dit betoont de zekerheit van't gezeyde.*

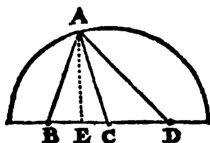


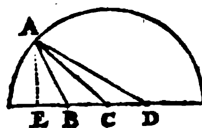
94. *Indien* ABGA CDFC *twee halve Ronden zyn, waar van* E *haar beyder middelpunt is; en zo* ACHA DBID *mede twee halve Ronden zyn, die by gevolg gelyke middellynen* AC DB *hebben; en zo* GHFIG *een*

een heel Rond is, wiens middelyn is FG, *lopende door* E, *en rechthoekig door* AB: *te bewyzen dat dit leste Rond* GHFIG *zo groot is als de figuur* AGBIDFCHA, *by Archimedes* Salinon *genaamt.*

Dit bewyst men op de wyze als hier even gedaan is, stellende de Inhoud van 't Rond GHFIG ∞x.

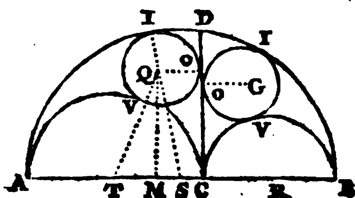
95. *Als in een Rond twee Peesen getrokken werden die elkander rechthoekig snyden: te bewyzen dat de Vier Vierkanten van de stukken dezer Peesen zo groot zyn als het Vierkant van de middellyn des Rondts.* Uyt Archimedes.





96. *Gegeven zijnde een halfrond, en in de Middellyn twee punten* B *en* D, *even ver van de Midstip* C: *uyt dezelve punten* B, C, D *drie Lijnen tot den omtrek te zamen te trekken tot in* A, *zodanig datze gedurig evenredig zijn, of dat de* ▭ BAD *gelyk is aan het* □ AC.

Indien men AC ∞b, en AB ∞y stelt, zo is AD $\infty \frac{bb}{y}$: en nemende CB of CD ∞a, en CE ∞x, zo vindmen $2x \infty \sqrt{.aa+2bb}$.



AC ∞ 2a QO ∞r
CB ∞ 2b GO ∞s

97. *Indien* ABDA AC VA CBVC *drie halve ronden zyn;* CD *een rechthoekige op* AB; *en* IVOI IVOI *twee heele Ronden, rakende* CD *in* O, *en de halve ronden in* I *en* V: *te bewyzen dat deze heele Ronden even groot zyn.* Uyt Archimedes.

Aanmerkt T, S, R voor de Middelpunten van de halve Ronden, Q en G voor die van de heele: QM rechthoekig op AB, en de rest als te zien is.

MC

MC is ∞ QO, dies is TM $\infty a - r$. QT is $\infty a + r$, en QS is $\infty a + b - r$, om dat de rechte getogen over de middelpunten gaat door het raakpunt (23 V.)

MS is $\infty b - a + r$, om dat TS ∞b is, dewyl AS $\infty a + b$ is.

$\square$ TQ $\infty aa + 2ar + rr$
$\square$ TM $\infty aa - 2ar + rr$

Afg. rest $\square$ QM ∞ $4ar$

$\square$ SQ $\infty aa + bb + rr + 2ab - 2ar - 2br$
$\square$ SM $\infty aa + bb + rr - 2ab - 2ar + 2br$

Afg. rest $\square$ QM ∞ $4ab - 4br$

zo is dan $4ar \infty 4ab - 4br$, of $4ar + 4br \infty 4ab$.
of $2a + 2b \,/\, 2b \,//\, 2a \,/\, 2r$,
dat is dat AB / CB// CA/ $2r$ evenredig zijn.

Haalt men GR, de rechte SGI, ende perpendiculaar GM, zo zal men op de zelfde wyze vinden dat.

AB / CB// CA / $2s$ evenredig zyn.

Dies is $2r \infty 2s$, of het Rond waar van Q het middelpunt is, is zo groot als het Rond waar van G het is, 't geen te bewyzen was.

Wy zien ook dat de middellynen van deze ingeschreve Ronden de vierde evenredige zijn tot AB, CB, CA; of de derde evenredige tot AB, CD.

Is CB gelyk CA, of is ACDA een Quadrant, zo is $b \infty a$; en dan heeft men $8ar \infty 4aa$, of $2r \infty a$: *aanwyzende dat alsdan de middellyn van het Rond wiens middelpunt Q is, zo groot is als* AT *de halve middellyn van het Quadrant*; en by gevolg *dat het ingeschreve Rond Q zo groot is als de helft van het halve rond* ACVA.

Uyt het $\square$ QM $\infty 4ar$, blykt *dat de perpendiculaar* QM *midden evenredig is tusschen* AC *en de middellyn van 't Rond* Q.

Indien men van $2a + 2b \,/\, 2b \,//\, 2a \,/\, 2r$, de twee laatste multipliceert met $2r$, zo heeft men $2a + 2b$ tot $2b$, of AB tot CB, als $4ar$ 't $\square$ QM, of 't $\square$ OC, tot $4rr$ 't $\square$ van de middellyn des Ronds Q. *Zynde de 17 propositie van Pappus vierde Boek.*

Is gegeven AC ∞ 40 en CB ∞ 24, zo is de middellyn van 't Rond Q, of van 't Rond G ∞ 15: maar is CB mede 40, zo zyn haare middellynen yder 20, de helft van 40.

98. *Zoekt*

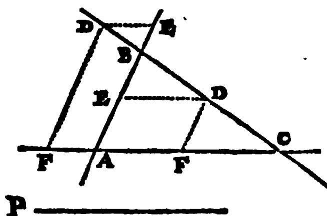
98. *Zoekt drie Getallen, zodanig, dat het eerste met de helft van 't tweede; het tweede met het derde van 't derde; en 't derde met het vierde van 't eerste, uytbrenge een gegeve getal a.*

Stelle voor de begeerde Getallen x, y, z: Zo is, naar 't eerste gezeg, $x + \frac{1}{2}y \infty a$; hier door zoekt het tweede, men vind $y \infty 2a - 2x$; hier by $\frac{1}{3}z$, komt $2a - 2x + \frac{1}{3}z \infty a$; hier door zoekt z, men vind hem $\infty - 3a + 6x$; hier by $\frac{1}{4}x$, komt $- 3a + 6\frac{1}{4}x \infty a$, of $x \infty \frac{16}{25}a$.

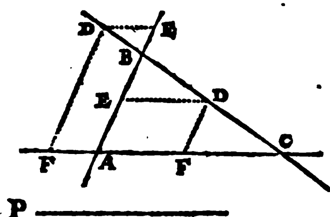
Nemende $a \infty 100$, zo is $x \infty 64$, $y \infty 72$, en $z \infty 84$.

99. *Drie hebben een Paart gekocht voor 17 gulden: om het zelvige te betalen eyscht de eerste van de twee andere de helft van haare Somme, en zegt als dan het Paart alleen te konnen betalen: de tweeden eyscht het derde van de andere haar gelt om het Paart alleen te konnen betalen: maar de derde moet tot het zyne hebben het vierde van de andere om zulks te konnen doen: Vrage naar yders gelt? Antwoort de eerste heeft 5, de tweede 11, en de derde heeft 13 gulden.* Uyt C. Rudolf.

100. *Drie Perzoonen hebben yder eenig gelt: de eerste zegt tot de twee andere hadde ik noch 100 gulden zo zoude ik zo veel hebben als gy met uw beyden: de tweede zegt tot de twee overige hadde ik noch 100 gulden zo zoude ik tweemaal zo veel gelt hebben als gy lieden: en de derde zegt van gelyke, en dan zoude hy driemaal zo veel hebben als de twee andere: Vrage hoe veel gelt yder heeft? Antwoort, de eerste heeft $9\frac{1}{11}$ gulden, de tweede $45\frac{5}{11}$ gulden, en de derde $63\frac{7}{11}$ gulden.* Deze is de laaste uyt de Fransche Algebra van D. Henrion Professor.



101. *Gegeven zynde drie te zamen komende Lynen* AC BC AB; *van een der zelve* BC, *twee Lynen* DE DF *te trekken evenwydig aan de andere, de welke te zamen*



zo lang zyn als een gegeven Lyn P.

Dewyl de Lynen gegeven zyn, zo is dan gegeven

$AC \infty a$

$AB \infty b$

en stell. $ED \infty x$

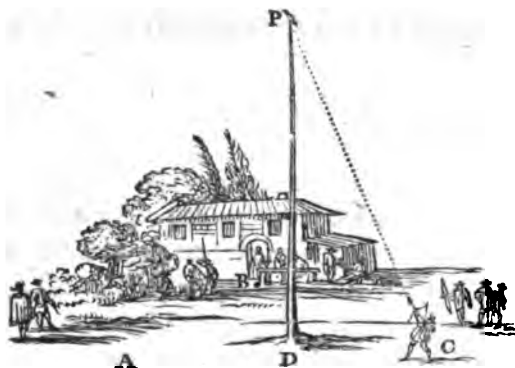
zo is $DF \infty p - x$

$FC \infty a - x$, of $\infty a + x$

en $EB \infty b - p + x$, of $\infty p - x - b$

om dat FC is tot FD als DE tot EB, daarom vind men $x \infty \frac{p - b, a}{a - b}$, nemende AC langer als AB, en $x \infty \frac{b - p, a}{b - a}$, nemende AC korter als AB, mits dat D in beyde deze gevallen in BC is: maar men vind $x \infty \frac{p - b, a}{a + b}$, als D in de verlengde BC valt.

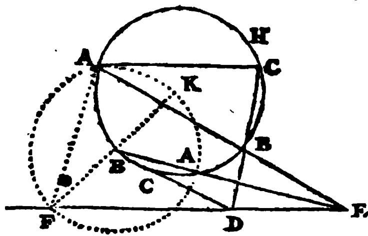
Men ziet, in 't laatste geval, dat p langer moet wezen als b: ook in 't eerste als AC langer is als AB: maar dat p korter moet wezen als b als AC korter is als AB, dat licht uyt de Figuur kan gezien werden.

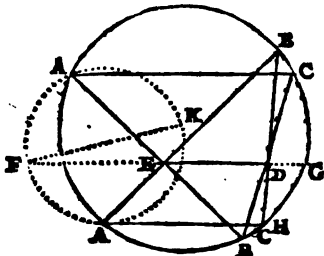


102 *Een waart heeft gemaakt drie plaatzen*, A, B, C, *om uyt de zelve de Papegay te schieten, distant* A *van* B 170, B *van* C 250, *en* C *van* A 280 *Voeten: nu begeert hy de de Paal* DP *te stellen rechthoekig, en zodanig dat de Schutters uyt yder plaats even ver te schieten hebben; Vrage naar de plaats* D.

Weest gedagtig dat D het Middelpunt van de Kring moet wezen die door A B en C loopt: in zodanigen geval zyn AD BD CD alle evenlang, en by gevolg mede AP BP CP, om dat de hoeken ADP BDP CDP alle evenwyd zyn.

103. *Ge-*





103. *Gegeven zynde een Rond, wiens middelpunt is* K, *en twee punten* D *en* E, *beyde buyten of beyde binnen dit Rond: in de omtrek van dit Rond het punt* B *te vinden zodanig, halende de rechte* BDC BEA, *stotende de omtrek in* C *en in* A, *dat* AC *evenwydig is aan* DE. Pappus de 109. Propositie van zyn 7 Boek.

Aanmerkt het Werkstuk als gemaakt, en AF zodanig getogen tot aan ED of zyn verlengde, dat de hoek EAF zo wyd is als de Hoek BDE (of als de Hoek BCA, waar door AF het Rond raakt in A, 26 V.) zo zynde △en AFE DBE gelykhoekig, om dat ze in E een gemeene, of een gelyke Hoek hebben.

Stellende DE ∞ a, EF ∞ x, EB ∞ y, en AE ∞ z, zo is zyn evenredig

EB ED EF EA

y / a // x / z, dies is yz ∞ ax.

Vermenigvuldigende EB ∞ y met EA ∞ z, zo heeft men yz voor de ▭ AEB, en om dat deze Rechthoek zo groot is als het Vierkant van EH, rakende, in de eerste figuur, het gegeve Rond in H, en, in de tweede, staande rechthoekig op EK, en deze EH als bekent zynde kan genomen werden, dewyl K, E, en het Rond gegeven is: deze EH dan ∞ f stellende, zo hebben wy yz ∞ ff; ook hebben wy yz ∞ ax;

zo is dan ax ∞ ff, of x ∞ $\frac{ff}{a}$ voor de lengte van E tot aan F.

Hier uyt vinden wy, op deze figuuren, de volgende

Constructie. Trekt KE. *op de* 1 *Figuur* maakt op KE een halfrond, snydende de Omtrek van het gegeve Rond in H: dan haalt HD, en maakt EHF zo wyd als HDE, snydende DE of zyn verlengde in F. *op de* 2 *Figuur.* trekt uyt E een rechthoekige op EK, stotende de Omtrek in H: dan haalt HD, en maakt EHG zo wyd als HDE,

HDE, ontmoetende ED of zyn verlengde in G; dan genomen EF, aan de andere zyde van E, gelyk EG. In beyde is dan EF ∞ $\frac{ff}{a}$ ∞ x, om dat ED: EH: EF (EG) gedurig evenredig zyn.

Om dat FA een rakende moet wezen zal AC evenwydig lopen aan DE, daarom beschryft op FK als Middellyn een kring, snydende het gegeve Rond in twee punten A, A: dan haalt over E en A, A yder een rechte snydende het Rond in B, B; dan getrokken BDC BDC; dan AC AC: zo zyn deze laatste evenwydig aan DE, 't begeerde.

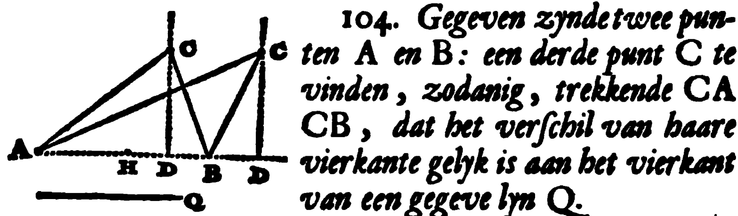
Indien een van de punten gegeven is binnen het Rond, en het ander daar buyten, gelyk hier neven; en zo men dan F *zoekt op de wyzen als boven, makende dat* ED: EH: EF *gedurig evenredig zyn: als men dan uyt* K *door* F *haalt een rechte, stotende de Omtrek in* A, A: *dan* AEB AEB; *dan* DBC DBC; *dan* CA CA: *zo zullen deze laatste rechthoekig lopen door* ED, *of door zyn verlengde (en niet aan* ED *evenwydig als hier boven)* Want, DET rechthoekig op AC vallende, zo is AFT gelyk AKV, de halvehoek in 't Centrum (stellende KV evenwydig aan FT) en om dat die gelyk ABC is, de hoek in de Omtrek, zo is AFE gelyk EBD, en daarom zyn de △en AFE EBD gelykhoekig, dewylze in E een hoek gelyk hebben, en by gevolg zyn EB / ED // EF / EA evenredig, welke proportie hier voren gebruykt is. Om dat de ▭ AEB hier mede is ∞ ff, of ∞ het □ van de perp. op EK: zo ziet men, EF in deze ook ∞ x stellende, dat men mede zal vinden x ∞ $\frac{ff}{a}$, en daarom dient dan de voorgaande Constructie mede op dit Voorstel.

Uyt het eerste volgt het Problema dat *Pappus* voorstelt in zyn 117 propositio van het 7 Boek, van dezen inhoud.

Gegeven zynde het Rond ABC, *en drie punten* D, E, F, *staande in een rechte lini: in de Omtrek van dit Rond het punt* A *te vinden, waar uyt trekkende twee lynen tot twee van de gegeve punten, als hier tot* D *en* E, *welke het Rond snyden in* B *en* C, *dat deze twee punten* B *en* C *met het derde punt* F *in een rechte lini staan.*

Want,

Want, aanmerkende BG evenwydig aan DE, GCH voor een rechte, zo is FHC gelyk BGC, of gelyk BAC; dies zyn de △en DEA HEC gelykhoekig, om dat ze in E een hoek gemeen hebben, en daarom zyn ED / EC // EA / EH evenredig, of de ▭ DEH is zo groot als de ▭ CEA; maar deze lefte is gegeven, zo groot zynde als het □ van de rakende uyt E, daarom zyn DE, de raaklyn uyt E, en EH gedurig evenredig, waar door men EH kan vinden. Dan, na 't voorgaande Werkftuk, gezogt C in den Omtrek van het gegeve Rond, waar door getogen uyt H en F de rechte HCG FCB, zodanig dat BG evenweydig is aan HF: dan gehaalt ECA, fnydende de Omtrek in A, zo is A het begeerde punt: halende dan AD, fnydende de Kring in B, zo ftaan B, C, F in een rechte lini.



104. *Gegeven zynde twee punten* A *en* B: *een derde punt* C *te vinden, zodanig, trekkende* CA CB, *dat het verfchil van haare vierkante gelyk is aan het vierkant van een gegeve lyn* Q.

Stellende $Q \infty b$,
$AB \infty a$,
$DC \infty y$,
$DB \infty x$,
zo is $DA \infty a - x$, of $a + x$.

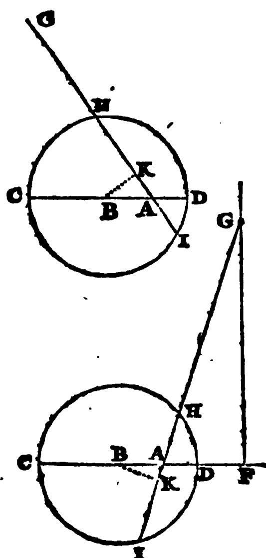
——————————— V

$\square DA \infty aa \mp 2ax + xx$
$\square DC \infty yy$

——————————— Vergaart,

komt $xx + yy + bb \infty yy + aa \mp 2ax + xx$
of $x \infty \frac{aa - bb}{\pm 2a}$.

Waar uyt blykt dat het punt D *bepaalt is, maar dat de lengte van de lyn* DC *onbepaalt is, om dat* y, *zyne lengte verdwenen is, en daarom genomen mag werden na believen: zulx dat door de reductie bekent werd dat de Plaats van het punt* C *is in de oneyndige lyn* DC.



105. *Buyten een gegeve Rond* CHD *een punt* G *te vinden; waar uyt men kan trekken een rechte* GAI, *gaande door een gegeve punt* A, *binnen het Rond zynde, ontmoetende het Rond in* H *en* I, *en zodanig dat het* $\square$ GA *gelyk is aan de* $\square$ IGH.

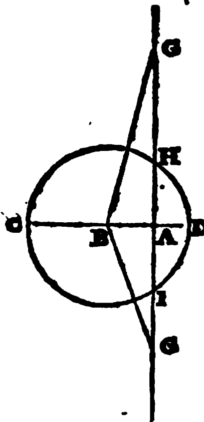
Trekke de Middellyn CAD, en uyt het Middelpunt B de Perpendiculaar BK.

Stelle BA $\propto a$
CB of BD $\propto b$
GH $\propto y$
HA $\propto x$
AK $\propto z$
zo is HI $\propto 2x \mp 2z$:
— in de eerste,
en + in de tweede Figuur:

dies is GI $\propto 2x \mp 2z + y$, of de $\square$ IGH $\propto 2xy \mp 2zy + yy \propto xx + 2xy + yy$ $\square$ AG: gereduceert komt $\mp 2zy \propto xx$: waar uyt blykt dat de eerste Figuur geen plaats kan hebben, om dat — niet $\propto$ aan + kan wezen: daarom alleen de tweede, waar in BAG bot is. (recht kan BAG meede niet wezen, om dat als dan $0 \propto +$ zoude zyn, om dat z als dan $\propto 0$ is)

Laat dan uyt G getrokken wezen GF, rechthoekig op CD of zyn verlengde, en gestelt werden AF $\propto v$.

Dewyl de $\square$ CAD is $\propto$ de $\square$ HAI, zo heeft men $bb - aa \propto xx + 2xz$, of $bb - aa \propto 2yz + 2xz$, om dat hier boven is $2yz \propto xx$: en dewyl de $\triangle^{en}$ ABK AGF gelykhoekig zyn, daarom zyn $a / z // y + x / v$ evenredig, of $av \propto yz + xz$, of $2av \propto 2yz + 2xz \propto bb - aa$, of $v \propto \frac{bb - aa}{2a}$. *aanwyzende dat het punt* F *bepaalt is*: en om dat x en y verdweenen zyn, die de lengte van AG bepalen, *zo blykt dat* G *is over al in de oneyndige gaande door* F, *rechthoekig door de verlengde Middellyn waar in* A *is*. 2 BA / AC // AD / AF zyn gelykredig.



106. *Maar wil men dat het* □ GA *zal gelyk zyn aan de* ▭ IGH + *de* ▭ IAH *: zo zal men bevinden dat* G *overal is in de verlengde* IH *gaande door* A *rechthoekig door de middellyn waar in* A *is.*

In zodanigen geval heeft men $yy + 2xy + xx \infty 2xy \mp 2yz + yy + xx \mp 2zx$, of $\mp 2yz \mp 2zx \infty 0$, dat onmogelyk is ten zy dat z mede $\infty 0$ is, om dat ze beyde of — of + zyn: zo is dan AK ∞ o, of BAG recht: AH is dan ∞ AI, en bepaalt: yder ∞e stellende, zo is het □ GA $\infty yy + 2ye + ee$, de ▭ IGH is $\infty yy + 2ye$, en de ▭ IAH is ∞ee: en om dat deze twee laatste te zamen gelyk zyn aan de eerste $yy + 2ye + ee$, zo geeft dit te kennen dat het □ GA altyt gelyk is aan de ▭ IGH + de ▭ IAH, nemende G in de verlengde IH waar men wil. of de verlengde IH is de plaats van het punt G.

107. *Vinding van de Regel gegeven tot de Oplossing van de Vierkante Æquatien: of te bewyzen.*

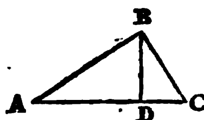
Als $xx \infty + qx + rr$ is, dat dan $x \infty + \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$ is,
Als $xx \infty - qx + rr$ is, dat dan $x \infty - \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$ is,
en Als $xx \infty + qx - rr$ is, dat dan $x \infty + \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq - rr}$ is.

Stellende $x \infty y \pm z$, zo is $xx \infty yy \pm 2yz + zz$,
$+ qx \infty + qy \pm qz$,
en $- qx \infty - qy \mp qz$. zo is dan,

Op 't 1 geval. $yy \pm 2yz + zz \infty + qy \pm qz + rr$. nemende van deze Æquatie $\pm 2yz \infty \pm qz$, en hen deelende door $\pm 2z$, zo heeft men $y \infty + \frac{1}{2}q$: en dan is $yy + zz \infty + qy + rr$
of $\frac{1}{4}qq + zz \infty + \frac{1}{2}qq + rr$, stellende $\frac{1}{2}q$ in plaats van y
of $zz \infty + \frac{1}{4}qq + rr$, of $z \infty \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$:
dies is $y \pm z$, of $x \infty + \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$, 't geen te vinden was.

Op 't 2 geval. $yy \pm 2yz + zz \infty - qy \mp qz + rr$. nemende wederom $\pm 2yz \infty \mp qz$; door $\pm 2z$ gedeelt, komt $y \infty - \frac{1}{2}q$: en dan is $yy + zz \infty - qy + rr$,
of $\frac{1}{4}qq + zz \infty + \frac{1}{2}qq + rr$, of $z \infty \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$:
en daarom is $y \pm z$, of $x \infty - \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq + rr}$, 't geen enz.
Op deze wyze vind men meede het derde geval.

108. *Van*



108. *Van een Rechthoekigen Driehoek* ABCA, *recht in* B, *is gegeven de Hypothenuza* AC $\propto a$, *en de Perp.* BD $\propto b$: *de Beenen* AB BC *te vinden.*

Stellende AD $\propto x$, zo is DC $\propto a - x$.

Aanmerkende dat BD midden evenredig is tusschen AD en DC, of dat het □ van BD $\propto$ is aan de ▭ ADC, om dat de hoek ABC recht is, zo vind men $bb \propto ax - xx$, of $xx \propto ax - bb$.

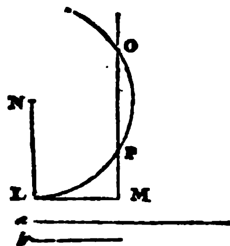
Is de Questie *Telkunstig*, zo zoekt x na de Regel op de Vierkante Æquatie, komt $x \propto \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa - bb}$.

Aanwyzende dat bb niet groter mag wezen als $\frac{1}{4}aa$, of b niet groter als $\frac{1}{2}a$, om dat een wortel quantiteyt geen — kan zyn.

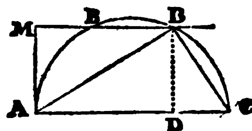
Gegeven zynde $a \propto 25$ en $b \propto 12$, zo vind men $x \propto 16$, of $\propto 9$, en daar door voor de twee andere zyden 15 en 20.

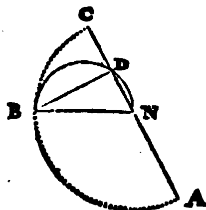
Maar is de Questie *Meetkunstig*, zo vergelykt de gevonde Æquatie met een van de drie gevallen, de welke in de Tekens met deze overeenkomt, dat is,

vergelykt $xx \propto ax - bb$
met $xx \propto qx - rr$, het *derde* geval
komt $q \propto a$ en $r \propto b$



Daarom, willende de tweede Regel, of die van *Cartesius* gebruyken, zo maakt, met NL $\propto \frac{1}{2}a$, een kring; set daar op rechthoekig LM $\propto b$, en haalt MPO evenwydig aan LN, snydende de kring in P en in O: zo is MO en ook MP yder $\propto x$, dat is voor de lengte van de lyn AD. Dan kan men de Driehoek ABCA opmaken door middel van de gemeene Meetkunst.





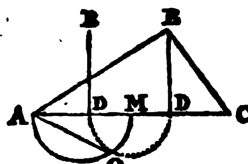
Ook kan men de Opmaking doen zonder opzigt van de Algebra: makende op AC $\propto a$ een half rond ABBC, en trekkende uyt A een rechthoekige op AC, als AM, zo lang als de gegeve lyn b; dan getogen MBB evenwydig aan AC, snydende het half rond in B, B; dan getogen AB CB: zo is ABCA de begeerde Driehoek, om dat ABC recht

recht, en de Perpendiculaar BD zo lang is als AM, dat is ∞b. deze bewerking komt over een met de bovenstaande.

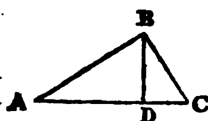
Uyt de gereduceerde Æquatie

$$x \infty \tfrac{1}{2}a \pm \surd.\tfrac{1}{4}aa - bb,$$

kan men mede de lyn x vinden, zonder aanmerking van de Regel op deze in het derde Geval gegeven, zoekende eerst de lyn $\surd.\tfrac{1}{4}aa - bb$, die men vind beschryvende op BN $\infty \tfrac{1}{2}a$ een halfrond, en nemende daar in BD ∞b, zo is ND $\infty \surd.\tfrac{1}{4}aa - bb$; dit by NB, of NA $\infty \tfrac{1}{2}a$, komt DA $\infty \tfrac{1}{2}a + \surd.\tfrac{1}{4}aa - bb \infty x$; of afgetrokken van NB, of NC $\infty \tfrac{1}{2}a$, komt DC $\infty \tfrac{1}{2}a - \surd.\tfrac{1}{4}aa - bb \infty x$. Dan trekkende BA BC men heeft de begeerde Drichoek.



Maar willende de eerste Regel gebruyken, zo moet men op AM $\infty \tfrac{1}{2}a$, of ∞ d' $\tfrac{1}{4}$ AC, een halfrond maken, en daar in nemen AO ∞b; en dan MD MD yder zo lang als MO afmeten; zo is AD AD yder ∞x: dan uyt D gestelt DB ∞b, rechthoekig op AC, en gehaalt AB CB: zo is ABCA de begeerde Driehoek.



109. *Van de zelfde Driehoek, of van de nevenstaande* ABCA, *recht in* B, *is gegeven* DC ∞a, *en* AB ∞b; BD *een hangende wezende: de andere deelen van deze Figuur te vinden is ze Telkunstig: maar de Driehoek te maken is ze Meetkunstig.*

Stellende AD ∞x, BD ∞y, en BC ∞z, zo is AC $\infty x + a$. Nu hebben wy drie Æquatien te vinden, om dat wy zo veel onbekende genomen hebben. wy vinden

door de $\triangle$ ABCA, $zz + bb \infty xx + 2ax + aa$;

door de $\triangle$ ADBA, $yy + xx \infty bb$

en door de $\triangle$ CDBC, $yy + aa \infty zz$.

En alzo hebben wy drie Vergelykingen; in yder van hen zyn twee onbekende Quantiteyten: in de twee laatste is yder onbepaalde alleenlyk dubbelt, maar in de eerste is de x dubbelt en ook enkelt.

Door deze drie heeft men dan een te vinden waar in maar een onbekende is. *wil men de eenvoudigste Æquatie hebben, men make dat die onbekende overblyft welke het oneenvoudigste in deze gevonden werd*, dat is hier de x.

De y en ook de z dan wegreducerende, men vind

$$xx \infty - ax + bb, \text{ of } x \infty - \tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{.\tfrac{1}{4}aa + bb}$$

Is de Questy Telkunstig, of is $a \infty 9$, en $b \infty 20$; zo vind men x, of AD ∞ 16: waar door de rest openbaar is.

Maar is de Questy Meetkunst, of zyn a en b rechte lynen, zo moet men de gevonde Æquatie met $xx \infty - qx + rr$ vergelyken, waar door men heeft $q \infty a$ en $r \infty b$:

Willende de tweede Regel gebruyken, zo moet men op AO ∞b stellen OM $\infty \frac{1}{2}a$ rechthoekig, en halen uyt M door O een kring, snydende de rechte uyt A door, M getrokken in D en in C: en dan is AD ∞x. Halende dan uyt D een rechthoekige op AC, snydende de boog uyt A door O getogen in B, en getrokken BA BC: zo is ABC de begeerde Driehoek.

Maar begeerende de eerste Regel te gebruyken: zo moet men in de verlengde AC ter linker zyde van A, nemen AM $\infty \frac{1}{2}a$, en trekken AO ∞b rechthoekig op AC; dan uyt M door O een kring, snydende AC, ter rechter zyde van A, in D: zo is AD ∞x. Daarom, als boven, uyt D getogen een rechoekige op AD, snydende de boog uyt A door O in B, en gehaalt BA BC (DC genomen hebbende ∞a): zo is ABCA de begeerde Driehoek.

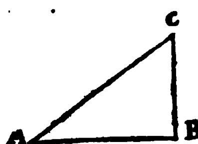
Laat men de onbekende y overig, de twee andere weg reducerende, men vind $y^4 \infty - aayy + aabb$, een vierkante Æquatie van vier dimensien verg. met $y^4 \infty - aqyy + aarr$, $a \infty$ d'eenheit zynde, zo heeft men wederom $q \infty a$ en $r \infty b$: daarom, werkende als boven, zo is AD ∞yy: dan op AC een half rond, snydende de Perpendiculaar op AC uyt D getogen in B, zo is DB ∞y, om dat DC ∞a, of de eenheit is: dan BA BC getrokken, zo is ABCA &c.

Laat men z alleen over, zo vind men $z^4 \infty aazz + aabb$, wederom een Vierkante Æquatie van vier Dimensien: nu is mede $q \infty a$, en $r \infty b$. De tweede Regel gebruykende zo is alles als voren; en om dat AC dan is ∞zz, zo is CB ∞z, dien men vind eerst zoekende B op vorige wyze: en gebruikende de eerste Regel; zo moet men AM $\infty \frac{1}{2}a$ ter rechter zyde van A nemen; dan de kring uyt M door O de verlengde AM in C snydende, zo is AC ∞zz: dan genomen CD ∞a, getogen de Perpendicu-

laar

laar DB, en op AC gemaakt een half rond, snydende de laatste in B, en gehaalt CB, zo is die ∞z.

Men ziet dan, in dit voorbeek, schoon de Æquatien merkelyk verschillen, dat ze evenwel genoegsaam een zelfde Constructie uytleveren: want in de eerste Æquatie, om het punt B te vinden, zo had men op AC mede een half rond konnen trekken, de boog OB dan niet gebruykende.



110. *Van een Rechthoekigen Driehoek* ABC, *is gegeven de Hypothenuza* AC ∞a, *en de som, of het verschil der Beenen* AB BC ∞b: *yder Been in 't bezonder te vinden indien de Questie* Telkunstig *is: of de Driehoek te maken als ze* Meetkunstig *is*.

Stellende het eene Been ∞x, zo is het ander $\infty b - x$ op de Som, en $\infty x - b$ op het verschil: waar door wy hebben $2xx - 2bx + bb \infty aa$, of $xx \infty bx + \frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}bb$, of $x \infty \frac{1}{2}b \pm \sqrt{.\frac{1}{2}aa - \frac{1}{4}bb}$.

Is de Questie *Telkunstig*, en is gegeven $a \infty 13$ en $b \infty 17$ op de Som, maar $b \infty 7$ op 't verschil, zo vind men 12 en 5 voor de Beenen.

Is de Questie *Meetkunstig*,

zo kan men $xx \infty bx + \frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}bb$

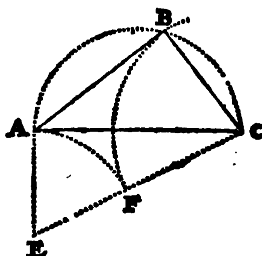
vergelyken met $xx \infty qx \pm rr$, *Het 1 en 3 geval.*

q is dan ∞b, en $r \infty \sqrt{.\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}bb}$ als a groter is als b, of als b het verschil der Beenen is; en dan past het op $+rr$, zynde het 1 geval: maar r zal $\infty \sqrt{.\frac{1}{2}bb - \frac{1}{2}aa}$ wezen als b is de Som der Beenen, en dan komt het overeen met het 3 geval, waar in men $-rr$ heeft.

111. *Een gegeve Getal* 18 *in tween te deelen, zodanig dat de helft van het eene deel vermenigvuldigt met het derde van het ander uytbrengt* 12.

112. *Twee Getallen te vinden wiens verschil is* 6, *en zodanig dat de* $\frac{1}{2}$ *van het eene vermenigvuldigt met de* $\frac{1}{3}$ *van het ander voortbrengt het verschil van de Getallen: komt* $-3+3\sqrt{5}$ *voor het eene, en* $+3+3\sqrt{5}$ *voor het ander.*

 113. Op



113. *Op een gegeve lyn AC, een Rechthoeken Driehoek ABC te maken, wiens zyden gedurig evenredig zyn.*

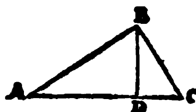
Neme AC voor de Hypothenuza, of voor de Schuynze:
en stelle $AC \infty a$,
$BC \infty x$,
en $AB \infty y$.

Indien AC: AB: BC gedurig evenredig zyn, zo heeft men $yy \infty ax$: ook vind men $yy \infty aa - xx$: dies is $ax \infty aa - xx$, of $x \infty -\frac{1}{2}a + \sqrt{1\frac{1}{4}aa}$.

Had men de Æquatie op y gemaakt, men zoude een Vierkante gevonden hebben van vier Dimensien.

Om de Driehoek te vinden, zo trekt AE rechthoekig op AC, zo lang als de helft van AC; haalt CE; neemt $EF \infty EA$, zo is $FC \infty -\frac{1}{2}a + \sqrt{1\frac{1}{4}aa}$, of ∞x. Hebbende dan op AC gemaakt een halfrond, daar in genomen $CB \infty CF$, en getrokken AB: zo is ABCA een Driehoek als begeert werd.

114. *Een gegeve Getal, of een gegeve lyn in de uytterste en middelste reden te deelen; dat is, dat het eene deel midden evenredig is tusschen het ander deel en het gegeve.*



115. *Van een Rechthoekigen Driehoek gegeven zynde de Perpendiculaar op de Hypothenuza ∞a, en de Som, of het verschil der Beenen ∞b: de Driehoek te vinden.*

116. *Een gegeve lyn in tweën te deelen, zodanig dat het verschil van de Vierkanten der deelen gelyk is aan de Regthoek van de deelen.*

117. *Twee Getallen te vinden, waar van het eene twee maal groter is als het ander, en zodanig, dat de Teerling van het grootste + 48 vermenigvuldigt met de Teerling van het kleenste, uytlevert 64.*

Stellende het kleenste ∞x, zo is het grootste $\infty 2x$:

daarom

daarom $8x^3 + 48$ vermenigvuldigt met x^3, komt $8x^6 + 48x^3 \infty 64$,

of $x^6 \infty - 6x^3 + 8$

$\sqrt{}$ ——————— na de Regel op de Vierkante Æquatien.

of $x^3 \infty - 3 + \sqrt{17}$

of $x \infty \sqrt{c.} - 3 + \sqrt{17}$ voor 't *kleenste*;

dies is $2x \infty \sqrt{c.} - 24 + 8\sqrt{17}$ het *grootste* getal.

118. *Zoekt een Getal, als men by zyn Vierkant vergaart* 3, *en daar van aftrekt* 4, *dat het vermenigvuldigde van de Som met de rest niets voortbrengt.* Komt 2 voor dit getal.

Stellende het begeerde getal ∞x, zo heeft men $x^4 \infty xx + 12$.

119. *Eender verkoopt een Paard voor* 144 *gulden, wint zo doende zo veel op* 100 *guldens als het Paard hem guldens gekost heeft: Vrage hoe dier hy het Paard heeft ingekocht? antwoord* 80 *guldens.*

Stellende x voor de guldens die hem het Paart gekost heeft, zo is 't: met 100 wint men x, wat met x? komt $\frac{xx}{100}$ voor zyn winst: dies is $\frac{xx}{100} + x \infty 144$, of $x \infty 80$.

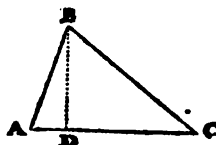
120. *Zoekt twee Getallen wiens vermenigvuldigde gelyk is aan een gegeve getal* a, *en welkers Som, of welkers verschil der Vierkanten gelyk is aan een gegeve getal* b.

Stellende het grootste ∞x
en het kleenste ∞y, zo heeft men $xy \infty a$
en $xx \pm yy \infty b$.

Door reductie vind men $x \infty \sqrt{.\tfrac{1}{2}b \pm \sqrt{.\tfrac{1}{4}bb + aa}}$.

Gegeve zynde $a \infty 78$, en b in 't eerste op de *Som* $\infty 205$, en in 't tweede op 't *verschil* $\infty 133$: zo vind men voor de begeerde Getallen 13 en 6. *Is een van de zes laatste uyt Peletario.*

121. *Van een Rechthoek is de Inhoud* 12, *en de Hoeklijn* $\sqrt{26}$: *Vrage na de zijden? Antwoort* $\sqrt{8}$ *en* $\sqrt{18}$.



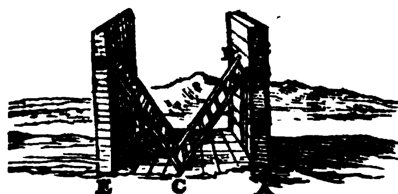
122. *Van de nevenstaande Driehoek* ABC *is de hoek* ABC *recht*, AB *gelyk* DC, AD *gelyk een gegeve getal of Lijn, en* BD *een hangende op* AC: *Vrage na de lengte van yder zijde indien de*

Quæstie Telkonstig is, anders, Meetkonstig zynde, na de Driehoek.

Is AD $\infty - 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{45}$, zo is AB $\infty\ 3$, AC $\infty\ 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{45}$, en BC $\infty \sqrt{.\,4\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}\sqrt{45}}$.

123. *Van de zelve Driehoek gegeven zynde,* AC 25, *en* DC *tot* AB *als* 2 *tot* 5: *Vrage na* BC?

Stellende BD $\infty\ x$ en DC $\infty\ 2y$, zo is AB $\infty\ 5y$. Daar door vind men $y \infty - 1 + \sqrt{26}$. en hier door BC $\infty \sqrt{.\,-50 + 50\sqrt{26}}$.



124. *Daar zyn twee Muuren van den anderen afstaande* 35 *Voeten: men begeert in* C *een Ladder te stellen lang* 25 *Voeten, zulx dat* AB *is tot* ED *als* 3 *tot* 4: *Vrage na het punct* C?

Stellende AC $\infty\ x$ | Men vind dat $9yy + xx$ is $\infty\ aa$, en
AB $\infty\ 3y$ | ook dat $16yy + bb - 2bx + xx$ is $\infty\ aa$:
zo is ED $\infty\ 4y$ | de y uyt beyde Reducerende, om dat de-
25 $\infty\ a$ | ze daar in eenvoudiger als x gevonden
35 $\infty\ b$ | werd, men vind

$$9aa - 9bb + 18bx - 9xx \infty 16aa - 16xx$$

of $x \infty - 1\frac{2}{7}b + \sqrt{.\,aa + \square\, 1\frac{5}{7}b}$

dat is 20 Voeten voor AC.

125. *Drie gedurige evenredige te vinden waar van de Som der uytterste even is aan een gegeve getal* a.

Stelle het *eerste* $\infty\ x$
het *tweede* $\infty\ y$
zo is het *derde* $\infty\ a - x$

———————— x

en daarom $ax - xx \infty yy$.

Dewyl alhier maar een Æquatie kan gevonden werden, en wy echter twee onbekende Quantiteyten x en y hebben, zo betoont het dat x of y mag genomen werden naar believen:

x is dan $\infty \frac{1}{2}a + \sqrt{.\,\frac{1}{4}aa - yy}$
en $y \infty \sqrt{.\,ax - xx}$

Uyt $\sqrt{.\,\frac{1}{4}aa - yy}$ zien wy dat yy minder moet wezen als $\frac{1}{4}aa$, of

of y minder als $\frac{1}{2}a$; en uyt $\sqrt{.ax-xx}$, dat x kleender moet genomen werden als a.

Gegeven zynde $a \infty 5$, en nemende $y \infty 2$, zo is $x \infty 4$; en overzulx $a-x \infty 1$; dies zyn dan de begeerde Getallen $4:2:1$: maar nemende $x \infty 2$, zo is $y \infty \sqrt{6}$. en de gedurige evenredige zyn $2:\sqrt{6}:3$.

Anders.

Nem. *'t eerste* $\infty \frac{1}{2}a - x$
't derde $\infty \frac{1}{2}a + x$
——————— verm.
zo is $yy \infty \frac{1}{4}aa - xx$
$\sqrt{}$ ———————
of *'t derde* $y \infty \sqrt{.\frac{1}{4}aa - xx}$,
en $x \infty \sqrt{.\frac{1}{4}aa - yy}$.

Noch anders.

Neme *'t eerste* ∞xx
't tweede ∞xy
zo is *'t derde* ∞yy
dies is $xx + yy \infty a$
en overzulx $x \infty \sqrt{.a - yy}$,
en $y \infty \sqrt{.a - xx}$.

126. *Vind vier evenredige waar van de Som van de twee uytterste is* ∞a, *en de Som van de twee middelste* ∞b.

127. *Drie continue proportionalen te vinden van de welke de Som der middelste en een der uytterste gelyk is aan een gegeve getal a.*

128. *Een gegeve getal a in drie continue proportionalen te deelen.*

129. *Rechthoekige Driehoeken te vinden wiens zyden zyn in een Arithmetische Progressie.*

Stellende voor het eene Been x, en voor het ander $x+y$, zo heeft men een Vierkante Æquatie; en men vind $x \infty 3y$: maar voor het ander Been $x-y$ stellende, men krygt een simpele Æquatie, vindende $x \infty 4y$. Door beyde vind men voor de zyden des Driehoeks $3y$, $4y$, $5y$.

$y \infty 1$ nemende, zo zyn de zyden des Driehoeks 3. 4. 5; en y gelyk 2 nemende zo zyn ze 6. 8. 10; en zo in 't oneyndig.

130. *Zodanige Driehoeken te vinden hebbende een gegeve Inhoud* ∞a.

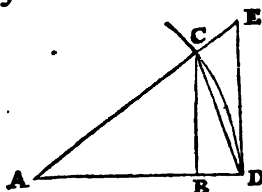
Komt voor de zyden $3\sqrt{\frac{1}{6}a}$, $4\sqrt{\frac{1}{6}a}$, $5\sqrt{\frac{1}{6}a}$.

$a \infty 24$ gegeven zynde, zo zyn de zyden van de begeerde Driehoek 6. 8. 10. $a \infty 12$ gegeven zynde, zo zyn de zyden $3\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$.

131. Zo-

131. *Zodanige Driehoeken te vinden hebbende een gegeve omtrek, dat is, dat de Som der drie zyden is gelyk aan een gegeve getal.*

132. *Tot twee gegeve Getallen a en b een derde te vinden, zodanig dat het zelvige vergaart, of ook afgetogen van yder gegeve getal bezonderlyk, het eene komende is een Vierkant en 't ander zyn zyde: 't zy of menze beyde vergaart, of beyde aftrekt, of de eene vergaart, en de ander aftrekt.*



133. *Een Boog* DC *te vinden, wiens Tangens* DE *zo groot is als zyn Sinus Complement* AB.

AD, of AC ∞a,
DE, of AB ∞x,
BC ∞y,

Men heeft $xx+yy \infty aa$, en ook $xx \infty ay$, om dat $a/x // x/y$ evenredig zyn. door reductie vind men

$y \infty -\frac{1}{2}a + \sqrt{1\frac{1}{4}aa}$

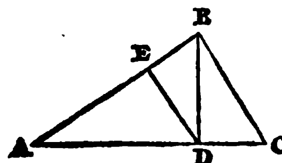
$a \infty 100000$ zynde, de Straal van de Tafel Sinus, zo vind men $y \infty 61803.39$, Sinus van 38 gr. 10 min. 22 sec. de begeerde Boog DC.

134. *Idem. wiens Pees* CD *zo lang is als zyn Sinus Complement* AB.

Men heeft als boven $xx+yy \infty aa$, en nu $aa-2ax+xx+yy \infty xx$.

Door reductie vind men $x \infty -a+\sqrt{3aa}$.

a als boven zynde, zo vind men $x \infty 73205$, Sinus Complement van 42 gr. 56½ min. welkers Pees mede zo lang is, om dat Sinus van de halve Boog 21 gr. 28¼, is 36603.



135. *Van de Driehoek* ABC, *recht in* B, *is bekent het stuk ter zyden van de Perpendiculaar* BD, *als* DC ∞ 2, *en* DE, *rechthoekig op* AB, *doet* 3: *Vrage na alle de zyden en stukken, en ook na den Inhoud? Antwoord* AD ∞ 6, BC ∞ 4, AE $\infty 3\sqrt{3}$, EB $\infty \sqrt{3}$, *en daarom* AB $\infty 4\sqrt{3}$; DB $\infty 2\sqrt{3}$; *en de Inhoud* ABC $\infty 8\sqrt{3}$,

de Inhoud ADB $\infty 6\sqrt{3}$, *de Inhoud* DBC $\infty 2\sqrt{3}$, *en de Inhoud* DEB $\infty 1\frac{1}{2}\sqrt{3}$.



136. *Een Heer hebbende een langwerpig Rechthoekig stuk Lands, groot een Morgen, of* 600 *Roeden, en breet* 20 *Roeden: in 't zelvige begeert hy een Vyver te laten graven van een halve Morgen, zulx dat het overige Land overal even-breet blyft: Vrage hoe breet den Graver het blyvende Land, of den Singel, aanleggen zal? Antwoort* $12 - \sqrt{81\frac{1}{4}}$ *Roeden, dat is nagenoeg* $3\frac{1}{2}$ *Roe, of noch nader* $3\frac{49}{100}$ *Roe.*

Stellende x voor de breette van de Singel, zo vind men $xx \infty 25x - 75$, of $x \infty 12\frac{1}{2} - \sqrt{81\frac{1}{4}}$.

137. *Een Kolonel heeft* 600 *Ruyters in Batalje gestelt, zodanig dat, wanneer hy de Ryen* 10 *Mannen verkort, zo is de Batalje in de Front, of het hooft,* 2 *Reyen langer: Vrage hoe veel Ruyters in een gelit en in een Rey gestelt zyn? Antwoort* 60 *in een Rey, en* 10 *in een gelit.* Uyt Melders Fortificatie.

Stelt x voor de Ruyters die in een gelit gestelt zyn, zo zynder in yder Rey $\frac{600}{x}$, en daarom is het vermenigvuldigde van $\frac{600}{x} - 10$ met $x + 2$, dat is $580 - 10x + \frac{1200}{x} \infty 600$, of $x \infty 10$.

138. *Vind drie gedurige evenredige, wiens eene uyterste vergaart by het vermenigvuldigde van de twee andere, voortbrengt een gegeve getal a.*

139. *Twee Boden* A *en* B, *hebbende op een zelfde tyt recht naar elkander toe gereyst, komen tegelyk in een Herberg, wanneer de eene* 20 *Mylen verder gereyst heeft als de andere:* A *zegt tegens* B *hadde ik die weg gegaan die*

gy gereyst hebt ik waar in $6\frac{2}{3}$ *dag hier geweest;* B *zegt tegens* A *had ik de uwe gegaan ik waar in* 15 *dagen hier gekomen: Vrage hoe veel mylen yder gereyst heeft? Antwoort* A 60 *en* B 40 *Mylen.* Uyt C. Rudolf.

Stelle x voor de Mylen die B gereyst heeft,
zo zyn $x+20$ de Mylen die A gereyst heeft.

Dan: om x te reyzen heeft A $6\frac{2}{3}$ dagen van doen, wat om $x+20$ te reyzen? komt $\frac{6\frac{2}{3}x+133\frac{1}{3}}{x}$ dagen, zo lang A gereyst heeft.

Nog: om $x+20$ te reyzen heeft B 15 dagen van doen, wat om x te reyzen? komt $\frac{15x}{x+20}$ dagen, zo lang B gereyst heeft.

Om dat ze op een zelfde tyd zyn uyt gegaan, en op een zelfde tyd in de Herberg gekomen zyn, zo volgt

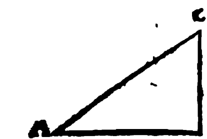
dat $\frac{6\frac{2}{3}x+133\frac{1}{3}}{x}$ is ∞ $\frac{15x}{x+20}$

of $15xx \infty 6\frac{2}{3}xx + 266\frac{2}{3}x + 2666\frac{2}{3}$

140. *Een Vrou koopt een Web Linnen voor* 30 *gulden: hadt zy* 10 *el minder gehadt zo zou haar de el* 3 *stuyvers meerder gekost hebben: Hoe lang is het stuk? Antwoort* 50 *ellen.*

141. *Van een gelykzydigen Driehoek is de eene zyde, of de Basis, verlengt* 6 *Roeden: dan is de Afstand van de Top des Driehoeks, en het uytterste van dit verlengzel* 10 *Roeden: Vrage na de zijden des Driehoeks? Antwoort* $-3+\sqrt{73}$. Uyt Stampioen.

142. *Zoekt twee Getallen zodanig, dat het vermenigvuldigde van de Som der Vierkanten met het kleenste is* 910: *en het dubbelt van haar vermenigvuldigde vergaart by 't Vierkant van haar verschil voortbrengt* 130: *komt* 7 *en* 9 *voor de Getallen.*



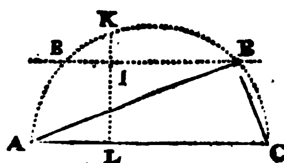
143. *Een Rechthoekigen Driehoek te maken wiens eene zyde is gelyk aan een gegeve lyn a, en waar van de midden evenredige tusschen de twee andere zyden gelyk is aan een andere gegeve lyn b.* Uyt Vieta.

1. Is

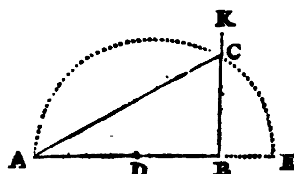
1. Is de schuynze AC ∞ *a*. stellende AB ∞ *x* en BC ∞ *y*, zo vind men $x^4 \infty + aaxx - b^4$.

2. Is het Been AB ∞ *a*. stellende BC ∞ *x* en AC ∞ *y*, zo vind men $x^4 \infty - aaxx + b^4$.

Constructie.



Op 't 1. Maakt op AC ∞ *a* een half rond; neemt daar in AK ∞ *b*, en trekt de Perpendiculaar KL: neemt daar in LI ∞ LA; en haalt door I een evenwydige aan AC, snydende de Omtrek in B, B: dan getrokken AB BC, zo is ABCA de begeerde Driehoek.



Op 't 2. Maakt op AB ∞ *a*, BK rechthoekig, en zodanig dat AB; *b*: BK gedurig evenredig zyn. uyt D, het midden van AB, meet af DE zo lang als DK, en haalt op AE een half rond, snydende BK in C: dan getogen AC, zo is ABCA de begeerde Driehoek.

Deze Constructien komen by na over een met die van *Vieta*.

144. *Zoekt twee Getallen, zodanig datter* $7\frac{1}{2}$ *blyft als men het Vierkant van 't kleenste trekt van haar vermenigvuldigde; en* $63\frac{3}{4}$ *als men de Teerling van 't kleenste trekt van 't vierkant des grootste vermenigvuldigt met het kleenste: komt* $5\frac{1}{2}$ *en* 3, *of* $7\frac{1}{4}$ *en* $1\frac{3}{4}$.

145. *Vind twee Getallen wiens vermenigvuldigde is* 60, *en zodanig dat het Vierkant van haar verschil is even aan de Som der getallen: Komt* 10 *en* 6.

Stelt voor de begeerde Getallen $x + y$ *en* $x - y$, *anders zal men vervallen in een Æquatie die hoger is als een Vierkante, gelyk blykt uyt het volgende.*

Stellende het *grootste* ∞ *x*
en het *kleenste* ∞ *y*

zo is haar vermenigv. $xy \infty 60 \infty a$

$$\frac{xy \infty 60 \infty a}{x}$$

$$y \infty \frac{a}{x}$$

 haar

haar verſchil is dan $x - \frac{a}{x}$

$$\text{en 't}\ \square\ \overline{xx - 2a + \frac{aa}{xx}}\ \sqrt{}\ \infty\ x + \frac{a}{x}\ \text{de Som}$$

$$\overline{}\ xx$$

$$x^4 - 2axx + aa \infty x^3 + ax$$

of $x^4 - x^3 - 2axx - ax + aa \infty 0$, *een Æquatie zynde waar in de x opklimt tot vier dimenzien, dewelke niet opgeloſt kan werden als door andere Regelen als tot noch toe gegeven zyn.*

De zelfde Æquatie bekomt men mede ſtellende het grootſte $\infty x + y$, *en het kleenſte* ∞x.

Maar 't *grootſte* $\infty x + y$
en 't *kleenſte* $\infty x - y$ ſtellende

zo is haar verm. $xx - yy \infty a$, en haar verſchil $2y$

$$\overline{4yy}\ \sqrt{}\ \infty\ 2x$$

$$4\ \overline{}\ yy \infty \tfrac{1}{2}x$$

of $xx - \frac{1}{2}x \infty a$
of $x \infty \frac{1}{4} + \sqrt{.\frac{1}{16} + a}$

146. *Zoekt twee Getallen wiens vermenigvuldigde is 6, en zodanig dat het verſchil der Vierkanten even is aan de Som der getallen: Komt 2 en 3.*

147. *Vind twee Getallen welkers vermenigvuldigde even is aan haar Som, en welkers Som der Vierkanten doet 80: Komt* $5 + \sqrt{15}$ en $5 - \sqrt{15}$.

148. *Vind twee Getallen, zodanig dat het vermenigvuldigde van het verſchil met het Vierkant van haar Som is a, en 't vermenigvuldigde van 't zelfde verſchil met het Vierkant van 't kleenſte is b.*

Stelle het *kleenſte* ∞x
het *grootſte* $\infty x + y$
zo vind men $a - 4b$, $x^6 \infty 4bbx^3 + b^3$

$\sqrt{}\ \overline{}$ na de Regel.

$$x \infty \sqrt{C.\frac{2bb + b\sqrt{ab}}{a - 4b}}$$

Gegeven zynde $a \infty 363$, en $b \infty 48$, zo vind men x, het *kleenſte* $\infty 4$, en overzulx $+y$, het *grootſte* $\infty 7$.

149. *Vind twee Getallen, wiens vermenigvuldigde vergaart*

gaart by haar Som voortbrengt 143, *en de Som der getallen afgetogen van de Som der Vierkanten dat de Rest is* 266.

150. *Vind een* Geometrice *Progressie van drie termen, zodanig, indienmen van de zelve Termen aftrekt de gegeve getallen a, b, c, datter Reste een* Arithmetische *Progessie.*

Stelle van de *Geometrice* Progressie, de *eerste* $\propto xx$,
de *tweede* $\propto xy$,
zo is de *derde* $\propto yy$: en daarom is,
van de *Arithmetische* Progressie, de *eerste* $\propto xx - a$,
de *tweede* $\propto xy - b$,
en de *derde* $\propto yy - c$.

en dewyl deze laatste gelyke Verschillen moeten hebben, door dien het een Arithmetische Progressie is, zo is, nemende de eerste de kleenste te wezen

$$xy - b - xx + a \propto yy - c - xy + b.$$

En dewyl 'er geen meerder stof overig is, noch in de voorgestelde Quæstie, noch in de Natuur van de Arithmetische Progressie, om noch een Æquatie te vinden, zo volgt dat men voor een van de onbekende Quantiteyten x of y een getal zal mogen nemen na believen.

Uyt de voornoemde Æquatie vind men $x \propto y \pm \sqrt{.a + c - 2b}$
en $y \propto x \pm \sqrt{.a + c - 2b}$

Anders.

Stelle van de *Arithmetische* Progressie, de *eerste* $\propto x$
de *tweede* $\propto x + y$
zo is de *derde* $\propto x + 2y$, en dien
volgens is, van de *Geometrice* Progressie, de *eerste* $\propto a + x$
de *tweede* $\propto b + x + y$
en de *derde* $\propto c + x + 2y$

En dewyl deze gedurig evenredig zyn, zo is't □ van de middelste even aan de ▭ van de uytterste, waar door men, met behulp van de Reductie, vind

$$x \propto \frac{bb - ac - 2ay + 2by + yy}{a + c - 2b}$$

Uyt de Noemer blykt, dat de gegevene zodanig moeten zyn, dat het tweevoud *van het middelste* b, *minder moet wezen als de* Som *van de twee andere* a + c.

Gegeven zynde $a \infty 6$, $b \infty 7$, en $c \infty 9$; en nemende $y \infty 4$, zo is, na de eerste Æquatie, $x \infty 3$: en daarom is de begeerde *Geometrice* Progressie 9. 12. 16
hier af de *gegeve* getallen 6. 7. 9

Rest een *Arithmetische* Progressie 3. 5. 7

151. *Vind twee Progessien van drie termen, de eene Arithmetisch en de ander Geometrisch, zodanig, trekkende van de Arithmetische Progressie de gegeve getallen a, b, c, datter reste de Geometrische.*

152. *Vind twee Geometrice Progressien van drie Termen, zodanig zijnde, indiennen by de kleenste vergaart, of van de grootste aftrekt, een gegeve Arithmetische Progressie, dat de Som is de grootste, of de Rest is de kleenste.*

Stellende de grootste *Geometrice* Progressie, xx, xy, yy, en de gegeve *Arithmetische* Progressie a, b, c, zo vind men

$$x \infty \frac{by \pm \sqrt{.\,bb - ac,\ yy - c}}{c}$$

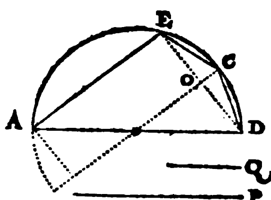
Gegeven zynde de Arithmetische Progressie $a, b, c \infty 5, 6, 7$, en nemende $y \infty 4$, zo vind men voor de *grootste* Geometrice Progressie, 9, 12, 16, hier af de Arithmetice 5, 6, 7 rest voor de *kleenste* Geometrice Progressie 4, 6, 9.

153. *Gegeven zijnde een Regel van Drien, waar van de Som der Getallen is* 100: *zamenze uytwerkt naar de rechte Regel van Drien zo komt 'er* 18, *en naar de verkeerde zo komt 'er* 8: *Vrage naar yder getal? Antwoort het eerste getal is* $35\frac{1}{5}$, *het tweede* 12, *en het derde* $52\frac{4}{5}$. Uyt D. Rembrantze van Nierop.

154. *Twee Getallen te vinden welkers Som is gelijk aan een gegeve getal a, en welkers Som der Teerlingen even is aan een gegeve getal b.* De 1 des 4 Diophanti.

155. *Zoekt twee Getallen wiens verschil is gelijk een gegeve getal a, en wiens verschil der Teerlingen gelyk is aan een gegeve getal b.* De 2 des 4 Diophanti. Deze twee werden ook aangetekent by *Vieta*.

156. *Een*



156. *Een halfrond te beschrijven, in de welke twee gegeve Lijnen, als p eens, en q tweemaal in den omtrek gaan.*

Stelle de Middellyn AD $\infty\, x$

zo is OC $\infty\, \frac{qq}{x}$

en 2OC $\infty\, \frac{2qq}{x}$ } vergaart

AE $\infty\, p$ }

komt $x \infty \frac{2qq}{x} + p$, of $xx \infty 2qq + \infty x$.

waar door men vind x, dat is de Middellyn AD.

157. *Gegeven zijnde drie oneyndige te zamen komende Lijnen: uyt een punt van een der zelver twee perpendicularen op de twee andere te trekken die te zamen zo lang zyn als een gegeve Lijn.*

158. *Zoekt twee Getallen, wiens Som vermenigvuldigt met het verschil van haare Vierkanten voortbrengt* 2048, *en wiens verschil vermenigvuldigt met de Som van haare Vierkanten uytlevert* 1028.

Stelle het *grootste* $\infty\, x+y$, zyn □ is $xx + 2xy + yy$

en het *kleenste* $\infty\, x-y$, zyn □ is $xx - 2xy + yy$

zo is de *Som* der getallen $2x$, en haar *verschil* $2y$, en de *Som* der □en $2xx + 2yy$, en haar *verschil* $4xy$.

Wy vinden dan $8xxy \infty 2048$.

2 ————————

$4xxy \infty 1024$

en $4y^3 + 4xxy \infty 1028$

———————————— afg.

Rest $4y^3 \infty 4$

4 ————

$y^3 \infty 1$

$\sqrt{C}$ ————

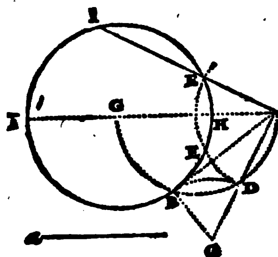
$y \infty 1$, dit in $4xxy$ gestelt in plaats van y, komt $4xx \infty 1024$, of $xx \infty 256$, of $x \infty 16$ dies is $x+y$, het grootste getal, 17, en $x-y$, het kleenste, 15.

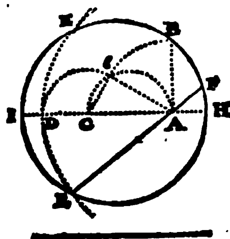
159. *Twee*

159. *Twee Kapiteynen hebben yder een Compagnie Soldaten, de eene heeft 40 Man minder als de ander; deelen yder aan haar Volk uyt 1200 gulden: Vrage hoe veel Soldaten yder onder zyn Compagnie heeft, zo die geene de welke het minste Volk heeft; 5 gulden aan yder Man meerder uytgedeelt heeft als de ander? Antwoort* 80, *en* 120 *Soldaten*: Deze heeft Cardanus getogen uyt Machomete Arabe.

160. *Eender heeft gekocht twee Lappen Laken, te zamen lang 20 el, yder Lap voor 40 gulden: betaalt voor de el van de eene Lap $7\frac{1}{2}$ gul. meerder als voor de el van de ander: Vrage hoe lang yder Lap is, en hoe veel voor de el betaalt is? Antwoort de Lappen zyn lang 16 en 4 ellen, en voor de el is betaalt $2\frac{1}{2}$ en 10 gulden.*

161. *Gegeven zijnde een Rond* IFHB, *en een stip* A, *buyten of binnen het zelvige: een Lijn* AEF *te trekken, uyt of door de zelve stip, zodanig dat* EF *heeft een gegeve lengte.*





Stelle EF ∞a
AH ∞b
AI ∞c
AE ∞x

Trekt AHI door de Midstip G

Op de *eerste* Figuur, het punt A *buyten* het Rond zijnde.

AF $\infty a+x$ $c \infty$ AI
AE ∞x $b \infty$ AH

verm.

▭EAF $ax+xx \infty bc$ ▭HAI

of $x \infty -\frac{1}{2}a + \sqrt{.\frac{1}{4}aa+bc}$

Op de *tweede* Figuur, het punt A *binnen* het Rond zijnde.

AF $\infty a-x$ $c \infty$ AI
AE ∞x $b \infty$ AH

verm.

▭EAF $ax-xx \infty bc$ ▭HAI

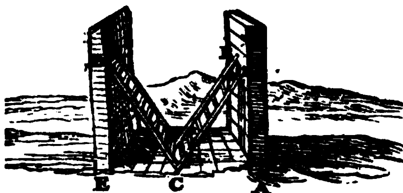
of $x \infty \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa-bc}$

Con-

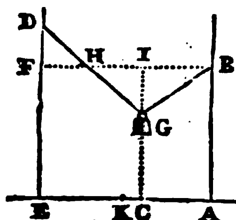
Constructie.

Op de 1 Figuur. Trekt op AG een halfrond, snydende 't gegeve Rond in B, zo raakt AB het Rond in B, en daarom is zijn □ ∞ *bc*. Op AB, uyt B, stelt BC rechthoekig, of haalt GBC, en neemt BC ∞ $\frac{1}{2}a$; dan CD ∞ CB: en uyt A door D een Boog snydende 't gegevene Rond in E: dan AEF, zo is EF ∞ *a*.

Op de 2 Figuur. Trekt uyt A, rechthoekig op HI, de Lyn AB, zo is zijn □ ∞ *bc*: dan in HI genomen AC ∞ $\frac{1}{2}a$, en daar op een halfrond, en neemt daar in A *b* ∞ AB, dan CD ∞ C*b*: en trekt uyt A, met AD als straal, aen Rond, snydende 't gegevene Rond in E, dan AEF, die is de begeerde.



162. *Twee Muuren van den anderen af zynde* 40 *voeten, dat is de wijte van* AE: *Vrage naar het punt* C, *om in het zelvige de Ladder* CD *te stellen: lang* 30 *voeten*, *zulx dat men hem omslaande aan de Muur* AB, *dat hy aldaar* 5 *voeten hooger komt als aan de Muur* ED? *Antwoort van* E *tot* C *moetmen nemen* $20 + \sqrt{\frac{105}{52}}$ *voeten*, *of nagenoeg* $22\frac{1}{4}$ *voeten.*



163. *Aan twee andere Muren, van elkander af zynde* 10 *voeten*, *zijn in* B *en* D *yder een Spyker geslagen, waar aan vast gemaakt is een Touw lang* $12\frac{1}{2}$ *voeten*, *gaande door het oor van een gewigt* G: *Vrage zo* D *twee voet verder van de grond af is als* B, *en zo* C *loot lynig is onder* G, *na de lengte van* EC, *of van* AC? *Antwoord* AC *is* $3\frac{1}{3}$ *voet.*

Aanmerkende BF evenwydig aan AE, snydende DG in H, zo is GH ∞ GB: stellende yder van deze ∞ *y*, en AC ∞ *x*.

Zo zijn HI, *x* / HG *y* // HF $10 - 2x$ / HD $12\frac{1}{2} - 2y$ evenredig; waar door men vind $4y$ ∞ $5x$: en om dat men nog heeft $156\frac{1}{4} - 50y + 4yy$ ∞ $104 - 40x + 4xx$, zo vind men *x* als boven is aangewezen.

Neemt men K voor het midden van EA, en stelt men dan KC ∞x, en BG $\infty 6\frac{1}{4} - y$, zo vind men het begeerde korter.

164. *Van de nevenstaande Driehoek* ABC, *is gegeven* AB ∞a, BC ∞ AC *en de perpendiculaar* BD ∞ 2 *maal* DC: *de Driehoek te maken.*

Stellende AC of BC ∞x, en DC ∞y, zo is AD $\infty x - y$ en BD $\infty 2y$; en men vind $5yy \infty xx$, en $5yy + xx - 2xy \infty aa$, en daar door $x^4 \infty \frac{5}{4}aaxx - \frac{5}{16}a^4$.

Verg. met $x^4 \infty aqxx - aarr$, $a \infty$ d'eenheit.

Men heeft $q \infty \frac{5}{4}a$, en $r \infty \sqrt{\frac{5}{16}aa}$, en daar door deze

Constructie. Op AB ∞a, en op AE $\infty \frac{5}{8}a$, maakt yder een halfrond: uyt F, het middelpunt van het kleenste, trekt de perpendiculaar FG: dan uyt A door G een boog, snydende het kleenste in H: dan genomen EI ∞ EH, en gehaalt de rechthoekige IK, zo is AK ∞x. Daarom, op AB gemaakt ACBA, zo dat AC en BC yder zolang is als AK; zo is ABCA de begeerde Driehoek. Trekt men BD rechthoekig op AC, zo zal die 2 maal langer wezen als DC.

165. *Twee gebroeders hebben te zamen geërft een stuk Lands* ABCDA; *van 't welke* ABFE *is Weyland, en de rest is Hoyland: dit begeeren zy gedeelt te hebben door de rechte Sloot* HG *in tween gelijk, mits dat yder de helft heeft van 't stuk Wey en van 't stuk Hoyland.*

Aanmerkt BO OP voor de Lijnen dewelke de stukken Wey en Hoyland yder in tweeën gelijk deelen, die lichtelijk door de gemeene Meetkonst bepaalt werden. Considereert dat de verlengde

AB

AB DC en EF elkander ontmoeten in K en L, en dat BZ en PS rechthoekig vallen op EF, of op zijn verlengde; van gelijken mede GN en HT: en voor 't laatst, dat GV en PR evenwydig aan de zelve EF zijn.

OL ∞a
OK ∞b
BZ ∞c
PS ∞d
KZ ∞e
LS ∞f
OZ ∞g
OS ∞h
OQ ∞x
zo is QK $\infty b+x$
QL $\infty a-x$

Om de evengrootheit van de $\triangle$en KBO en KGQ, vindmen GN $\frac{bc}{b+x}$, deelende het vermenigvuldigde van KO met BZ door KQ: Op de zelve manier, door de evengrootheit van de $\triangle$en POL en HQL, vindmen HT $\infty \frac{ad}{a-x}$: dan trekt GN van BZ, en PS van HT, rest BV $\infty \frac{cx}{b+x}$, en HR $\infty \frac{dx}{a-x}$.

dan, BZ tot KZ, als BV tot GV, of NZ

c —— e —— $\frac{cx}{b+x}$ / komt $\frac{ex}{b+x}$

en, PS tot LS, als HR tot RP, of TS

d —— f —— $\frac{dx}{a-x}$ / komt $\frac{fx}{a-x}$

Trekt NZ van OZ, en TS van OS; rest $g-\frac{ex}{b+x}$ voor ON, en $h-\frac{fx}{a-x}$ voor OT: dan OQ van ON, en OT van OQ; rest QN $\infty g-x-\frac{ex}{b+x}$, en TQ $\infty x-h+\frac{fx}{a-x}$. En voor 't laatst, om de gelykhoekigheit van de $\triangle$en QGN QHT, zo is

GN NQ HT TQ
$\frac{bc}{b+x}$ tot $g-x-\frac{ex}{b+x}$, als $\frac{ad}{a-x}$ tot $x-h+\frac{fx}{a-x}$.

En stellende p in plaats van $\frac{bc}{ad}$; $-q$ in plaats van $g-h-e$; en r in plaats van $a+b+f$, zo heeftmen

$$p-1,\ xx \infty rpx - ahp$$
$$qx - bg$$

Op het Land afgemeten hebbende OL of $a \infty$ 130 Roeden, OK of $b \infty$ 85 Roeden, BZ of $c \infty$ 74 Roeden, PS of $d \infty$ 30 Roeden, KZ of $e \infty$ 150 Roeden, LS of $f \infty$ 110 Roeden, OZ of $g \infty$ 66 Roeden, en OS of $h \infty$ 20 Roeden. zo vindmen $p \infty \frac{629}{390}$, $q \infty 169$, en $r \infty 260$, en daar door

$$\tfrac{239}{390}\, xx \infty 588\tfrac{1}{3}\, x - 9803\tfrac{1}{3}$$
———————— 390

of $239\, xx \infty 229450\, x - 3823300$

2 ————

114725 *

———————— $\surd$

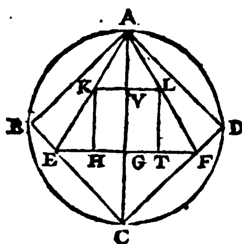
13161825625

131 enz.

1326182 5625.
913768700. 239 maal 3823300.
1224 8056925
√ 110671
114725*
4054
239

16 Roeden 9 voeten 6 duym voor x, of de lengte van O tot aan Q. Rekenende op de wyze der Landmeeters 10 Voeten voor een Roe, en 10 duymen voor een Voet. door 16.96 ∞ x vindmen 24.09 voor QN. Hebbende dan van Q tot aan N afgemeten 24 Roeden en 9 duym. Uyt N getogen een perpendiculaar NG, zo heeft men G, waar door de rechte GQH kan afgebakent en gegraven worden.

166. *In een Cirkel, waar van de Middellijn doet* $8\sqrt{2}$, *is beschreven, op het grootste, een Vierkant, en in 't Vierkant, op het grootste, een gelijkzijdigen Driehoek, en in deze Driehoek wederom een Vierkant zo groot als 't mogelijk is: Vrage na de zijden van deze Figuren, en ook na haren Inhoud? Antwoort de zijde van 't eerste Vierkant is* 8, *van de Driehoek* $16\sqrt{1\frac{1}{2}} - 8\sqrt{2}$, *en van het tweede Vierkant* $72\sqrt{2} - 80\sqrt{1\frac{1}{2}}$. *De Inhoud van 't eerste Vierkant is* 64, *van het tweede* $19968 - 11520\sqrt{3}$, *en van de Driehoek* $-192 + 128\sqrt{3}$. Uyt S. Curtius.



Laat AC wezen de Middellyn van het Rond; ABCDA zyn in geschreve Vierkant; AEFA de gelykzydige Driehoek in dit Vierkant; en KH TLK het Vierkant in deze Driehoek.

Men vind aanstonts AB ∞ 8. Stellende AE ∞ y, zo is EG en GC yder ∞ $\frac{1}{2}y$; waar door men vind AG ∞ $y\sqrt{\frac{3}{4}}$: dies is $\frac{1}{2}y + y\sqrt{\frac{3}{4}}$ ∞ $8\sqrt{2}$, of y ∞ $\frac{8\sqrt{2}}{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{3}{4}}}$.

Daarom, $8\sqrt{2}$ gedeelt door $\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{3}{4}}$
$\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{3}{4}}$ ———— $\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{3}{4}}$, *residuum.*
———— verm.

of $4\sqrt{2} - 8\sqrt{1\frac{1}{2}}$ door $-\frac{1}{2}$
komt $-8\sqrt{2} + 16\sqrt{1\frac{1}{2}}$ ∞ y, de zyde van de Driehoek.

Stel-

Stellende KH of KL ∞z, zo is KA mede ∞z, en KV $\infty \frac{1}{2}z$; waar door men vind AV $\infty z\sqrt{\frac{3}{4}}$: dies is $z + z\sqrt{\frac{3}{4}} \infty$ AG $\infty 8\sqrt{2} - \frac{1}{2}y \infty 12\sqrt{2} - 8\sqrt{1\frac{1}{2}}$, of $z \infty \frac{12\sqrt{2} - 8\sqrt{1\frac{1}{2}}}{1 + \sqrt{\frac{3}{4}}}$; of, deelende de Teller door de Noemer, op de wyze van hier voren, $z \infty 72\sqrt{2} - 80\sqrt{1\frac{1}{2}}$, de zyde van het tweede Vierkant: dit in 't Vierkant gemultipliceert, men heeft voor zyn Inhoud als boven is aangetekent. EG $\infty -4\sqrt{2} + 8\sqrt{1\frac{1}{2}}$ vermenigvuldigt met AG ∞ $12\sqrt{2} - 8\sqrt{1\frac{1}{2}}$, men vind de aengetekende Inhoud van de Driehoek.

167. *Zoekt twee Getallen, welkers verschil der Vierkanten, vermenigvuldigde, en Som, alle gelyk zyn.*

't grootste ∞x
't kleenste ∞y, zo is $xx - yy \infty xy \infty x + y$
of $xy - y \infty x$
$x - 1$ ————————
$y \infty \frac{x}{x - 1}$
———————— $\sqrt{}$
zo is $yy \infty \frac{xx}{xx - 2x + 1}$, en $xy \infty \frac{xx}{x - 1}$
en daarom is $xx - \frac{xx}{xx - 2x + 1} \infty \frac{xx}{x - 1}$
of $x^4 - 2x^3 \infty x^3 - xx$
xx ————————
of $xx - 2x \infty x - 1$
of $x \infty 1\frac{1}{2} \pm \sqrt{1\frac{1}{4}}$, dit gedeelt door $x - 1 \infty \frac{1}{2} \pm \sqrt{1\frac{1}{4}}$
komt $y \infty \frac{1}{2} \pm \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

't Verschil van haare Vierkanten, haar vermenigvuldigde, en ook haar Som doet yder $2 \pm 2\sqrt{1\frac{1}{4}}$.

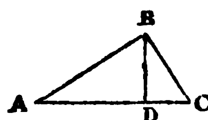
Stellende de begeerde Getallen te wezen $x + y$ en $x - y$, men vind veel korter $y \infty \frac{1}{2}$; en $x \infty 1 \pm \sqrt{1\frac{1}{4}}$, en daarom de getallen als boven.

168. *Zoekt twee Getallen, wiens verschil der Vierkanten, vermenigvuldigde, en Som, gedurig evenredig zyn.*

Deze is onbepaalt, om dat drie gedurige evenredige maar een Æquatie uytleveren.

Stelt men $x + y$ en $x - y$ voor de getallen, zo vind men
$x^4 \infty 2xxyy + 8xxy - y^4$

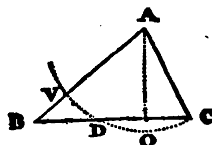
nemende y voor bekent, hen stellende $\infty 6$; zo heeft men $x^4 \infty 120xx - 1296$, of $xx \infty 108$, of $x \infty 6\sqrt{3}$: dies zyn de begeerde getallen $+6+6\sqrt{3}$ en $-6+6\sqrt{3}$.



169. *Van de nevenstaande Driehoek* ABCA *doet* AB *en* BC *te zamen* 33, AC 21, *en de Hoek* A 36 *graden*, 52 *minuten*, 11 *Secunden*: *Vrage na* AB *en* BC *yder in 't bezonder?*

Trekt de perpendiculaar BD, en stelt AB ∞x, zo is BC $\infty 33 - x$.
Dan is 't, *sinus* ADB tot AB, als *sinus* A tot BD
$100000 - x - 60000 / \frac{3}{5}x$
en, *sinus* ADB tot AB, als *sinus* ABD tot AD
$100000 - x - 80000 / \frac{4}{5}x$
Zo is DC $\infty 21 - \frac{4}{5}x$, zyn □ vergaart by 't □ BD, komt voor 't □ BC $441 - 33\frac{3}{5}x + xx$, even zynde aan 't □ van $33 - x$, dat is even aan $1089 - 66x + xx$: Dies is $x \infty 20$, voor AB, en daarom BC $\infty 13$.

170. *Van de zelve Driehoek gegeven zynde de hoek* A *als voren* 36 *gr.* 52 *m.* 11 *sec.*, BC 13, *en* AB + AC 41: *Vrage na* AB *en* AC *yder in 't bezonder*: *komt* AB 20, *en* AC 21.



171. *In de nevenstaande Driehoek* ABC, *is uyt* A *als middelpunt*, *met* AC *als straal*, *getogen de boog* CODV; *De perpendiculaar* AO *doet* 12, BD 11, *en* BV 7: *Vrage na* AB BC *en* AC? *Antwoort* AB 20, BC 21, *en* AC 13.

172. *Van een Arithmetische Progressie is het vermenigvuldigde van de eerste en tweede vergaart by het Vierkant van het derde* 9088, *en 't vermenigvuldigde van de tweede en derde* 4928. De 60 Ludolf van Keulen.

De Progressie 't vermen. van 't 2 en 3 is $xx + 3xy + 2yy \infty b$

x — 2

$x+y$ — $2xx + 6xy + 4yy \infty 2b$

$x+2y$

$x + 2y$ 't vermen. van 't 1 en 2,
9088 $\infty\, a$ vergaart by 't □ van 't 3 is $2xx + 5xy + 4yy \infty\, a$
4928 $\infty\, b$ afg.
Rest $xy \infty\, 2b - a$
of, stellende $2b - a \infty\, p$, $xy \infty\, p$
$y \infty \frac{p}{x}$. dit gestelt in plaats van y in de Æquatie $xx + 3xy + 2yy \infty\, b$.
komt $x^4 + 3pxx + 2pp \infty\, bxx$
of $x^4 \infty\, qxx - 2pp$, stellende $q \infty\, b - 3p$
√
of $x \infty\, \sqrt{.\tfrac{1}{2}q - \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - 2pp}}$
of $x \infty\, 24$ het *eerste*. Hier door vind men
$y \infty\, 32$
vergaart
zo is $x + y \infty\, 56$ het *tweede*.
en $x + 2y \infty\, 88$ het *derde*.

173. *De Middellyn van een Rond te vinden, daar in dat een gelijkzydigen Driehoek kan beschreven werden, welkers drie zijden, en de perpendiculaar uyt het Middelpunt op een van die zijden vallende, te zamen gelijk zijn aan een gegeve Lijn a.* Uyt Stampioen.

In getallen. Gegeven zynde $a \infty\, 2\tfrac{1}{2} + 15\sqrt{3}$, zo vind men 10 voor de Middellyn.

174. *Zoekt vier gedurige evenredige, van dewelke de Som van de eerste en derde gelijk is aan een gegeve getal a, en de Som van de tweede en vierde gelijk aan een gegeve getal b.*

Stelle het *eerste* $\infty\, x$
en het *tweede* $\infty\, y$
zo is het *derde* $\infty\, a - x$
en het *vierde* $\infty\, b - y$

Om datze continue proportionaal zijn, daarom is het □ van de tweede even aan de ▭ van de eerste en derde, en ook om de zelve reden is het □ van het derde even aan de ▭ van de tweede en vierde.

Dies is $yy \infty\, ax - xx$, en $by - yy \infty\, aa - 2ax + xx$
of $b\sqrt{ax - xx} - ax + xx \infty$ ——
of $\frac{b}{a}\sqrt{.ax - xx} \infty\, a - x$
√
$\frac{bb}{aa}$, $ax - xx \infty\, a - x$, $a - x$
$a - x$
$\frac{bb}{aa}x \infty\, a - x$, of $x \infty \frac{a^3}{bb + aa}$. Dies

Dies is $bb+aa$ tot a, als aa tot x, het *eerste: waar uyt blijkt de Regel op deze gegeven in onze Telkonst Fol.* 828, *alleenlijk dat* $bb+aa$, *en* aa, *aldaar verkort zijn.*

Anders.

Stelle het *eerste* $\propto x^3$
het *tweede* $\propto xxy$
het *derde* $\propto xyy$, zo is $x^3+xyy \propto a$, of $yy \propto \frac{a}{x} - xx$
het *vierde* $\propto y^3$. en $y^3+xxy \propto b$, of $xx \propto \frac{b}{y} - yy$

In de laatste Æquatie $xx \propto \frac{b}{y} - yy$, gestelt $\frac{a}{x} - xx$ in plaats van yy, men heeft $xx \propto \frac{b}{y} - \frac{a}{x} + xx$

of $\frac{b}{y} \propto \frac{a}{x}$

of $\frac{bb}{yy} \propto \frac{aa}{xx}$

of $\frac{bbxx}{aa} \propto yy \propto \frac{a}{x} - xx$

of $x^3 \propto \frac{a^3}{bb+aa}$ het *eerste.*

Gegeven zijnde $a \propto 26$ en $b \propto 39$, zo is x, of x^3, het *eerste* $\propto$ 8; en overzulx zijn de *gedurige evenredige* 8, 12, 18, 27.



175. *Een Boer heeft een Hek* ABCD *laten maken, van dewelke de kruyslatten, als* BC *lang is* 13, *en* AD $19\frac{1}{2}$ *Voet, en elkander rechthoekig doorsnijden in* O: *Vrage na de lengte van* AB, *van* AC, *en van* DC, *Antwoort* AB *is* $2\sqrt{13}$, AC $3\sqrt{13}$, *en* DC $4\frac{1}{2}\sqrt{13}$ *voeten.*

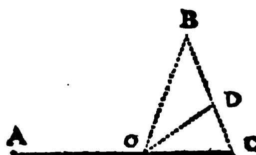
Weest gedagtig dat BO : AO : CO : DO gedurig evenredig zyn.

176. *Zoekt twee Getallen welkers verschil is als een gegeve getal a, en zodanig dat het vermenigvuldigde van't verschil haarder Cuben met de Som van haare Quadraten is gelijk aan een gegeve getal b.*

$a \propto 4$, en $b \propto 25961\frac{1}{2}$ gegeven zijnde, zo is het eene $3\frac{1}{2}$, en het ander $7\frac{1}{2}$.

Nota.

Nota. *Men moet hier het eene* $\infty\, x - \frac{1}{2} a$, *en overzulx het ander* $\infty\, x + \frac{1}{2} a$ *stellen, anders vervalt men in een Vierkante Vierkante Æquatie.*



177. *Een gegeve Lijn* AC *in* O *te deelen, zodanig dat de gelijkbenige Driehoek op* OC *als grond, en* AO *als een der Beenen, hebbe de hoeken op de grond tweemaal zo wyd als de hoek over de grond: dat is, dat* OB *en ook* BC *yder is* ∞ AO, *en de hoek* BOC, *of* BCO *gelyk het tweevoud van de hoek* B.

Stelle AC ∞ a
OC ∞ x, zo is
BO of BC ∞ $a - x$

Trekt OD zodanig, of liever aanmerkt hem zodanig getogen te wezen dat hy de Hoek BOC in tween gelyk deelt, zo is OD BD elk ∞ OC: Want DOC is ∞ B, en dewyl de Hoek C aan beyde de △en OBC ODC gemeen is, daarom is ODC ∞ BOC; maar BOC is ∞ C, ergo ODC ook ∞ C, en derhalven OD ∞ OC. En om dat DOB is ∞ B, daarom ook BD ∞ OD, en dienvolgens ook ∞ OC. Dewyl dan de △en DOC BOC gelykhoekig zyn, zo is 't

BC tot OC, als OC tot CD

$$a - x \;/\; x \;//\; x \;/\; \frac{xx}{a-x}$$

$$x \infty \text{BD}$$

———— vergaart,

$$\text{komt } \frac{ax}{a-x} \infty\, a - x$$

$$\text{of } xx \infty\, 3ax - aa$$

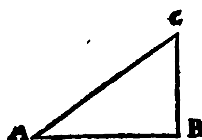
$$\text{of } x \infty\, 1\tfrac{1}{2} a - \sqrt{1\tfrac{1}{4} aa}$$

Maar AO ∞ x nemende, zo heeft men $x \infty - \frac{1}{2} a + \sqrt{1\frac{1}{4} aa}$.

Uyt deze twee Æquatien vind men lichtelyk de Constructie: uyt de tweede wel zo gemakkelyk als uyt de eerste.

Men vind $x \infty - \frac{1}{2} a + \sqrt{1\frac{1}{4} aa}$, indien van zodanigen Driehoek een der Beenen BO of BC gegeven is ∞ a, en nemende OC de grond ∞ x. *Zynde het tiende Voorstel van het vierde Boek Euclidis.* Maar de grond OC ∞ a gegeven zynde, en stellende BO ∞ x, zo vind men $x \infty \frac{1}{2} a + \sqrt{1\frac{1}{4} aa}$.

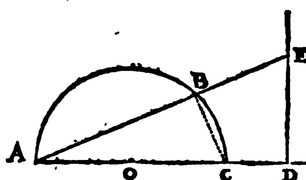
 178. *Van*



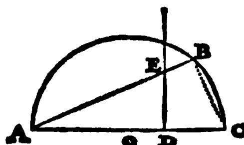
178. *Van een Rechthoekigen Driehoek is gegeven de Inhoud* ∞ *a*, *en de Som der drie zyden* ∞ *b*: *Vrage na yder zyde apart?*

Deze kan men ook Meetkunstig voorstellen, aldus: *Van een gegeve rechte Lyn een Rechthoekigen Driehoek te maken, wiens Inhoud is gelyk aan een gegeve Vlak, of Vierkant, of als de* ▭ *van twee gegeve Lynen.*

179. *Van de zelve is gegeven 't vermenigvuldigde der drie zyden* ∞ *a*, *en de Som der zyden* ∞ *b*: *Vrage na yder zyde in 't bezonder?*



180. *Gegeven zijnde een Halfrond* ABC, *en een perpendiculaar* DE *op de halfmiddellijn* AC, *of op zijn verlengde: het punt* E *te vinden, zulx dat (trekkende* ABE) BE *gelijk is aan* DE.



Stelle AC ∞ a,
AD ∞ b
DE, of BE ∞ x
AB ∞ y
zo is AE ∞ $y \pm x$ / + *in de eerste, en* — *in de tweede Fig.*

om dat het □ AE ∞ is aan de □en AD DE, daarom is

$yy \pm 2xy + xx \infty bb + xx$

of $yy \pm 2xy \infty bb$.

Trekt BC, zo zyn de △en ABC ADE gelykhoekig, en daarom is 't

AB tot AC, als AD tot AE

y —— a —— b —— $y \pm x$

dies is $yy \pm xy \infty ab$

hier boven is $yy \pm 2xy \infty bb$

———————— afg.

Rest $\pm xy \infty + bb - ab$, dit gestelt in de Æquatie $yy \pm xy \infty ab$, in plaats van xy,

komt $yy + bb - ab \infty ab$, of $yy \infty \overline{2a - b}, b$.

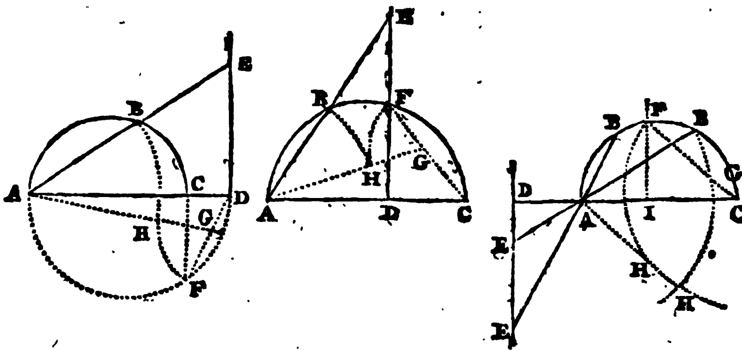
Om

Om dat men heeft 2 a — b, zo betoont het dat AD *niet langer mach gegeven werden als het dubbelt van* AC. *En om dat* BE *langer is als* DE *wanneer* D *in de verlengde van* AC *aan* A *valt, zo blykt dat zodanigen geval niet kan gegeven werden.*

Men ziet uyt de Æquatie dat AB midden evenredig is tusschen AD en het dubbelt van AC min AD; overzulx, trekkende op het dubbelt van AC een halfrond, zo zal 't zelvige van de Perpendiculaar DE een stuk affnyden even aan AB.

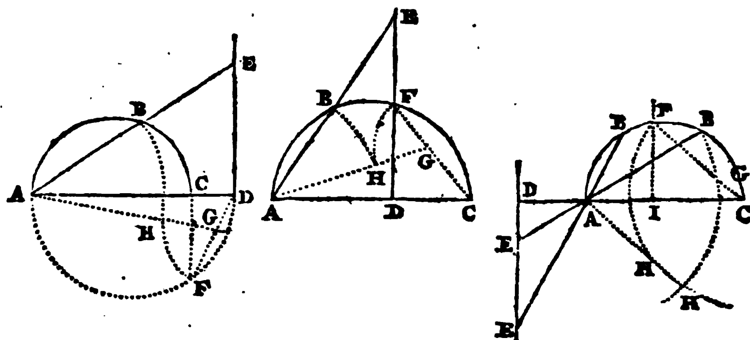
181. *Het zelfde gegeven zynde:* ABE *zodanig te trekken waar door* BE *zo lang komt te vallen als een gegeve lyn c.* M. Ghetaldus lib. 1 probl. 2, of Kinkhuysen het 7 Werkstuk pag. 35.

Uyt de evenredigheit van AB/ AC// AD/ AE vind men $yy \infty -cy + ab$, als D is in AC, of in zyn verlengde van C, en $yy \infty + cy - ab$, als D is in de verlengde van AC aan A. waar door men heeft de volgende uytwerking, gebruykende de Regel van Cartesius.



In de derde Figuur is AI ∞ AD: in de eerste en derde zyn ACF AIF rechte hoeken: FG is in yder $\infty \frac{1}{2} c$: uyt G door F is gehaalt een boog, snydende in de eerste en tweede AG in H, en in de derde AH, evenwydig aan FG, in H H. voorts is AB ∞ AH. BE is dan zo lang als *c*.

182. *Het zelfde gegeven zynde:* ABE *zodanig te trekken waar door de Regthoek* ABE *zo groot komt te vallen als het Vierkant van* DE.



Stellende DE ∞ z, en de rest als voren, zo heeft men
$xy \infty zz$, en $ab \infty xy + yy$, als D in de verlengde van AC aan C is
$ab \infty yy - xy$, als D in AC is
en $ab \infty xy - yy$, als D in de verlengde van AC aan A is.
nog heeft men $xx \pm 2xy + yy \infty bb + zz$, of $\infty bb + xy$
$+$ in het eerste en $-$ in de twee andere gevallen.

Op 't 1 Geval, D in de verlengde van AC aan C zynde
nu heeft men $xx + 2xy + yy \infty bb + xy$
of $xx + xy + yy \infty bb$
of $xx + ab \infty bb$
of $x \infty \sqrt{.bb - ab}$, of $xy \infty y\sqrt{.bb - ab}$
en daarom $xy + yy$, of $ab \infty yy + y\sqrt{.bb - ab}$
of $yy \infty ab - y\sqrt{.bb - ab}$, vergeleken
met $yy \infty rr - qy$
zo is $q \infty \sqrt{.bb - ab}$ en $r \infty \sqrt{ab}$.
Dit geeft een Constructie even als in de eerste Figuur van hier boven, uytgenomen dat G nu in het midden van FD valt.

Op 't 2 Geval, D in AC zynde.
nu heeft men $xx - 2xy + yy \infty bb + xy$
of $xx - xy + yy \infty bb + 2xy$
of $xx + ab \infty bb + 2xy$
of $xx \infty 2xy + bb - ab$
of $x \infty y - \sqrt{.yy + bb - ab}$
of $\sqrt{.yy + bb - ab} \infty y - x$
——————————————— y
of $y\sqrt{.yy + bb - ab} \infty yy - xy \infty ab$
Van deze beyde de eerste en de laatste in 't Vierkant gemultipliceert,
komt

komt $y^4 + bbyy - abyy \infty aabb$

of $y^4 \infty abyy - bbyy + aabb$, vergeleken

met $y^4 \infty bqyy + bbrr$, $b \infty$ d'eenheit.

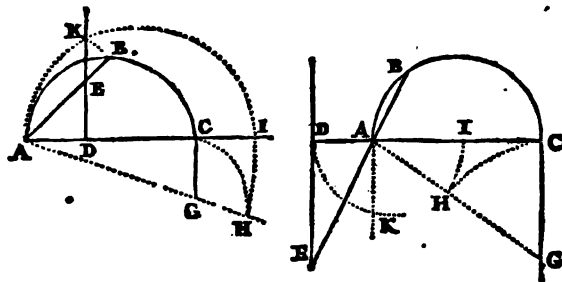
zo is $q \infty a - b$, en $r \infty a$.

Op 't 3 Geval, D in de verlengde van AC aan' A wezende. in dit geval vind men, op de wyze als op 't 2 geval,

$y^4 \infty - abyy - bbyy + aabb$, vergeleken

met $y^4 \infty - bqyy + bbrr$

zo is $q \infty a + b$, en $r \infty a$.



De Constructien op deze twee gevallen leveren uyt Figuren van de bovenstaande gedaante. CG, rechthoekig op AC, is $\infty \frac{1}{2}$CD: GH ∞ GC, en AI ∞ AH. in de eerste is op AI, en in de tweede is op DI gemaakt een halfrond; snydende in de 1e Figuur de verlengde DE in K, en in de 2e AK, rechthoekig op DI, mede in K: dan in beyde genomen AB ∞ AK, en getrokken BAE: zo is de ▭ ABE ∞ 't □ DE.

183. *Het zelfde gegeven zynde*: ABE *zodanig te trekken waar door de Rechthoek* BAE *zo groot is als het Vierkant van* DE.

Nu vind, men in yder geval, $zz \infty ab$; en daarom heeft men alleenlyk DE zo lang te nemen als de middenevenredige tusschen AC en AD.

184. *Zoekt een Geometrice Progressie van vier termen, zodanig dat de Vierkanten van de eerste en derde te zamen doen a, en de Vierkanten van de tweede en vierde te zamen b.*

Stelle het *eerste* $\infty\, x$

het *tweede* $\infty\, y$

het *derde* $\infty\, z$, derhalven is $xx + zz \infty a$

zo is het *vierde* $\infty \frac{yz}{x}$, en $\frac{xx + zz,\, yy}{xx} \infty b$

of $\frac{ayy}{xx} \infty b$

of $ayy \infty bxx$

of $axz \infty bxx$, om dat yy is $\infty\, xz$

x ———

$az \infty bx$

daarom a tot b, als x tot z

——— $\surd$

$aa \,/\, bb \,//\, xx \,/\, zz$

bb —— zz ——

vergaart ——— ———

$aa + bb \,/\, aa \,//\, xx + zz \,/\, xx$

a

ergo $xx \infty \frac{a^3}{aa + bb}$

Gegeven zynde $a \infty 388$ en $b \infty 873$, zo is de begeerde Progressie 8, 12, 18, 27.

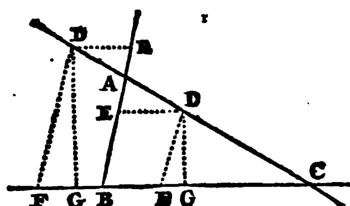
185. *A leent van B 300 gulden 5 Maanden, en noch 280 gulden 12 Maanden: hier en tegen heeft B van A geleent 90 gulden eenige tijt, en noch 120 gulden het Vierkant van die tijt: Vrage, zo de Vrundschap aan weêrzijden gelijk is, hoe lang de 90 gulden geleent is geweest? Antwoort 6 Maanden.* De 74. uyt S. J. Coburg. 2 Deel.

Weest gedagtig, dat de *gelyke Vrundschap* vereyst dat de Interest, van het geleende gelt, aan weerzyden even veel moet bedragen, en dat deze Interest gelyk zal wezen als de vermenigvuldigdens, van yders gelt met de tyd die het geleent is, gelyk zyn.

186. *Zoekt een getal welkers Vierkant even is aan zijn tweevoud vergaart by* $50 + \surd 392$.

Stelle $50 + \surd 392 \infty a$, en het begeerde Getal ∞x, men vind lichtelyk $x \infty 1 + \surd.\, 1 + a$, of $\infty 1 + \surd.\, 51 + \surd 392$: Dies trekt uyt $51 + \surd 392$ de Vierkante wortel na voorgaande leering, komt $7 + \surd 2$, hier by 1, komt $x \infty 8 + \surd 2$.

187. *Ge-*



187. *Gegeven zynde een hoek* ABC, *en een punt* D, *buyten of binnen deze hoek: de rechte* DAC *te trekken, ontmoetende de Beenen van de hoek in* A *en* C, *zodanig dat de Rechthoek* ADC *zo groot is als een gegeve vlak.*

Aanmerkt DF DE voor evenwydige aan AB BC, en DG voor een hangende uyt D.

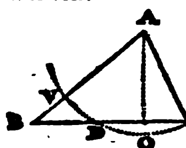
DE of FB ∞ a GC ∞ $x - c$
DF ∞ b ———————— √
   □ GC ∞ $xx - 2cx + cc$
FG ∞ c □ GD ∞ dd
DG ∞ d ———————— vergaart
FC ∞ x □ DC ∞ $xx - 2cx + bb$

FC x / DC $\sqrt{.\,xx - 2cx + bb}$ // ED a?

komt $\frac{a}{x}\sqrt{.\,xx - 2cx + bb}$ ∞ AD
$\sqrt{.\,xx - 2cx + bb}$ ∞ DC
———————— vermenigvuldigt

komt $\frac{a}{x}$, $xx - 2cx + bb$ ∞ ▭ ADC ∞ ap, het geg. Vlak.

Dies is $xx - 2cx + bb$ ∞ px, waar uyt de opmaking kan gedaan werden.



188. *Een Driehoek* ABCA *te maken, zodanig dat* BAC *recht is, en trekkende uyt* A *door* C *een boog, dat* BV *zo lang is als een gegeve lyn* a, *en* BD *als een andere gegeve lyn* b.

Aanmerkende AO voor een hangende op BC, en nemende van O tot het midden van BD ∞ x,

zo vind men $2x$, of BC ∞ $\frac{aa}{\sqrt{.\,2aa - bb}}$.

In getallen. Gegeven zynde a ∞ 4 en b ∞ 5: zo is BC ∞ 16 $\sqrt{\tfrac{1}{7}}$, AC ∞ $-$ 2 + 10 $\sqrt{\tfrac{1}{7}}$, en AB ∞ + 2 + 10 $\sqrt{\tfrac{1}{7}}$.

189. *Van dezelve. Het eene Been* AC *gegeven* ∞ a, *en* BD ∞ b: *de Driehoek te maken.*

190. *Van dezelve. Gegeven* BV ∞ a, BD ∞ b, *en de Inhoud van de Driehoek* ABCA ∞ ap: *de Driehoek te maken.*

Stelle

Stelle van O tot het midden van BD wederom ∞ x, en daar en boven van A tot het midden van BV ∞ z. AO ∞ y nemende, zo heeft men

$2zz + \frac{1}{2}aa \infty 2xx + \frac{1}{2}bb + 2yy$: $2az \infty 2b$: en $xy \infty ap$.

de z en de y weg reducerende, men vind

$x^4 \infty \frac{1}{4}aaxx + \frac{a^4pp}{bb - aa}$: dit vergeleken met $x^4 \infty aqxx + aarr$, $a \infty$ d'eenheit.

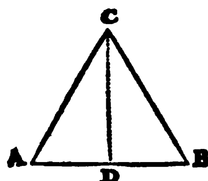
Zo is $q \infty \frac{1}{4}a$, en $r \infty \frac{ap}{\sqrt{.bb - aa}}$; waar door de vinding van x openbaar is, en by gevolg de punten O en C; B als gegeven aanmerkende: dan gezogt y uyt $xy \infty ap$, men heeft het punt A, en daarom ook de begeerde Driehoek.

In getallen. Gegeven $a \infty 2$, $b \infty 4$, en $p \infty 42$, zo vind men $x \infty 7$: dies is AO ∞ 12: AB ∞ 15, AC ∞ 13, en BC ∞ 14.

191. *Zoekt een getal dat even is aan de Rest trekkende* $3 + \sqrt{18}$ *van't vermenigvuldigde van zyn* $\frac{1}{2}$ *met zijn* $\frac{1}{3}$: *komt* $6 + \sqrt{18}$.

192. *Zoekt twee Getallen wiens verschil is* 5 *en vermenigvuldigde* $21 + \sqrt{567}$: *komt* $7 + \sqrt{7}$ *en* $2 + \sqrt{7}$.

193. *Vind twee Getallen in dubbelde reden, van welkers vermenigvuldigde afgetogen het kleenste, dat de rest is* $12 + \sqrt{147}$: *komt* $14 + 8\sqrt{3}$ *en* $2 + 2\sqrt{3}$.



194. *Een gelykzydigen Driehoek te maken welkers Inhoud even is aan de* ▭ *van twee gegeve Lynen p en q.*

Stelle AD, of DB ∞ x

Men vind $x \infty \sqrt{\sqrt{\frac{1}{3}ppqq}}$

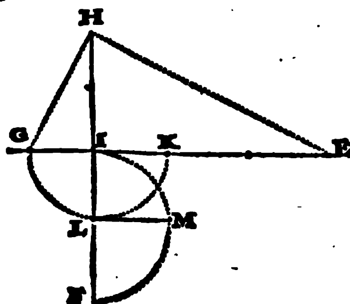
of $x \infty \sqrt{\sqrt{\frac{1}{3}qq}}$

nemende $p \infty$ de eenheit.

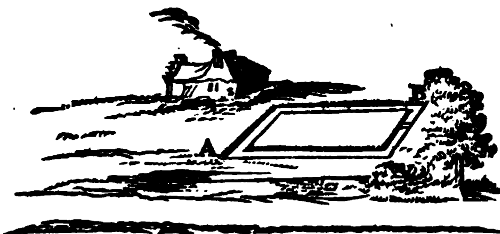
Om de Lijn x te vinden, zo doet als hierneven, zeggende:

IE IH IH

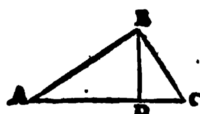
3 —— q —— q / komt $\frac{1}{3}qq$ ∞ IG, nemende EHG recht: dan vind IL, de middenevenredige tusschen IG en IK, nemende



mende IK ∞p, of de eenheit; zo is IL $\infty \surd \frac{1}{4}qq$: en dan zoekt LM, de middenevenredige tusschen IL en LF ∞ 1; zo is deze LM $\infty \surd\surd' qq$, of ∞x, dat is gelijk AD of DB: zo is de rest openbaar.



195. *Een Heer hebbende een Regthoekig Stuk Lands* AB, *lang* 80 *en breet* 50 *Roeden: begeert in het zelvige een Vyver te laten graven,* 7 *Voeten diep, zodanig dat de aarde, uyt de Vyver komende, het blyvende Land, of de Singel, die overal even breet moet wezen, twee Voeten verhoogt: Vrage na de breete van deze Singel? Antwoort* $32\frac{1}{2} - \surd\ 278\frac{17}{36}$ *Roeden, of na genoeg* $15\frac{1}{2}$ *Roe.* Uyt Stampioen.



196. *Een scheefhoekigen Driehoek te vinden van een gegeve hoogte, wiens zijden staan in een Geometrice Progressie.*

BD ∞a
BC ∞x
AC ∞y
AB ∞z
DC ∞v
zo is AD $\infty y - v$

Men vind $xx \infty aa + vv$,
$zz \infty aa + yy - 2vy + vv$,
en $zz \infty xy$.

Dewyl men ziet dat'er geen meer als drie Æquatien konnen gevonden werden, daar der nochtans vier van noden zijn om de Quæstie volkomelijk te bepalen, zo neme een van de onbekende voor bekent, te weten v; stellende $pp \infty aa + vv$, zo is $p \infty x$, en daarom $pp + yy - 2vy \infty py$, of $y \infty v + \frac{1}{2}p \pm \surd.vv + vp - \frac{3}{4}pp$.

Gegeven zijnde in Getallen $a \infty 8$, en nemende $v \infty 6$, zo is p of $x \infty 10$: $y \infty 11 \pm \surd 21$; en daarom zijn de zijden van de begeerde Driehoek BC 10: AB $\surd 105 \pm \surd 5$: en AC $11 \pm \surd 21$.

197. *Drie Kooplieden maken een gezelschap: A leyt in zekere Somme, B de Vierkante Wortel uyt deze Somme,*

me, en C haar middelproportionaal getal gedubbelt, en winnen daar mede de Radix Quadraat van alle hare inleg gemultipliceert met 3: *dan werd bevonden dat haar aller Kapitaal en Winst te zamen is* 1890 *gulden: Vrage naar yders Inleg, en de geheele Winst? Antwoort A Inleg is* 1296 *gulden, B* 36, *en C Inleg is* 432 *gulden, en de geheele Winst is* 126 *gulden.* De laatste uyt H. C. Mots Cyfferboek.

Stelle het geheele Kapitaal $\infty\ x$

zo is de winst $\infty\ 3\sqrt{x}$

———— vergaart

zo is $x + 3\sqrt{x} \infty 1890$

of $x \infty - 3\sqrt{x} + 1890$, zijnde een Vierkante Æquatie, om dat de eene term is x, en de ander, als $\sqrt{x}$, zijn Wortel. hier uyt de Wortel getogen na voorgaande leering, men vind

$\sqrt{x} \infty 42$

———— $\sqrt{}$

zo is $x \infty 1764$, het geheele Kapitaal

$3\sqrt{x} + x \infty 1890$

———— afg.

$3\sqrt{x} \infty 126$, de geheele winst.

Vorders. stelt de Inleg van B $\infty\ y$

zo is de Inleg van A $\infty\ yy$

en de Inleg van C $\infty\ 2\sqrt{y^3}$

———— vergaart

komt $yy + 2\sqrt{y^3} + y \infty 1764$

$\sqrt{}$ ————

$y + \sqrt{y} \infty 42$

of $y \infty - \sqrt{y} + 42$

$\sqrt{}$ ———— na de Regel.

$\sqrt{y} \infty 6$

———— $\sqrt{}$

$y \infty 36$, de Inleg van B

zo is de Inleg van A 1296, en de Inleg van C 432.

198. *Eender koopt twee Vaatjens Brandewijn, houdende te zamen* 15 *Stoopen, en kosten te zamen* 30 *gulden* $1\frac{1}{4}$ *stuyver: het grootste is vol Rinze, en kost* $9\frac{1}{4}$ *gulden meerder*

meerder als het kleenste dat vol Franze is: maar 't grootste vullende met Franze, en 't kleenste met Rinze wyn, zo zoudenze beyde even veel kosten: Vrage hoe veel de Stoop van yder gekost heeft; en hoe veel Stoopen yder Vat gehouden heeft? Antwoort de Stoop Franze Wyn heeft gekost 32½, *en de Stoop Rinze Wyn* 45½ *stuyver: het grootste Vaatje heeft gehouden* 8¾, *en het kleenste* 6¼ *Stoop.* Uyt D. Rembrantze.

Stellende de Stoopen van het grootste Vaatje ∞x
de Stoopen van het kleenste Vaatje ∞y
de stuyv. die de Stoop Rinse Wyn kost ∞z
en de stuyv. die de Stoop France Wyn kost ∞v

Zo heeft men $x + y \infty 15$: $xz + yv \infty 601\frac{1}{4}$: $xz - yv \infty 195$: en $yz \infty xv$. De tweede en derde Æquatie adderende en substraherende, en de uytkomst halverende, men heeft $xz \infty 398\frac{1}{8}$ en $yv \infty 203\frac{1}{8}$: zulx dat men heeft $x + y \infty 15$: $xz \infty 398\frac{1}{8}$; $yv \infty 203\frac{1}{8}$: en $yz \infty xv$. Van deze de v, z, y weg reducerende, men behoud

$104xx \infty 6370x - 47775$

2 ———
3185 *
——— √
10144225
4968600. 104 maal 47775.
———
5175625
√ ———
2275
3185 *
———
910
104 ———
$8\frac{3}{4} \infty x$, de Stoopen van 't grootste Vaatje, waar door de rest openbaar is.

Anders. Vermenigvuldigt $xz \infty 398\frac{1}{8}$
met $yv \infty 203\frac{1}{8}$
komt $xzyv$, of $yyzz \infty \frac{5175625}{64}$, dewyl $xv \infty yz$ is.
√ ———
$yz \infty 284\frac{3}{8}$
hier by $xz \infty 398\frac{1}{8}$
komt $yz + xz \infty 682\frac{1}{2}$
gedeelt door $y + x \infty 15$
komt $z \infty 45\frac{1}{2}$ stuyvers, die de stoop Rinse Wyn heeft gekost.

 By

By yz, of $xv \infty 284\frac{3}{8}$ vergaart $yv \infty 203\frac{1}{8}$, en de som gedeelt door $x+y \infty 15$, men vind $v \infty 32\frac{1}{2}$, de stuyvers die de Stoop Franse Wyn gekost heeft. De rest is dan openbaar.

199. *Zoekt twee getallen, zodanig dat het Vierkant van 't grootste* min *het kleenste, en het Vierkant van 't kleenste* en *het grootste yder doet* 73.

't grootste $\infty x+y$, zijn $\square$ is $xx+2xy+yy$, afgetrokken $x-y$
't kleenste $\infty x-y$, zijn $\square$ is $xx-2xy+yy$, en vergaart $x+y$

komt $xx+2xy+yy-x+y \infty 73$
en $xx-2xy+yy+x+y \infty 73$ afget.

Rest $4xy \quad -2x \quad \infty 0$

dies is $4xy \infty 2x$

$4x$ ———

$y \infty \frac{1}{2}$

zo is dan 't grootste $\infty x+\frac{1}{2}$
en 't kleenste $\infty x-\frac{1}{2}$, hier door vindmen $x \infty 8\frac{1}{2}$. Dies is het *grootste* 9, en 't *kleenste* 8.

200. *Vier gedurige evenredige te vinden, van de welke de som van de eerste en tweede is* ∞a, *en de som van de derde en vierde* ∞b.

Stellende voor de gedurige evenredige $x^3 : xxy : xyy : y^3$.

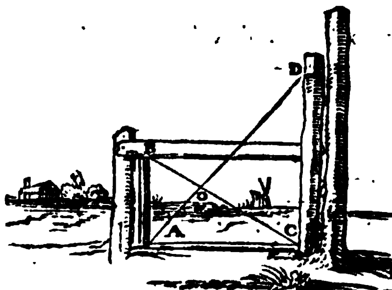
zo is $x^3+xxy \infty a$, en $xyy+y^3 \infty b$,

of $xx, x+y \infty a$, en $yy, x+y \infty b$: deze gedeelt door $xx, x+y \infty a$, men heeft $\frac{yy}{xx} \infty \frac{b}{a} \infty q$, of $y \infty x\sqrt{q}$.

of $xxy \infty x^3\sqrt{q}$, het *tweede*.

dies is $x^3+x^3\sqrt{q} \infty a$, of $x^3 \infty \frac{a}{1+\sqrt{q}}$, het *eerste*.

Gegeven zynde $a \infty 20$, en $b \infty 45$; zo is $\sqrt{q} \infty 1\frac{1}{2}$: en de getallen zyn 8 : 12 : 18 : 27.



201. *Een Boer wil een Hek laten maken, waar van de Kruyslatten* BC AD *elkander rechthoekig snyden, en zodanig dat* AB *is* 5 *en* CD 10 *Voeten: Vrage hoe lang men deze latten moet nemen;*

men? Antwoord BC $\sqrt{\frac{25}{3}}+\sqrt{\frac{100}{3}}$, *en* AD $\sqrt{\frac{50}{3}}+\sqrt{\frac{200}{3}}$ *voeten; dat is* BC *nagenoeg* $8\frac{2}{3}$ *en* AD $12\frac{1}{4}$ *voeten.*

202. *Van vier gedurige evenredige is de Som van de twee middelste* $\infty\, a$, *en de Som van de twee uytterste* $\infty\, b$: *Vrage &c.* Uyt Vieta.

Nemende het *eerste* $\infty\, \frac{1}{2}b-y$
en het *tweede* $\infty\, \frac{1}{2}a-x$
zo is het *derde* $\infty\, \frac{1}{2}a+x$
en het *vierde* $\infty\, \frac{1}{2}b+y$

't verm. van de uytterste $\frac{1}{4}bb-yy$ is $\infty\, \frac{1}{4}aa-xx$, 't verm. van de midd.
Dies is $yy \infty xx+\frac{1}{4}bb-\frac{1}{4}aa$

Vorder. om dat de ▭ van 't eerste en derde even is aan 't □ van het twede, en de ▭ van het tweede en vierde even is aan 't □ van het derde.

Daarom is $\frac{1}{4}ab+\frac{1}{2}bx-\frac{1}{2}ay-xy \infty \frac{1}{4}aa-ax+xx$
en $\frac{1}{4}ab-\frac{1}{2}bx+\frac{1}{2}ay-xy \infty \frac{1}{4}aa+ax+xx$

afg.

Rest $-bx+ay \quad \infty \quad 2ax$
of $y \infty 2+\frac{b}{a},x$
of $y \infty px$, nemende $p \infty 2+\frac{b}{a}$
$\sqrt{}$
of $yy \infty ppxx$
of $xx+\frac{1}{4}bb-\frac{1}{4}aa \infty ppxx$
of $xx+q \infty ppxx$, nemende $q \infty \frac{1}{4}bb-\frac{1}{4}aa$
of $x \infty \sqrt{\frac{q}{pp-1}}$

Gegeven zynde $a \infty 30$, en $b \infty 35$, zo vind men $p \infty 3\frac{1}{6}$, en $q \infty 81\frac{1}{4}$; en daar door $x \infty 3$: en overzulx zyn de begeerde Getallen 8, 12, 18, 27.

Anders. Stelle de gedurige evenredige te wezen $x^3 : xxy : xyy : y^3$.
zo is $xxy+xyy \infty a$
3
of $3xxy+3xyy \infty 3a$
en $x^3+y^3 \infty b$

vergaart

komt $x^3+3xxy+3xyy+y^3 \infty 3a+b$
$\sqrt{C}$
of $x+y \infty \sqrt{C.}3a+b \infty p$
of $y \infty p-x$, dit gestelt in plaats van y in de Æquatie $xxy+xyy \infty a$, komt $-xxp+ppx \infty a$.
of $x \infty \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\cdot \frac{1}{4}pp-\frac{a}{p}}$.

a en b gegeven zynde als boven, men vind $p \infty 5$, en daarom $x \infty 3$ of $\infty 2$. Dies zyn de getallen als voren.

203. *Vier gedurige evenredige te vinden welkers verschil der uytterste is* ∞a, *en der middelste* ∞b. Uyt Vieta.

204. *Gegeven zynde een Vierkant* EFGH, *en een punt* A *in zyn verlengde zyde* EF: *de rechte* ABCD *te trekken, ontmoetende* EH *in* B, HG *in* C, *en de verlengde* FG *in* D, *zodanig dat* AB: BC: CD *gedurig evenredig zyn.*

Stellende de zyde van het Vierkant ∞a, AE ∞b, en EB ∞x.

Aanmerkende dat AE, HC, CG dan mede moeten gedurig evenredig zyn, zo vind men

$$x \infty -\tfrac{1}{2}b + \sqrt{\tfrac{1}{4}bb + ab}$$

daarom, gemaakt op AF een halfrond, snydende de verlengde HE in K, en getogen KI tot het midden van AE, en daar in genomen IL gelyk IE, en gemaakt EB gelyk KL, en gehaalt ABCD; zo zyn AB: BC: CD gedurig evenredig.

In getallen. Is $a \infty 3$, en $b \infty 4$, zo is $x \infty 2$; en men vind AB $\infty 4\sqrt{1\tfrac{1}{4}}$, BC $\infty 2\sqrt{1\tfrac{1}{4}}$, en CD $\infty 1\sqrt{1\tfrac{1}{4}}$, welke gedurig evenredig zyn.

205. *Twee halve Ronden* ADB CEB *zodanig te trekken, halende* AED, *rakende het kleenste rond in* E, *dat* AE *en* ED *zo lang zyn als twee gegeve lynen* a *en* b.

Laat F het middelpunt wezen van het kleenste halfrond, en getrokken wezen EF DB.

Stelle CF ∞x en AC ∞y.

Om

Om dat de hoeken AEF ADB beyde recht zyn, en by gevolg DB evenwydig aan EF, daarom zyn evenredig.

AE a / AF $x+y$ // ED b / FB x, overzulx $bx+by \propto ax$

ook is $xx+2xy+yy \propto aa+xx$, of $2xy+yy \propto aa$.

De x weg reducerende, men vind $yy \propto \frac{aa, a-b}{a+b}$

ende y weg nemende men vind $x \propto \frac{ab}{\sqrt{.aa-bb}}$

Beyde aanwyzende dat a groter moet gegeven zyn als b.

Constructie op $x \propto \frac{ab}{\sqrt{.aa-bb}}$.

Maakt op GC $\propto a$ een halfrond GHC; daar in neemt CH $\propto b$, zo is GH $\propto \sqrt{.aa-bb}$: hierom, HI $\propto b$ in de verlengde GH afmetende, en getogen IF evenwydig aan HC, zo is CF $\propto x$: zyn twevoud CB is de Middellyn van 't kleenste halfrond. *Voorts*. trekt GK rechthoekig op GC, zo lang als CF, haalt KC; en daar in KL $\propto$ KG afgemeten hebbende, zo is CL $\propto y$: CA hier aan gelyk makende, zo is AB de Middellyn van het grootste halfrond.

In getallen. Gegeven AE of $a \propto \sqrt{5}$, en ED of $b \propto \frac{2}{5}\sqrt{5}$, zo vind men AB $\propto 5$, en CB $\propto 4$.

206. *Een Rechthoekigen Driehoek te maken van een gegeve Inhoud, hebbende continue proportionele zijden, of wiens zijden zijn in een Geometrice Progressie.* Uyt Herigonius.

Stelle de Inhoud $\propto aa$

het eene Been $\propto x$

het ander Been $\propto y$

zo is de Schuynze $\propto \sqrt{.xx+yy}$, en $\frac{1}{2}xy \propto aa$, en $xy \propto 2aa$.

nemende dat $x : y : \sqrt{.xx+yy}$ gedurig evenredig zyn

zo is $x\sqrt{.xx+yy} \propto yy$

$\sqrt{}$

of $x^4 + xxyy \propto y^4$

of $x^4 + 4a^4 \propto y^4 \propto \frac{16a^8}{x^4}$

of $x^8 \propto -4a^4x^4 + 16a^8$

of $x^8 \propto -4x^4 + 16$. $a \propto$ d'eenheit

of $x \propto \sqrt{}\sqrt{.-2+\sqrt{20}}$. voor het *kleenste Been*.

Tot de helft van dit Been en a zoekende een derde evenredige, men heeft het *ander Been*.

Hierom

Hieróm, hebbende op $DE \propto 5a$ gemaakt een halfrond, daar in genomen $DF \propto 4a$; getrokken FG rechthoekig op DE; gehaalt DG, en genomen $DB \propto 2a$: zo is $BG \propto -2 + \sqrt{20}$. Door B getrokken CM rechthoekig door DG; genomen BH BK yder $\propto a$, en gemaakt op HG een halfrond, snydende CM in M, zo is $BM \propto \sqrt{.-2+\sqrt{20}}$; dan op KM een halfrond, zo is $BA \propto \sqrt{\sqrt{.-2+\sqrt{20}}} \propto x$ het eene Been: daarom, gezogt L, het midden van BA, getrokken LK, en daar op rechthoekig KI, zo is BI het ander Been: overzulx, genomen $BC \propto BI$, en gehaalt CA; zo is ABCA de begeerde Driehoek.

207. *Van een gegeve Lijn a een Rechthoekigen Driehoek te maken wiens zijden continue proportioneel zijn.*

Stelle de *beenen* $\propto xx$, en $\propto xy$

zo is de *schuynze* $\propto yy$, om de zyden continue proport. te hebben.

Voorts. $y^4 \propto xxyy + x^4$

$\sqrt{}$ ——————— na de Regel op de Vierk. Æquatie.

$yy \propto \frac{1}{2}xx + \sqrt{1\frac{1}{4}x^4}$

of $yy \propto pxx$, stellende $p \propto \frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

Hier door vind men dat $pxx + xx\sqrt{p} + xx$ is $\propto a$

of $xx \propto \frac{a}{p+\sqrt{p}+1}$ het *eene been*

en daarom $yy \propto \frac{ap}{p+\sqrt{p}+1}$ de *schuynze*.

Om dit op te lossen, zo neemt een Lyn voor de eenheit na believen, als hier nevens de Lyn DE, en stelt daar op rechthoekig $DF \propto \frac{1}{2}$ DE, zo is $EF \propto \sqrt{1\frac{1}{4}}$, hier by $FG \propto FD$, komt $GE \propto \frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$,

$\sqrt{1\frac{1}{4}}$, of $\infty\, p$. Dan op GE een halfrond, en nemende EH ∞ ED, en trekkende uyt H de perpendiculaar HI, zo is EI $\infty \sqrt{p}$. Nemende dan EL ∞ EI, en GK ∞ DE, zo is KL $\infty\, p + \sqrt{p} + 1$: dan getogen hebbende KM $\infty\, a$, en voorts LM, en daar aan evenwydig GA EC, zo is KA $\infty\, xx$, en AC $\infty\, yy$, en by gevolg CM $\infty\, xy$. Daarom, op AC een halfrond beschryvende, en daar in AB trekkende ∞ KA, zo is ABC de begeerde Driehoek.

Dewyl wy in deze een lyn, buyten een van de gegevene, voor de eenheit genomen hebben, zo zullen wy eens aanwyzen, dat de gevondene ABCA echter is de begeerde Driehoek.

Stelle tot dien eynde DE $\infty\, z$, zo is FE $\infty \sqrt{1\frac{1}{4}zz}$, of $z\sqrt{1\frac{1}{4}}$; daarom GE $\infty\, \frac{1}{2}z + z\sqrt{1\frac{1}{4}}$, of $\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}, z$, of GE $\infty\, pz$; dit vermenigvuldigt met HE $\infty\, z$, komt voor het □ EI pzz, en daarom EI of EL $\infty\, z\sqrt{p}$, hier by GE $\infty\, pz$, en KG $\infty\, z$, komt KL $\infty\, pz + z\sqrt{p} + z$.

of $\infty\, p + \sqrt{p} + 1, z$. Dan

KL tot KM, als KG tot KA of AB

$p + \sqrt{p} + 1, z$ —— a —— z / $\frac{a}{p+\sqrt{p}+1}$

en ook, KL tot KM, als GE tot AC

$p + \sqrt{p} + 1, z$ —— a —— pz / $\frac{ap}{p+\sqrt{p}+1}$

Waar uyt blykt dat ABCA de begeerde Driehoek is: ook ziet men, dewyl z verdweenen is, dat het even veel is wat voor een lyn men ook voor de eenheit neemt, lang of kort. Men kan ook lichtelyk bespeuren dat de zyden van deze Driehoek gedurig evenredig zyn, om dat GE, EL, GK, dat is, $p, \sqrt{p}, 1$ zodanigen proportie hebben, dewyl men ziet dat het middelste, als $\sqrt{p}$, even is aan de $\sqrt{q}$ uyt de ▭ van de uytterste, als uyt 1 maal p.

208. *Een Veltoverste heeft* 100 *Musquettiers meerder als Piekeniers: begeert de Pieken in een Vierkante Slagorder te stellen, driemaal langer als breet, zodanig dat de Pieken met de Musquettiers* 10 *dik bekleet staan: Vrage hoe veel Pieken op een Ry moeten gestelt werden? Antwoort de breete van de Pieken moet zijn* 30, *en daarom de lengte* 90 *Man.* Uyt Stampioen.

209. *Een gegeve getal in tweeën te deelen, zodanig dat het vermenigvuldigde van de Som der Teerlingen met de Som der Quadraten gelijk is een ander gegeve getal.* Uyt Herigonius.

Zo men het *eerste* gegeve Getal stelt $\infty 2a$, en het *tweede* $\infty 4b$, zo zal men veel breuken myden: en zo men het *eene deel* neemt $\infty a + x$, zo zal de Æquatie alleenlyk tot het Vierkant komen, anderzints zalze hoger loopen.

210. *In getallen gegeven zijnde* $x \infty \sqrt{.yy + a}$: *de Vrage is hoe men y zal stellen, op dat x altijt Rationaal kome, dat is een gemeen getal, en niet* $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, *en zoo voort, daar geen* $\sqrt{}$ *uyt kan getrokken werden; a Rationaal gegeven zijnde.*

$$x \infty \sqrt{.yy + a}$$

$xx \infty yy + a$: deze $yy + a$ moet dan afbeelden een Rationaal Quadraat, dat is een getal wiens wortel Rationaal en niet Surdisch is: Stellende zyn wortel $\infty y + b$, zo is zyn Vierkant $yy + 2yb + bb$, een Rationaal Quadraat: Want y en b, na believen, Rationaal nemende, zo kan het Vierkant van haar Som ook niet anders als Rationaal wezen.

Stellende dan $yy + a \infty yy + 2by + bb$

zo is $y \infty \frac{a - bb}{2b}$, of $y \infty \frac{a}{2b} - \frac{1}{2}b$.

Noteert, *dat deze bewerking zodanig moet gedirigeert werden, dat y altijt kome gelijk aan een Rationale Quantiteyt, gelijkze hier boven gevonden is. en niet gelijk aan eenige Quantiteyt uyt dewelke eenige Wortel moet getrokken werden, om dat men anderſints wederom in de zelve zwarigheit zoude vervallen daar men te voren in geweest is. Overzulx moet men maken dat* y, *na de Reductie, in de Æquatie ſimpelijk, of enkelt overig blijft, en niet zijn Vierkant, of hooger; ook niet dat hy geheellijk verdwijnt: en daarom hebben wy niet* 2y + b *voor de Wortel genomen; ook niet* by.

b dan nemende na believen, alleenlyk met deze conditie dat hy Rationaal is, en zodanig dat zyn helft minder is als a door zyn tweevoud gedeelt, zo zal y altyt Rationaal komen, om dat a Rationaal is. y dan Rationaal vindende, en b zodanig genomen zynde, zo moet $y + b$, dat is haar Som, dan mede Rationaal wezen, dat is de Wortel uyt $yy + 2by + bb$, of die uyt $yy + a$, om dat deze aan elkander gelyk zyn, wanneer $y \infty \frac{a - bb}{2b}$ is, of ∞x, om dat die gelyk aan de Wortel uyt $yy + a$ is, en daarom gelyk aan $y + b$ is, 't welk gezocht en begeert wiert.

Gegeven zynde $a \infty 5$, en nemende $b \infty 1$; zo vind men $y \infty 2$, en daar door $x \infty 3$: maar nemende $b \infty 2$, zo vind men $y \infty \frac{1}{4}$, en daar door $x \infty 2\frac{1}{4}$, en zo in 't oneyndig. Had

Had men $y - b$ genomen in plaats van $y + b$, men had $y \infty \frac{bb - a}{2b}$ gevonden: en zo $yy - a$ gegeven was, men zoude dan $y \infty \frac{bb + a}{2b}$ gekregen hebben.

Dat hier van y gezegt is, moet op dezelve manier van alle andere verstaan werden, dewelke men zodanig moet nemen, op dat daar door een ander, als hier x, Rationaal kome.

211. *Gegeven zijnde $x \infty \sqrt{.}\, y + a$: de Vrage is hoemen y zal nemen op dat x altijt Rationaal kome?*

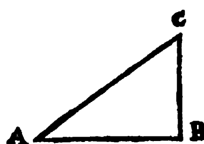
$y + a$ moet dan zyn een Rationale Quadraat. Om dat y hier enkel gevonden werd, zo neme ik in zyn Wortel geen y, om dat als dan, na de Reductie, yy zoude overblyven. Ik behoeve voor de Wortel ook geen tweenamige te nemen. Stelle hen ∞b, zo is $y + a \infty bb$, of $y \infty bb - a$.

Gegeve zynde $a \infty 3$, en nemende $b \infty 4$, zo is $y \infty 13$, en $x \infty 4$, dat is ∞b.

Had men $x \infty \sqrt{.}\, y - aa$ gehad, men zou $y \infty bb + aa$ gevonden hebben.

212. *Getallen te vinden wiens Quadraat en Cubicq Wortel beyde Rationaal zijn. Of $\sqrt{} x^3$ gegeven zijnde, x Rationaal te vinden.*

De Wortel ∞bx stellende, men vind $x \infty bb$.



213. *Rechthoekige Driehoeken te vinden hebbende Rationale zijden.*

Stelle $AB \infty x$
$BC \infty y$
zo is $AC \infty \sqrt{.}\, xx + yy$

Resteert dan alleenlyk dat $\sqrt{.}\, xx + yy$ Rationaal is, dewyl de de andere x en y zodanig konnen genomen werden.

$xx + yy$ moet dan zyn een Rationaal Quadraat. Indien men voor zyn Wortel neemt $x + b$

zo hebben wy $\overline{xx + 2bx + bb} \infty xx + yy$

of $x \infty \frac{yy - bb}{2b}$, of $\infty \frac{yy}{2b} - \frac{1}{2}b$

de zyden zyn dan AB / BC / AC

$\frac{yy - bb}{2b} : y : x + b$

of $yy - bb : 2by : yy + bb$: stellende $\frac{yy - bb}{2b}$ in plaats van x, en vermenigvuldigende alles met $2b$.

 Om

Om dat men heeft $yy - bb$, zo blykt dat b kleender moet genomen werden als y.

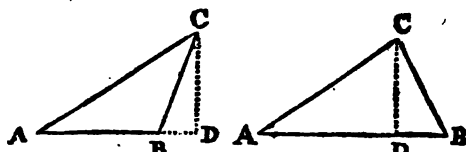
Nemende $y \propto 12$, en $b \propto 8$; zo vind men $x \propto 5$; en overzulx zyn de zyden van de Driehoek AB 5: BC 12: en AC 13. Maar $y \propto 10$, en $b \propto 5$ nemende, zo is de Driehoek $7\frac{1}{2}$: 10: $12\frac{1}{2}$; of haare tweevouden 15: 20: 25. en zo in 't oneyndig.

Dewyl bb, by, yy continue proportionaal zyn, zo blykt, door vergelyking van dit en de bovenstaande zyden des Triangels $yy - bb$: $2by$: $yy + bb$, dat men door middel van *drie gedurige evenredige* een Rationale Rechthoekige Driehoek kan vinden: de *schuynze* zal wezen de Som van de twee uytterste, als $bb + yy$, het *eene been* zal wezen het verschil van de twee uytterste, als $yy - bb$, en het *overige been* zal zyn het tweevoud van de middelste term, als $2by$. Gegeven zynde drie gedurige evenredige 4. 6. 9. zo zyn de zyden des Driehoeks 13. 5. 12: Gegeven zynde 1. 2. 4. zo is de △ 5, 3. 4. En hebbende gestelt een *Geometrice Progressie* na believen van meer als drie termen, als 1. 3. 9. 27. 81. 243. zo vind men daar door meer als een zodanige △, maar de zelve zyn altemaal aan elkander gelykformig. Als uyt deze 10, 8, 6: 30, 24, 18, &c. en om dat de continue proportionalen bb, by, yy, gemaakt zyn van de Quantiteyten b en y, zo ziet men door dit, en 't gene hier even gezegt is, dat, *gestelt hebbende* twee getallen *na believen*, *de Som der Vierkanten is de schuynze: 't verschil der Vierkanten is het* eene been, *en het dubbelde vermenigvuldigde het* ander been.

Gegeven zynde 2 en 3; zo is de Som der Vierkanten 13 voor de schuynze, en 't verschil der Vierkanten 5 voor het eene been, en het dubbelde vermenigvuldigde 12 voor het overige been.

Wil men Rechthoekigen Driehoeken vinden wiens zyden Rationaal, en in een Arithmetische Progressie zyn, men zal bevinden, voor de zyden stellende $x: x + y: x + 2y$, of $x: x - y: x - 2y$, of $x: x + y: x - y$: dat x van zelfs Rationaal valt, en datter geen andere Getallen als 3. 4. 5. tot deze gevonden werden, of die voortkomen door de vermenigvulding of Deeling van deze en een getal na believen nemende. Als 6, 8, 10, of $1\frac{1}{2}$. 2. $2\frac{1}{2}$, en zo voort.

Maar begeerende Rechthoekige Driehoeken te vinden wiens zyden Rationaal zyn en in een Geometrice Progressie staan, men zal bevinden dat zulx onmogelyk is, om dat $\sqrt{1\frac{1}{4}x^4}$, of $\sqrt{1\frac{1}{4}y^4}$ noyt zal konnen Rationaal gevonden werden, ter oorzake van het irrationale getal $\sqrt{1\frac{1}{4}}$.



214. *Scheefhoekige Driehoeken te vinden met Rationale zyden.*

Dit volgt uyt het laast voorgaande. Nemende in deze $CD \infty y$; AD en DB yder ∞x, dat is yder $\infty \frac{yy - bb}{2b}$; en AC en BC yder $\infty b + x$, zulx dat AB is $x \pm x$, $+$ in de eerste Figuur en $-$ in de tweede.

b moet men nemen kleender als y, en tweemaal, dog ongelyk, om dat men anders, na de tweede Figuur altyt gelykbenige Driehoeken zoude bekomen, en na de eerste Figuur zou $AB \infty$ niets zyn, en over zulx geen Driehoek wezen.

Nemende $y \infty 8$, en $b \infty 2$, ook $\infty 4$: zo vind men op $b \infty 2$, $x \infty 15$ voor AD, hier by $b \infty 2$, komt $x + b$, of $AC \infty 17$: en op $b \infty 4$ vind men $x \infty 6$ voor DB, hier by $b \infty 4$, komt $x + b$, of $BC \infty 10$. AB is dan in de tweede Figuur 21, en in de eerste 9. Zulx dat de Driehoeken zyn 17: 10: 21, of 17: 10: 9.

Merkt, dat hier niet alleenlyk gevonden werd een Rationale Scheefhoekige Driehoek, maar ook een zodanigen wiens perpendiculaar CD, en de deelen van de grond, als AD en DB, mede Rationaal zyn.

215. *Een gegeve Rationaal Quadraat te deelen in twee Rationale Quadraten.* De 8 des 2 Boeks Diophanti Alexandrini.

Stelle het gegeve Rationaal Quadraat ∞aa
en het *eene deel* ∞xx, een Rat. Quad.
afgetogen, rest dat het *ander deel* $aa - xx$ mede is een R. Q.

Stelle zyn Wortel $\infty bx - a$

$$\text{zo is } aa - xx \infty bbxx - 2bax + aa$$
$$\text{of } -xx \infty bbxx - 2bax$$
$$\text{of } -x \infty bbx - 2ba$$
$$\text{of } x \infty \frac{2ba}{bb+1}$$

Ik neme a, om de Quantiteyt a a *weg te hebben, door dien men dan alles door* x *zal konnen deelen, en alzo tot het begeerde komen. Ik hebbe — genomen, en en geen +, om dat als dan — ∞ aan + zoude overblyven, dat absurd is. Ik heb geen enkele* x *genomen, om dat* — x x *niet weg genomen kan worden, om dat hy — is, en in het Quadraat altijt + werd;*

en

en ook, om dat men, nemende $x - a$, *of* $a - x$, $x \infty a$ *zoude vinden, het deel even aan 't geheel; dat onmogelijk is.*

Anders.

Stelle van het *eene deel* de $\sqrt{q} \infty bx - c$
en van het *ander deel* de $\sqrt{q} \infty x$
zo zyn hare □en $bbxx - 2bcx + cc$ } ∞aa
en xx ——————— }
Nemende $cc \infty aa$
$\sqrt{}$ ——
zo is $c \infty a$
en over zulx is $bbxx - 2bcx + xx \infty 0$
of $bbxx - 2bax + xx \infty 0$, stellende a in plaats van c.
of $x \infty \frac{2ba}{bb+1}$, als voren.

Gegeven zynde $aa \infty 16$, en nemende $b \infty 2$; zo vind men $x \infty \frac{16}{5}$: dies zyn de deelen $\frac{256}{25}$, en $\frac{144}{25}$. De zelfde Getallen vind men mede nemende $b \infty 3$: maar $b \infty 7$ nemende, zo zyn de deelen $\frac{784}{625}$ en $\frac{9216}{625}$.

Hier uyt volgt. een gegeve Rationale Quadraat te deelen in een gegeve menigte van Rationale Quadraten: want deelende het gegevene in twee zodanige deelen door dit Voorstel, men heeft 'er twee; en dan het eene deel weer zodanig, men heeft 'er drie; dan het ander deel, of een van deze drie op de zelfde manier, men heeft 'er vier, en zo voort in 't oneyndig: door elke deeling bekomtmen een deel meer.

216. *Twee Rationale Quadraten te vinden hebbende een gegeve verschil* ∞a. De 11 des 2 Diophanti.

Stellende het eene Rationaal Quadraat ∞xx, zo is het ander $\infty xx +$ of $- a \infty$ een Rationaal Quadraat. Of stellende de $\sqrt{q}$ uyt het eene ∞x, en uyt het ander $\infty x + b$, zo vind men $x \infty \frac{a - bb}{2b}$.

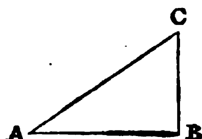
217. *Drie Rationale gedurige evenredige te vinden wiens Somme is een Rationaal Quadraat.*

218. *Drie Rationale gedurige evenredige te vinden, welkers middelste vergaart by een van de uytterste die men wil voortbrengen Rationale Quadraten.* Uyt Herigonius. Ook uyt Vieta.

Stel-

Stellende voor de begeerde evenredige x, y, z, zo moet $x+y$, en $z+y$ yder zyn gelyk een Rationaal Quadraat. Stellende dan $x+y \infty aa$, en $z+y \infty bb$, zo is $x \infty aa-y$, en $z \infty bb-y$; en om dat x, y, z moeten continue proportionalen zyn, daarom vermenigvuldigt $aa-y$ met $bb-y$, en dewyl het product even moet wezen aan yy, zo komt door Reductie $y \infty \frac{aabb}{aa+bb}$.

Nemende $a \infty 2$ en $b \infty 3$, zo zyn de getallen $\frac{16}{13}$, $\frac{36}{13}$, en $\frac{81}{13}$. $a \infty 1$ en $b \infty 2$ nemende, zo zyn de Getallen $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{16}{5}$. En tot wegneming van de Breuken, yder met het Vierkant van de Noemers 13 en 5, als met 169, en 25, vermenigvuldigende, men vind voor de begeerde, in heele Getallen, 208, 468, 1053; en ook 5, 20, 80.



219. *Een Rationalen Rechthoekigen Driehoek te vinden van een gegeve omtrek.*

Stellende BC $\infty 2xy$

AB $\infty xx-yy$

AC $\infty xx+yy$, zo is alles Rationaal, rest dat haar

———— *vergaart*,

omtrek $2xx+2xy$ is ∞a. *een gegeve getal.*

$$2 \overline{\qquad\qquad}$$

$$xx+xy \infty \tfrac{1}{2}a$$

$$xx \infty -xy+\tfrac{1}{2}a$$

$\sqrt{}$ ———— na de Regel op de V. Æq.

$$x \infty -\tfrac{1}{2}y+\sqrt{.\tfrac{1}{4}yy+\tfrac{1}{2}a}$$

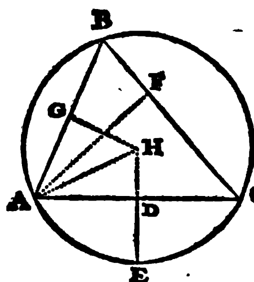
Indien het Surdische, $\sqrt{.\tfrac{1}{4}yy+\tfrac{1}{2}a}$, Rationaal was, zo zoude x mede Rationaal zyn; resteert dan y zodanig te bepalen zulx dat deze Surdische Quantiteyt Rationaal word: stellende zyn Wortel $\infty \tfrac{1}{2}y+b$,

$$\text{zo is } \tfrac{1}{4}yy+\tfrac{1}{2}a \infty \tfrac{1}{4}yy+by+bb$$

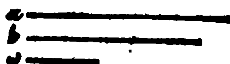
$$\text{of } y \infty \frac{\tfrac{1}{2}a-bb}{b}.$$

Gegeven zynde $a \infty 12$, en nemende $b \infty 2$, zo vind men $y \infty 1$, en daarom $x \infty 2$; en overzulx zyn de zyden van de begeerde Driehoek 3, 4, 5.

220. *Ge-*



220. *Gegeven zijnde drie rechte Lijnen* a, b, c: *een Driehoek* ABC *te maken, van dewelke de opstaande zijden* BC *en* AB *even zijn aan de Lijnen* a *en* b, *en (om de zelve Driehoek een Rond verdenkende) dat de Pyl* DE *gelyk is aan de Lyn* c.



Laat ED verlengt wezen tot in het Centrum H, en getogen AH; voorts zy uyt A getrokken de perpendiculaar AF, en uyt H de rechthoekige HG.

AH $\infty\ x$ — Men vind $yy \infty 2cx - cc$, en $zz \infty xx - \frac{1}{4}bb$.
AD $\infty\ y$ — De $\triangle^{en}$ AHD ABF zyn gelykhoekig, om dat AHD
HG $\infty\ z$ — is ∞ ABF, en ze in D en F een rechte hebben: op dezelve wyze ziet men dat de $\triangle^{en}$ AHG ACF mede gelykhoekig zyn.

Daarom. AH x / HD $x - c$ / AB b? komt $\frac{bx - bc}{x} \infty$ BF
AH x / HG z / AC $2y$? komt $\frac{2yz}{x} \infty$ CF
dies is $\frac{2yz + bx - bc}{x} \infty a$, of $2yz \infty ax - bx + bc$
of $2yz \infty px + bc$. $p \infty a - b$
of $4yyzz$, $\sqrt{}$
of $8cx^3 - 4ccxx - 2bbcx + bbcc \infty ppxx + 2pbcx + bbcc$
of $4xx \infty \frac{pp}{2c} + 2cx + ab$

hier door vind men $2x$, de Middellyn van het Rond, waar door de rest openbaar is.

De Questie Telkonstig gegeven zynde (*zo is ze als de laatste op een na van de Geometria per Cos door Brasser*) te weten BC of $a \infty 10$, AB of $b \infty 8$, en DE of $c \infty 3$: zo is $p \infty 2$. En daarom

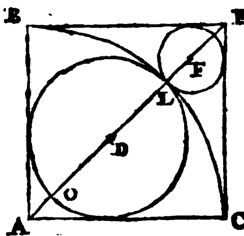
$xx \infty 1\frac{2}{3}x + 20$
of $x \infty \frac{5}{6} + \sqrt{20\frac{25}{36}}$, de halfmiddelyn van het Rond.

$2c \infty 6$
——— verm.
$2cx \infty 5 + \sqrt{745}$
$cc \infty 9$
——— afg.
$2cx - cc \infty -4 + \sqrt{745}$
$\sqrt{}$ ———
AD $\sqrt{.2cx - cc} \infty \sqrt{.-4 + \sqrt{745}}$
——— 2
AC $\infty 2\sqrt{.-4 + \sqrt{745}}$ de Grond.

Om de Lyn AC *te vinden, zo doet als hier neven, om dat* AD $\infty \sqrt{.2cx - cc}$ is.

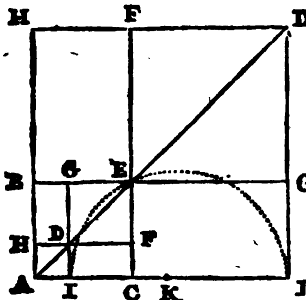
221 *Twee*

221. *Twee getallen te vinden, welkers vermenigvuldigde is het vyfde deel van 't Vierkant van haar Som, en dat de Som der Teerlingen gedeelt door de Som der getallen voortbrengt 16: Vrage naar zodanige getallen? Antwoort* $\sqrt{10}+\sqrt{2}$ *en* $\sqrt{10}-\sqrt{2}$. Dit zyn de getallen van de 21 L. van Keulen.



222. *Gegeven zynde het Vierkant* BC, *waar in getogen is uyt* A *als Middelpunt de Boog* BLC: *twee Ronden te trekken wiens Middelpunten zyn* D *en* F, *rakende de Boog* BC *en de twee zyden van het Vierkant.*

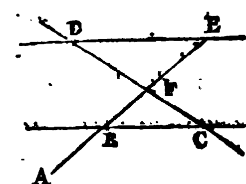
Constructie. Haalt de hoeklyn AE, en neemt daar in LD zo lang als LE, en trekt uyt D door L een Rond, dit raakt BC in L, en de twee zyden van het Vierkant AB AC. Dan neemt LF gelyk AO, en haalt uyt F door L een Rond, dit raakt de Boog mede in L, en de twee zyden van het Vierkant BE EC.



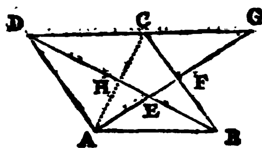
223. *Gegeven zynde het Vierkant* BC: *in de hoeklyn* AE *het punt* D *te vinden, waar door getogen* HF GI, *evenwydig aan de zyden* AC AB, *dat de Vierkanten* HI GF BC *gedurig evenredig zyn.*

Opmaking. Maakt CK, in de verlengde van AC, zo lang als de helft van AC, en haalt uyt K door E een Boog, ontmoetende AC en ook zyn verlengde in I, I: dan trekt IG IG evenwydig aan AB, stotende de hoeklyn AE en zyn verlengde in D, D: dan door D, D getrokken HDF HDF gelykwydig aan AC: zo zyn de Vierkanten HI GF BC, ook de Vierkanten HI GF BC gedurig evenredig.

In getallen. AC ∞ 2 zynde, zo is AI ∞ $3-\sqrt{5}$ en ∞ $3+\sqrt{5}$, en daarom CI ∞ $-1+\sqrt{5}$ en ∞ $+1+\sqrt{5}$, welkers Vierkanten met het Vierkant van AC ∞ 2 gedurig evenredig zyn.



224. *Gegeven zynde drie oneyndige rechte lynen* BC CD DE, *waar van de eerste evenwydig aan de laatste is, en een punt* A: *uyt* A *een rechte te trekken, de eerste ontmoetende in* B, *de twede in* F, *en de derde in* E, *zodanig dat de Driehoeken* BFC DFE, *te zamen genomen zo groot zyn als een gegeve vlak.*



225. *Gegeven zynde een Ruyt* ABCD: *uyt* A *tot de verlengde van* DC *een lyn* AG *te trekken, snydende de hoeklyn* DB *of zyn verlengde in* E, *en* BC *of zyn verlengde in* F, *zodanig dat* EF *tot* FG *een gegeve reden hebbe als* r *tot* s.

DH of HB $\infty\ b$
HE $\infty\ x$
EF $\infty\ y$

FG is $\infty \frac{sy}{r}$.

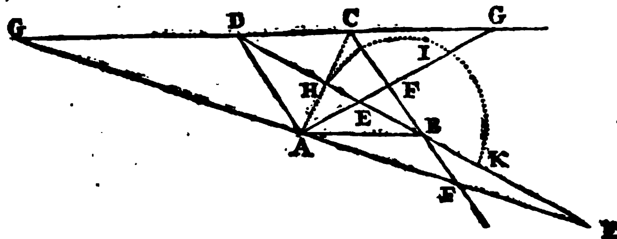
De △en DEG BEA, ook de △en DEA BEF zyn gelykhoekig, daarom

DE $b + x$ / EG $y + \frac{sy}{r}$ / BE $b - x$? komt $\frac{y + \frac{sy}{r},\ b - x}{b + x} \infty$ AE

BE $b - x$ / EF y / DE $b + x$? komt $\frac{y,\ b + x}{b - x} \infty$ AE

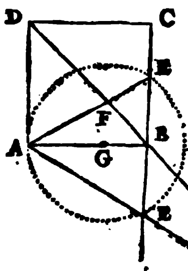
vergeleken en gereduceert, komt $xx \infty \frac{2r + s}{s},\ 2bx - bb$.

waar uyt wy hebben deze



Bewerking. Zoekt K in de verlengde hoeklyn BD, zodanig dat HB tot HK is als s tot $2r + s$: dan maakt op HK een halfrond, en neemt in den Omtrek HI gelyk HB, en in de hoeklyn, en zyn ver-

verlengde, KE en KE yder als KI: dan getogen door E en door A lynen tot de verlengde DC, snydende BC en ook zyn verlengde in F, F: zo is EF tot FG als r tot s.



226. *Gegeven zynde een Vierkant* AC: *uyt* A *tot* BC, *of tot zyn verlengde*, AE *te trekken*, *snydende de hoeklyn* DB, *of zyn verlengde in* F, *zodanig dat* EF *zo lang is als* EC.

Opmaking. Neemt BG, in BA, gelyk ½ BA: dan haalt uyt G door A een kring, snydende BC en zyn verlengde in E, E: dan haalt AE AE, welke en ook zyn verlengde de hoeklyn DB en ook zyn verlengde ontmoet in F, F: zo is FE zo lang als EC.

227. *Twee getallen te vinden wiens Somme even is aan haar vermenigvuldigde, en welkers som der Vierkanten vergaart by de Som der getallen voortbrengt een gegeve getal* a. Uyt Herigonius.

Stelle het *grootste* $\infty\ x + y \quad x + y$
en het *kleenste* $\infty\ x - y \quad x - y$
verg. ―――――――― verm.
komt $2x \infty xx - yy$, of $yy \infty xx - 2x$.

By de Som der □en $2xx + 2yy$, vergaart de Som der getallen $2x$, of liever $xx - yy$, dewyl die gelyk zyn, komt $3xx + yy \infty a$.
of $yy \infty a - 3xx$
hier boven is $yy \infty xx - 2x$
dies is $xx - 2x \infty a - 3xx$
of $2x \infty \frac{1}{2} + \sqrt{.\ \frac{1}{4} + a}$, dit ∞p
stellende, men heeft $\frac{1}{4}pp - yy \infty p$, of $y \infty \sqrt{.\ \frac{1}{4}pp - p}$.
en daarom is $x + y$, het *grootste* getal $\infty \frac{1}{2}p + \sqrt{.\ \frac{1}{4}pp - p}$.
en $x - y$, het *kleenste* getal $\infty \frac{1}{2}p - \sqrt{.\ \frac{1}{4}pp - p}$.

Indien men voor de begeerde getallen stelt x en y, de Æquatie zal boven het Vierkant ryzen, ten zy dat men een bezondere weg inslaat die met het voorgaande in kracht een en de zelfde is. *Herigonius* gebruykt daar toe deze middel. Hy stelt de Som der getallen

$$x + y \infty z$$

$$\overline{}\ \surd$$

$$xx + 2xy + yy \infty zz$$

of $xx + yy + 2x + 2y \infty zz$, ſtellende $x + y$ in plaats van xy,

hier af $xx + yy + x + y \infty a$

Reſt $x + y \infty zz - a$, of $z \infty zz - a$

of $z \infty \frac{1}{2} + \surd . \frac{1}{4} + a \infty p$

Voorts $p \infty x + y$

of $p - x \infty y$

$$\overline{}\ x$$

$px - xx \infty xy \infty p$, dies is $x \infty \frac{1}{2}p + \surd . \frac{1}{4}pp - p$

en $y \infty \frac{1}{2}p - \surd . \frac{1}{4}pp - p$, als voren.

$a \infty 30$ gegeven zynde, men vind voor de getallen $3 + \surd 3$, en $3 - \surd 3$.

228. *Gegeven zynde twee oneyndige onevenwydige rechte Lynen, en een punt buyten deze : een Rond te trekken rakende de gegevene Lynen en gaande door 't voornoemde punt.* Uyt Vieta van de Rakende.

229. *Een Koopman koopt vierderley ſoorten van Laken, te weten van de ſoorte A neemt hy zo veel Stukken als hem yder Stuk van A ponden Vlaams koſten; van B zo veel ſtukken als hem yder ſtuk van B ponden Vlaams koſten; van C zo veel Stukken als de Stukken van A en B te zamen ponden Vlaams beloopen; en koſt yder Stuk van C zo veel ponden Vlaams als een Stuk van A en een Stuk van B te zamen, alzo dat de Stukken van C in alles beloopen 715 ponden Vlaams: van D heeft hy zo veel Stukken gekocht als de Stukken van B meer ponden Vlaams beloopen als de Stukken van A; en koſt hem yder Stuk van D zo veel ponden Vlaams als een Stuk van B meer koſt als een Stuk van A, welke Stukken van D beloopen 99 ponden Vlaams: De Vrage is hoe veel Stukken hy van yder ſoort gekocht heeft? Facit, van A 4; van B 7; van C 65; en van D 33 Stukken.* Deze is de Slot Queſtie, of de laatſte van Sybrant Hanſz Cardinaals 100 Geometrice Queſtien.

Stelle

Stelle de Stukken van A ∞x, zo kost yder stuk van A x
van B ∞y, van B y
zo zyn de Stukken van C $\infty yy + xx$ van C $y + x$
en van D $\infty yy - xx$ van D $y - x$

$715 \infty a$
$99 \infty b$

Wy vinden dan $x^3 + xxy + xyy + y^3 \infty a$
en $x^3 - xxy - xyy + y^3 \infty b$

Deze te zamen vergaart, en ook van elkander afgetogen, en door 2 gedeelt.

komt $x^3 + y^3 \infty \frac{a+b}{2} \infty q$
en $xxy + xyy \infty \frac{a-b}{2} \infty p$
3 verm.
$3xxy + 3xyy \infty 3p$, hier by vergaart
$x^3 + y^3 \infty q$
komt $x^3 + 3xxy + 3xyy + y^3 \infty 3p + q$
$\sqrt{C.}$
of $x + y \infty \sqrt{C.}\,3p + q \infty n$

Deelt $xxy + xyy \infty p$ door $x + y \infty n$ | komt $xy \infty \frac{p}{n}$, of $y \infty \frac{p}{nx}$.

zo is dan $\frac{p}{nx} \infty n - x$, of $x \infty \frac{1}{2}n - \sqrt{.\,\frac{1}{4}nn - \frac{p}{n}}$.

Anders.

De Stukken van A $\infty x - y$, zo kost yder Stuk van A $x - y$
van B $\infty x + y$, van B $x + y$
ergo van C $\infty 2xx + 2yy$ van C $2x$
en van D $\infty 4xy$. van D $2y$
Men vind dan $4x^3 + 4yyx \infty a$
2
of $8x^3 + 8yyx \infty 2a$
en $8yyx \infty b$
$8x^3 \infty 2a - b$
$\sqrt{C}$
$2x \infty \sqrt{C.}\,2a - b \infty n$.

Deelt dan $8yyx$ door $2x$ | komt $4yy \infty \frac{b}{n}$
$\sqrt{}$
$2y \infty \sqrt{\frac{b}{n}}$

Waar door nu alles openbaar is.

230. *Twee Progressien te vinden van vier termen, de eene Arithmetisch en de andere Geometrisch, zodanig dat de Arithmetische afgetogen van de Geometrische reste gegeve getallen* a, b, c, d.

De gegeve getallen 3, 5, 9, 16 zynde, zo is de Arithmetische Progressie 5, 7, 9, 11. en de Geometrice Progressie 8, 12, 18, 27.

231. *Een getal te vinden, zodanig dat het zelvige vergaart by twee gegeve getallen* a *en* b *voort brenge twee Rationale Quadraten.* De 12 des 2 Diophanti.

Stelle het begeerde getal ∞ $xx - a$, zo is het beloop van dit en a ∞ xx, een Rationaal Quadraat: resteert overzulx alleenlyk dat het beloop van het begeerde getal en b, te weten dat $xx - a + b$ mede is een Rationaal Quadraat; Stelle daarom zyn Wortel ∞ een Rationaal getal $x - c$

zo is $xx - 2cx + cc$ ∞ $xx - a + b$

of x ∞ $\frac{cc + a - b}{2c}$

Anders. Stellende het begeerde getal ∞ x

De gegevene { a 't grootste, zo is $a + x$ / b 't kleenste en $b + x$ } elk ∞ een Ration Quad. wiens *verschil* is $a - b$, stelle dit ∞ q. Zoekt nu twee Rationale Quadraten wiens verschil is q, gelyk voren geleert is.

232. *Een Rationaal Quadraat in vieren te deelen, zulx, zo men van het eerste deel trekt het tweede, het derde, en ook het vierde, datter t'elkens reste een Rationaal Quadraat.* De 65 Ludolf van Keulen.

Stelle van de deelen het *eerste* ∞ xx
het *tweede* ∞ $xx - aa$
het *derde* ∞ $xx - bb$
het *vierde* ∞ $xx - cc$

zo zullen de resten, trekkende het tweede derde en vierde yder in 't bezonder van het eerste, zyn de Rationale Quadraten aa, bb, cc; blyft overzulx alleenlyk overig dat haar Somme $4xx - aa - bb - cc$; is een Rationaal Quadraat: zyn Wortel stellende ∞ $2x - d$.

zo vind men x ∞ $\frac{aa + bb + cc + dd}{4d}$.

Ne-

Nemende $a \infty 4$, $b \infty 3$, $c \infty 2$, en $d \infty 1$, zo vind men $x \infty 7\frac{1}{2}$; en daar door het begeerde Rationaal Quadraat ∞ 196: en de deelen $56\frac{1}{4}$, $40\frac{1}{4}$, $47\frac{1}{4}$, en $52\frac{1}{4}$.

233. *Daar zyn vier getallen; het eerste is $4\frac{1}{2}$ minder als het tweede, zo veel is ook het tweede minder als het derde, en het derde als het vierde, en haar Somme is een Rationaal Quadraat: Vrage na zodanige getallen? Antwoort $2\frac{1}{4}$, $6\frac{2}{4}$, $11\frac{1}{4}$, $15\frac{3}{4}$: of $42\frac{1}{2}$, $46\frac{2}{4}$, $51\frac{1}{4}$, $55\frac{3}{4}$. en oneyndige andere.* De 67 Ludolf van Keulen.

234. *Zoekt een Rationaal Quadraat, het welk in vieren verdeelt kan werden, zodanig, als men het tweede trekt van het eerste, het derde van het tweede, het vierde van het derde, datter t'elkens reste een Rationaal Quadraat.* De 66 Ludolf van Keulen.

Stelle van de deelen, het *eerste* ∞xx
het *tweede* $\infty xx - aa$
het *derde* $\infty xx - aa - bb$
het *vierde* $\infty xx - aa - bb - cc$

Dan zullen de resten, trekkende het tweede van het eerste &c. zyn Rationale Quadraten aa, bb, cc: met de rest handelende als voren, en nemende a, b, c, d, gelyk aldaar gedaan is, men vind voor het Rationaal Quadraat $1190\frac{1}{4}$, en voor de deelen $315\frac{1}{16}$, $299\frac{1}{16}$, $290\frac{1}{16}$, $286\frac{1}{16}$.

235. *Als men eenig goet verkoopt in twee payen te betalen: een Regel te vinden waar door men vind de Winst (of Verlies) ten hondert in 't Jaar in alle zodanige voorvallen.*

Stelle de *Inkoop* van 't goet ∞a
de *Verkoop* van 't zelve ∞b
de *eerste* Pay ——— ∞c
de *tweede* Pay ——— ∞d
de *tyd* van de *eerste* Pay ∞e
de *tyd* van de *tweede* Pay ∞f
de *Winst* ten 100 in 12 Maand. ∞x.

Zegt

Zegt dan

In 12 Maand. wind men x, wat in e Maand? komt $\frac{ex}{12}$

en ook, wat in f Maand? komt $\frac{fx}{12}$

Voorts.

$100+\frac{ex}{12}$, Kapt. en Winst, is 100 gereet, wat c, de 1 Pay? komt $\frac{100c}{100+\frac{ex}{12}}$

$100+\frac{fx}{12}$, Kapt. en Winst, is 100 gereet, wat d, de 2 Pay? komt $\frac{100d}{100+\frac{fx}{12}}$

Deze twee uytkomsten vergaart, komt voor het gene dat men voor 't goet gereet maakt,

$$\text{of } a \infty \frac{\begin{matrix}10000c+8\frac{1}{3}cfx\\10000d+8\frac{1}{3}dex\end{matrix}}{10000\;\;+8\frac{1}{3}ex+8\frac{1}{3}fx+\frac{ef}{144}xx}$$

dat is, vermenigvuldigende a met de Noemer, en stellende b in plaats van $c+d$, die gelyk zyn,

$$10000a+8\tfrac{1}{3}aex+8\tfrac{1}{3}afx+\frac{aef}{144}xx \infty 10000b+8\tfrac{1}{3}cfx+8\tfrac{1}{3}dex$$

$$\text{of } 8\tfrac{1}{3}px+\frac{aef}{144}xx \infty 10000q$$

Stellende $p \infty ae+af-cf-de$, dat is $\overline{a-d},e\;+\overline{a-c},f$

en $q \infty b-a$

$$\text{of } \frac{aef}{48}xx \infty -25px+30000q$$

$$\text{of } \quad xx \infty -25\frac{p}{s}x+30000\frac{q}{s}, \text{ stellende } \frac{aef}{48} \infty s$$

$$\text{of } \quad x \infty -25\frac{p}{2s}+\sqrt{.\,625\frac{pp}{4ss}+30000\frac{q}{s}}.$$

Iemand dan verkocht hebbende Linnen van 20 stuyvers, de el, voor 24 stuyvers; te betalen de helft in 3, en de rest over 24 Maanden: zo is $a \infty 20$, $b \infty 24$, $c \infty 12$, $d \infty 12$, $e \infty 3$, en $f \infty 24$.

Men vind daar door $p \infty 216$, $q \infty 4$, en $s \infty 30$. En hier door vind men $x \infty 20$, dat is de Winst ten hondert in 't Jaar.

En hebbende Laken verkocht van 3 gulden de el, voor 4 gulden; te betalen de $\frac{1}{4}$ gereet, de $\frac{1}{4}$ over 6, en de Rest over 12 Maanden, zo vind men voor de Winst ten hondert in 't Jaar $-50+50\sqrt{5}$ gulden, considererende dat men van 2 guldens gemaakt heeft 3 guldens, om dat men op de gulden die men gereet ontfangt, niets winnen kan, ter oorzake dat hier alleenlyk gevraagt werd wat men ten hondert in 't Jaar wint met het uytstaan van zyn geld. Op dezelve manier werd 20 ten hondert gevonden, oplossende de 76 *L. van Keulen.*

236. *Zoekt twee Getallen, welkers verschil der Vierkanten vermenigvuldigt met haar verschil voortbrengt 75, en de Som der Vierkanten vermenigvuldigt met haar Som uytlevert* 100. *komt* $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$, *en* $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$.

237. *Zeker Hooftman heeft onder hem drie Vaandelen Knechten, Switzers Swaben en Saxen: wil met dezelve een Stadt bestormen: zegt tegen haar, ik heb* 901 *Ryxdaalder die zal ik onder u alle uytdeelen, doch zodanig, dat yder Knecht van dat Vaandel, het welke de eerste de Storm doet, zal ontfangen een Ryxdaalder, de rest zullen de twee overige Vaandelen deelen: nu heeft het zich zodanig, indien de Switzers de eerste in de Storm zyn zo ontfangt yder Knecht van de twee andere Vaandelen* $\frac{1}{2}$ *Ryxdaalder; zyn de Swaben de eerste in de Storm zo ontfangt yder Knecht van de andere Vaandelen* $\frac{1}{3}$ *Ryxdaalder; maar zyn de Saxen de eerste zo hebben de overige yder* $\frac{1}{4}$ *Ryxdaalder: Vrage hoe veel Knechten yder Vaandel sterk is?* Uyt Christoffel Rudolf.

Stelle de Knechten
van de *Switzers* $\infty\, x$,
van de *Swaben* $\infty\, y$,
van de *Saxen* $\infty\, z$,
901 $\infty\, a$.

Om dat yder van die gene, dewelke de eerste de Storm doen, een Ryxdaalder geniet, zo ontfangt dat Vaandel zo veel Ryxdaalders als 'er Knechten zyn.

Als de { *Switzers* / *Swaben* / *Saxen* } de *eerste* zyn, zo ontfangen de { *Swaben* en *Saxen* $a - x$ / *Switzers* en *Saxen* $a - y$ / *Switzers* en *Swaben* $a - z$ } Ryxd[s].

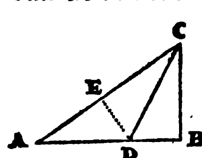
R.d.	Kn.	R.d.		Kn.	
Dies $\frac{1}{2}$	1	$a - x$?	komt	$2a - 2x$,	*Swaben* en *Saxen*
$\frac{1}{3}$	1	$a - y$?		$3a - 3y$,	*Switzers* en *Saxen*
$\frac{1}{4}$	1	$a - z$?		$4a - 4z$,	*Switzers* en *Swaben*

zo is dan $2a - 2x \infty y + z$
$3a - 3y \infty x + z$
en $4a - 4z \infty x + y$

Deze gereduceert, komt $x \infty \frac{265}{901}a$, dat is 265 voor 't getal van de *Switzers*: voor de *Swaben* vind men dan 583, en voor de *Saxen* 689.

238. *Een Koning belegert een Stadt met drie hoopen Volx, als Spanjaarden Ungeren en Duytzers. Tot aanmoeding belooft de Koning haar te zamen te zullen geven 901 Ryxdaalder, De Spanjaarden bedingen yder 2 Ryxdaalders zo zy de eerste in de bestorming zyn: de Ungeren yder 3 Ryxdaalders zo zy de eerste aanval doen; en de Duytzers yder 4 Ryxdaalders als zy de eerste zyn. Nu is het zodanig, dat wie ook eerst de Storm begint, dat dan de andere hebben yder een Ryxdaalder: Vrage na de Knechten van yder Natie? Antwoort, de* Spanjaarden *zyn* 318; *de* Ungaren 159; *en de* Duytzers 106. Uyt Christoffel Rudolf.

239. *Een Rechthoekigen Driehoek te maken van een gegeve Inhoud, mits dat de eene scheef hoek is het* dubbelt *van de andere.*



AB ∞ y
BC ∞ z
DC ∞ x
Inhoud ∞ aa

Aanmerkt de hoek B recht te wezen, en dat de hoek ACB is het *dubbelt* van de hoek A, ook dat CD de hoek ACB snyt in tweên gelyk. ABC is dan zodanigen △ als begeert werd mits dat de Inhoud is ∞ aa.

Om dat de hoek ACD even is aan de hoek A, daarom is AD ∞ DC, en overzulx is AD ∞ x,
dit van AB ∞ y, rest DB ∞ $y - x$ $\qquad$ $z \infty$ BC

$$\sqrt{} \qquad -\sqrt{}$$

of $yy - 2xy + xx + zz \infty xx$
of $2xy \infty zz + yy$.

Voorts, om dat de Hoek DCB even is aan de Hoek A, daarom zyn de △^en DCBD ACBA gelykhoekig, dewyl de Hoek B aan haar beyde gemeen is, en overzulx is 't

DB tot BC, als BC tot AB
$y - x \mid z \parallel z \mid y$
dies is $yy - xy \infty zz$
of $2xy \infty 2yy - 2zz$
boven is $2xy \infty yy + zz$
daarom is $yy + zz \infty 2yy - 2zz$
of $3zz \infty yy$

voor

voor 't laatste, om dat yz is $\infty\ 2aa$

$$\text{zo is } y \infty \frac{2aa}{z}$$

$$\overline{\qquad\qquad} \surd$$

$$\text{of } yy \infty \frac{4a^4}{z.z} \infty 3zz$$

$$3 \overline{\qquad\qquad\qquad} zz$$

$$1\tfrac{1}{3}a^4 \infty z^4$$

$$\surd\surd \overline{\qquad\qquad}$$

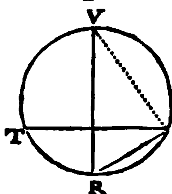
$$a\surd\surd 1\tfrac{1}{3} \infty z \infty BC, \text{ het eene been,}$$

Hier door vind men y het ander been AB, dewelke boven is $\infty \frac{2aa}{z}$, en daarom z weg gedaan, en $a\surd\surd 1\frac{1}{3}$ in de plaats gestelt, en verkort, komt $\frac{2a}{\surd\surd 1\frac{1}{3}}$, of $2a\surd\surd\frac{3}{4}$, multiplicerende de Teller en de Noemer beyde met $\surd\surd\frac{3}{4}$, om de Noemer weg te hebben; of $a\surd\surd 12$. Zo is dan het *eene been* van de begeerde Driehoek $a\surd\surd 1\frac{1}{3}$, en het *ander been* $a\surd\surd 12$.

240. *Een zodanigen Driehoek te maken mits dat de eene Scheefhoek is het* drievoud *van de andere.*

Aanmerkt nu, in de voorgaande Driehoek, de Hoek ACB het *drievoud* van de hoek A. Nemende de hoek ACD gelyk de hoek A, zo is de hoek DCB noch het tweevoud van de hoek A; en daarom gelyk CDB, om dat die ook het tweevoud van A is: overzulx DB ∞ BC, en derhalven DC $\infty\ \surd 2zz$, of $z\surd 2$; en dewyl deze ∞ aan AD is, daarom is AB, of $y \infty z + z\surd 2$: de rest is als voren. Men vind $z \infty \surd\frac{a\surd 2}{1+\surd 2}$, en $y \infty a\surd.2+2\surd 2$.

241. *Indien men de Omtrek van een Rond deelt in eenige gelyke deelen: zo zyn de Vierkanten van de evenwydige Peesen, tot deze deelen getrokken, te zamen zo veel malen het Vierkant van de Straal als het Rond in deelen gedeelt is.*



Om dit op de korste manier te verhandelen, zo zullen wy voor af zeggen,

Indien VR *de Middellyn van het Rond is die de Pees* TS *in tweën gelyk snyd, en daarom ook rechthoekig,*

zo zal yy zyn $\infty\ 2xx \pm .\surd.xx - pp$.

$+$ *als* RS *langer is als de Pees van een Vierendeel ronds, en* $-$ *als hy korter is.* Om dat $\surd 2xx$ de Pees is van een Vierendeel ronds.

RV $\infty\ 2x$
TS $\infty\ p$
RS $\infty\ y$

De

De Omtrek van het Rond is gedeelt in *oneven* gelyke deelen, of in even gelyke deelen.

1. *In* oneven *gelyke deelen gedeelt zynde.*

By voorbeelt in *elf* gelyke deelen, als hier neven; alwaar de Middellyn AQ alle de evenwydige Peesen snyd rechthoekig en in tweên gelyk; zulx dat Q valt in 't midden van de Boog GF. De Pees AB is gelyk GF, beyde *een* deel van de Kring bevattende; AC gelyk LB, beyde *twee* deelen begrypende: en deze twee, AB en AC, zyn beyde korter als de Pees van een Quadrant: AD is gelyk HE, beyde *drie*; AE gelyk KC, beyde *vier*; en AF gelyk ID, beyde *vyf* deelen van de Kring besluytende: en deze drie laatste AD AE AF zyn yder langer als de Pees van 't Quadrant. Welke korter of langerheit men bekent uyt de hoeveelheit der deelen die yder Pees bevat, en hier uyt dat het Vierendeelronds, in deze verdeeling, $2\frac{1}{4}$ deelen insluyt.

$LB \infty a$ $HE \infty d$
$KC \infty b$ $GF \infty e$
$ID \infty c$ $AQ \infty 2x$

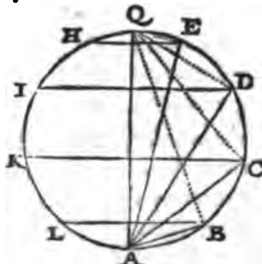
Na het bovenstaande is $ee \infty 2xx - x\sqrt{.4xx - aa}$

$$aa \infty 2xx - x\sqrt{.4xx - bb}$$
$$dd \infty 2xx + x\sqrt{.4xx - cc}$$
$$bb \infty 2xx + x\sqrt{.4xx - dd}$$
$$cc \infty 2xx + x\sqrt{.4xx - ee}$$

Vergaart komt, $aa + bb + cc + dd + ee \infty 11xx$, dat is 2 maal zo veel xx als het Peesen heeft $+ xx$, om dat alle de Surdische te zamen zo veel doen als 1 maal xx. De drie die yder een $+$ zyn, zyn 1 maal xx grooter als de twee die yder een $-$ zyn; want, stellende $x\sqrt{4xx - cc} + x\sqrt{4xx - dd} + x\sqrt{4xx - ee} \infty x\sqrt{4xx - aa} + x\sqrt{4xx - bb} + xx$, en alles deelende door x, men heeft $\sqrt{.4xx - cc}$ (QF) $+ \sqrt{.4xx - dd}$ (QD) $+ \sqrt{.4xx - ee}$ (QB) $\infty \sqrt{.4xx - aa}$ (QC) $+ \sqrt{.4xx - bb}$ (QE) $+ x$ (straal.) Dat QF + QD + QB gelyk is aan QC + QE + de Straal, blykt uyt het Byvoegsel op het 25 Voorstel van de Meetkunst. Overzulx doen alle de Surdische te zamen zo veel als 1 maal xx, gelyk boven gezegt is.

Dewyl men ziet dat een Kring in 11 gedeelt zynde 5 Peesen heeft;

heeft; in 9 gedeelt zynde 4; in 7 gedeelt zynde 3; in 5 gedeelt zynde 2; in 3 gedeelt zynde 1: in 13 gedeelt zynde 6, enz. dat is 2 deelen meer of min 1 Pees meer of min: zo ziet men de oneyndige voortgang van dit Voorstel, dat is, *dat de Vierkanten van de Peesen te zamen, de Omtrek in 9 gedeelt zynde, moeten doen* $9xx$; *in 7 gedeelt zynde* $7xx$, *en zo voort*, onderstellende dat alle de Surdische Quantiteyten te zamen zullen uytmaken xx, gelyk men zal bevinden, aanmerkende dat alle de Peesen mede vallen in de Omtrek ADQ, en by gevolg mede alle de Surdische, als QB QC QD QE QF, en dat de deelen FE ED enz. alle 2 maal grooter zyn als QF.



De Omtrek in 9 gelyke deelen gedeelt zynde, gelyk hier nevens,

(LB $\infty\, a$
KC $\infty\, b$
ID $\infty\, c$
HE $\infty\, d$
AQ $\infty\, 2x$)

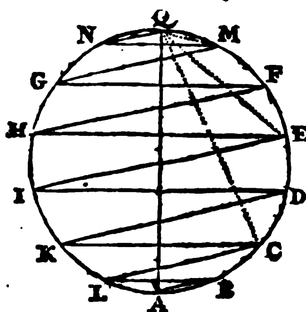
zo is $dd \infty 2xx - x\surd.4xx - aa$, het Surd. ∞ QC
$aa \infty 2xx - x\surd.4xx - bb$, het Surd. ∞ QE
$cc \infty 2xx + x\surd.4xx - cc$, het Surd. ∞ QD
$bb \infty 2xx + x\surd.4xx - dd$, het Surd. ∞ QB

Verg. ―――――――――――――

komt $aa + bb + cc + dd \infty 9xx$, dat is $8xx + xx$, om dat de twee die $+$ zyn, 1 maal xx meerder doen als de twee die $-$ zyn, om reden dat QB + QD zo lang zyn als QC + QE + x.

En alzo ziet men in dit Voorbeelt mede de waarheit van het geene nu zo even verhaalt is, en derhalven zullen wy overgaan tot het tweede.

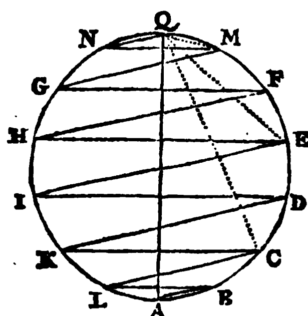
2. *In even gelyke deelen gedeelt zynde.*



By voorbeelt in 14, als in de nevenstaande Figuur.

De Peesen konnen in deze, van *even* deelen, op tweërley wyze getogen werden: of dat de eerste begrypt *een* deel, en dan is de leste ook *een* deel, en de middelste is de Middellyn, gelyk NQ GM HF IE KD LC AB: of dat de eerste begrypt *twee* deelen,

 en



en dan bespant de laatste mede *twee* deelen; en dan zyn de Peesen NM GF HE ID KC LB.

LB, NM ∞a
KC, GF ∞b
ID, HE ∞c
AB, NQ ∞g
LC, GM ∞h
KD, HF ∞k
IE ∞l
AQ $\infty 2x$

Men vind dan op 't eerste Surd.

$gg \infty 2xx - x\sqrt{.}\,4xx - aa$, QC
$hh \infty 2xx - x\sqrt{.}\,4xx - cc$, QM
$kk \infty 2xx + x\sqrt{.}\,4xx - bb$, QE

$gg + hh + kk \infty 5xx$, een xx *minder*, om dat de twee die — zyn, een xx groter zyn als de eene die + is, dewyl QE + x is ∞ QC + QM.

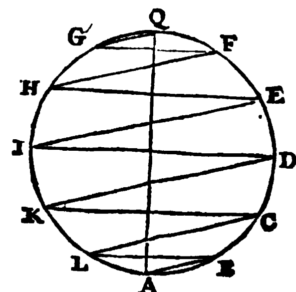
$2gg + 2hh + 2kk \infty 10xx$ (2)
$ll \infty 4xx$
$2gg + 2hh + 2kk + ll \infty 14xx$

Men vind op het tweede Surd.

$aa \infty 2xx - x\sqrt{.}\,4xx - bb$, QE
$bb \infty 2xx + x\sqrt{.}\,4xx - cc$, QM
$cc \infty 2xx + x\sqrt{.}\,4xx - aa$, QC

$aa + bb + cc \infty 7xx$, een xx *meerder*, om dat de twee die + zyn, een xx groter zyn als de eene die — is,

$2aa + 2bb + 2cc \infty 14xx$, (2)



LB, GF ∞a AB, GQ ∞g
KC, HE ∞b LC, HF ∞h
ID ∞c KD, IE ∞k

De Omtrek in 12 gedeelt zynde

Op 't 1. $gg \infty 2xx - x\sqrt{.}\,4xx - aa$
$hh \infty 2xx$
$kk \infty 2xx + x\sqrt{.}\,4xx - aa$

$gg + hh + kk \infty 6xx$
$2gg + 2hh + 2kk \infty 12xx$, 't geen enz.

Op 't 2. $aa \infty 2xx - x\sqrt{.}\,4xx - bb$
$bb \infty 2xx + x\sqrt{.}\,4xx - bb$

$aa + bb \infty 4xx$ (2)
$2aa + 2bb \infty 8xx$
$cc \infty 4xx$
$2aa + 2bb + cc \infty 12xx$, 't geen enz.

De

De Omtrek in 10 gedeelt zynde

Men vind $gg \infty\ 2xx - x\sqrt{.4xx - aa}$
$bb \infty\ 2xx + x\sqrt{.4xx - bb}$

$gg + bb \infty\ 3xx$ 2

$2gg + 2bb \infty\ 6xx$
$kk \infty\ 4xx$

$2gg + 2bb + kk \infty\ 10xx$, 't geen enz.

Ook vind men $aa \infty\ 2xx - x\sqrt{.4xx - bb}$
$bb \infty\ 2xx + x\sqrt{.4xx - aa}$

$aa + bb \infty\ 5xx$ 2

$2aa + 2bb \infty\ 10xx$, 't geen enz.

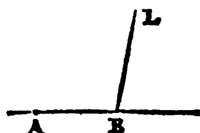
De Omtrek in 8 gedeelt zynde

Men vind $gg \infty 2xx - x\sqrt{.4xx - aa}$, ook $aa \infty 2xx$ 2
$bb \infty 2xx + x\sqrt{.4xx - aa}$ $\quad 2aa \infty 4xx$
$bb \infty 4xx$

$gg + bb \infty 4xx$ 2 $\quad 2aa + bb \infty 8xx$.

$2gg + 2bb \infty 8xx$.

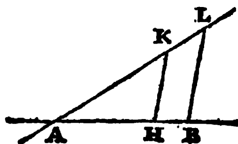
en zo voort, aanwyzende de zekerheit van het gezeyde.



242. *Indien* AB *is* ∞x, *en* BL ∞y *twee onbepaalde in lengte, de hoek* ABL *gegeven zynde: men vraagt na de lyn waar in alle de punten* L *begrepen zyn.*

als men heeft, 1. $y \infty \frac{px}{q}$,
of als men heeft, 2. $y \infty \frac{px}{q} + n$,
of als men heeft, 3. $y \infty \frac{px}{q} - n$,
of als men heeft, 4. $y \infty - \frac{px}{q} + n$.

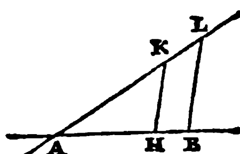
mits dat AB, of x ter rechter zyde van A valle, en dat BL, of y opwaarts loopt: $p\ q\ n$ gegeve lynen zynde.



op $y \infty \frac{px}{q}$

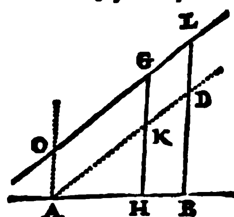
Dewyl q is tot p als x tot $\frac{px}{q}$, of tot y in het *eerste* geval, zo ziet men dat het punt L zal vallen in een rechte lyn, die gevonden wert nemende AH, in AB, na de rechter zyde van A, zo lang als q; dan HK opwaarts halende gelykwydig aan BL, en hen zo lang nemende als p;

en



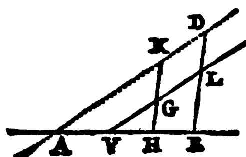
op $y \infty \frac{px}{q}$

en trekkende een oneyndige rechte uyt A door K: zo is deze de plaats van het punt L. want, uyt enig punt van hen, als hier uyt L, halende LB evenwydig aan KH, zo is LB $\infty \frac{px}{q}$, of om dat AH q is tot HKp als ABx tot BL $\frac{px}{q}$. als in de *eerste* Figuur.



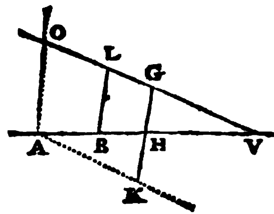
op $y \infty \frac{px}{q} + n$

In het *tweede* geval, daar y nog een n moet langer wezen, moet men HK aan K nog met KG gelyk n verlengen; en dan door G een rechte halende evenwydig aan KA, snydende AO, gelykwydig aan HK, in O: zo is de oneyndige van O na G toe de plaats waar in dat L mag genomen werden na believen, om dat LB dan een n langer is, als $\frac{px}{q} \infty$ BD. als in de tweede Figuur.



op $y \infty \frac{px}{q} - n$

Maar in het *derde* geval daar y een n korter is, moet men KG $\infty\, n$ neerwaarts nemen, en halen door G een gelykwydige aan AK: deze AB in V ontmoetende: zo is de oneyndig van V na G toe de plaats van het punt L. als in de derde Figuur.



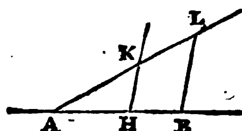
op $y \infty - \frac{px}{q} + n$

Dog in het *vierde* geval, moet men HK $\infty\, p$ neerwaarts nemen, om dat men $-\frac{px}{q}$ heeft, de p als een $-$ aanmerkende, op dat q en x yder en $+$ mogen blyven: en dan GK $\infty\, n$ opwaarts nemende, en door G, evenwydig aan AK, een lyn halende, snydende AO in O, en AB in V: zo is de bepaalde van O tot aan V de plaats van alle de punten L.

Als men in de tweede Figuur BA aan A, en GO aan O in 't oneyndig verlengt, zo zullen zig in deze eene Figuur de twee volgende gevallen mede vertonen: maar AB valt dan ter linker zyde van A, en LB in het eene geval onder AB, tegen de conditie die wy 'er bygevoegt hebben.

ANDERS, *nemende een onbepaalde* x *of* $y \infty 0$, *of gelyk een bepaalde quantityt.*

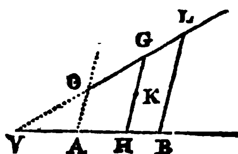
Dewyl men nu gezien heeft dat het punt L valt in een rechte lyn, en om dat men die kan trekken twee van zyne punten hebbende, zo laat ons die zoeken.



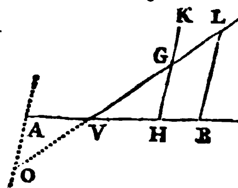
op $y \infty \frac{px}{q}$

Nemende, in 't 1 geval, $x \infty 0$, waar door B valt in A, zo is daar in ook $y \infty 0$, of LB ∞ 0, of L komt mede in A: zo is dan A een punt van de rechte daar L in loopt.

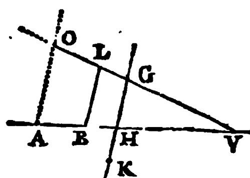
En stellende $x \infty q$, zo komt B in H, en L in K; of liever, y is dan ∞p: daarom AH ∞q, en HK, evenwydig LB, ∞p nemende opwaarts, zo is K een tweede punt van die lyn daar L in valt. De rechte dan uyt A getogen door K, oneyndig lang, is de plaats van het punt L.



op $y \infty \frac{px}{q} + n$



op $y \infty \frac{px}{q} - n$



op $y \infty -\frac{px}{q} + n$

Maar in de drie andere gevallen, $x \infty 0$ nemende, of B in A, zo valt L in AO, die evenwydig aan LB is: en om dat wy dan hebben $y \infty + n$ in het tweede geval, $y \infty - n$, of $-y \infty n$ in 't derde, en $y \infty n$ in 't vierde geval, zo zal AO ∞n af metende, opwaarts in het tweede en vierde geval, en neerwaarts in het derde, O wezen een punt van de rechte daar L in loopt.

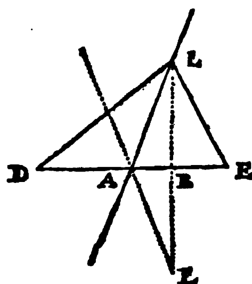
$x \infty q$ nemende, dat is AB ∞ AH ∞q, zo heeft men $y \infty + p + n$ in het tweede, $y \infty p - n$ in het derde, en $y \infty - p + n$ in 't vierde: daarom HK nemende ∞p, opwaarts in 't tweede en derde, en neerwaarts in 't vierde, en nog KG, in de zelve ∞n, opwaarts in 't tweede en vierde, en neerwaarts in het derde geval, zo is G een tweede punt van de voornoemde rechte.

Dan getogen, van O beginnende, door G een oneyndige rechte in het tweede en derde geval, maar tot aan de lyn AB in V in het vierde geval, zo zyn deze de plaats van het punt L.

Om in deze drie laatste gevallen een tweede punt te bepalen, zo had men wel een andere weg konnen inslaan, nemende $y \infty 0$,

waar door L komt in V, een punt van AB of van zyn verlengde; want dit doende zo heeft men $\frac{px}{q} + n$, $\frac{px}{q} - n$, en $-\frac{px}{q} + n$ yder ∞ o, waar door men nu heeft $-x \infty \frac{qn}{p}$ in het tweede, $+x \infty \frac{qn}{p}$ in het derde, en ook $+x \infty \frac{qn}{p}$ in het vierde geval: hebbende dan AV genomen zo lang als $\frac{qn}{p}$, in de verlengde AB aan A in 't tweede, maar in AB in 't derde en vierde geval, zo is V een tweede punt in plaats G hier boven gevonden. Van de rechte door O en V getogen, zo is de oneyndige van O beginnende na de rechte zyde in 't tweede geval, maar van V beginnende in 't derde, en de bepaalde OV in 't vierde geval de plaats van het punt L.

Nota. *Men ziet dan, als in een Æquatie twee onbepaalde zyn, die in hen beyde van* een *Dimensie gevonden werden, dat dan de plaats van het ongebondene punt* L *is in een* rechte lyn.



243. *Gegeven zynde een rechte lyn* ED: *van de eynden der zelve twee andere te zamen te trekken tot in* L, *welkers verschil der Vierkanten tot de Inhoud van de Driehoek* ELD *hebbe een gegeve reden als* r *tot* s.

Laat A het midden van ED wezen, en LB een rechthoekige op ED.

EA, of AD ∞ a
AB ∞ x
BL ∞ y

Zo is de Inhoud van de Driehoek ELDE ∞ ay, en 't verschil der Vierkanten van de lynen LE LD ∞ $4ax$:

Dies zyn $4ax / ay // r / s$ evenredig; of $ry \infty 4sx$.

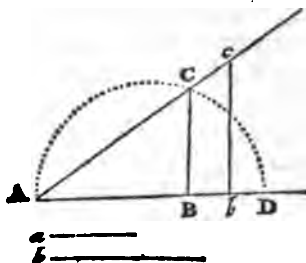
Dewyl der geen meerder stof in dit voorbeelt is om nog een Æquatie te vinden, zo betoont dit, dat men voor L niet alleen zal vinden *een* punt, maar een geheele *lyn*, dewelke een *rechte* is, om dat de onbekende zyn van *een* Dimensie.

Om dan deze rechte aan te wyzen, of om twee van zyne punten te vinden. Is $x \infty$ o, zo is ook $y \infty$ o, en by gevolg is A een van deze punten. Wederom; stelt men $x \infty r$, zo is $y \infty 4s$. Daarom, AB ∞ r afmetende, en daar op stellende BL rechthoekig, en zo lang als $4s$, zo is L een tweede punt: en by gevolg is de oneyndige rechte door A en door L getogen de plaats waar in men het punt L mag nemen naar believen: niet alleen dat deel van hen dat boven ED valt, maar ook dat stuk dat 'er onder is; in welk geval

geval de x en de y beyde een — zyn, waar door men heeft $-ry \infty -4sx$, of de $ry \infty 4sx$, de gevonde Æquatie.

Stelt men BL nederwaarts, zo heeft men nog een andere oneyndige, die mede de plaats van het punt L is.

Wil men dat het verschil der vierkanten *evengroot* zal wezen als de Inhoud van de Driehoek, zo heeft men $y \infty 4x$: waar uyt blykt dat in zodanigen geval BL viermaal langer zal moeten genomen werden als AB, die men neemt naar believen.



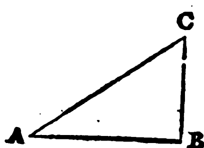
244. *Gegeven zynde de rechte lyn* AB, *beginnende van* A, *en oneyndig vervolgende na* B: *de plaats van het punt* C *te vinden, waar uyt trekkende perpendicularen tot op* AB, *dat de Vierkanten van deze getogene evenredig zyn met de Vierkanten der afgesnedene* AB, *als de lyn* a *tot de lyn* b.

Stellende AB ∞x en BC ∞y, zo zyn $yy / xx // a / b$ evenredig, en daarom $byy \infty axx$.

Stelt men $x \infty 0$, zo is ook $y \infty 0$: waar uyt blykt dat A een punt van de begeerde plaats is. Stelt men $x \infty b$, zo is $byy \infty abb$, of $y \infty \sqrt{ab}$. Hebbende dan genomen AB ∞b, en BD ∞a, en op AD gemaakt een halfrond, snydende de perpendiculaar, uyt B in C, zo is BC $\infty \sqrt{ab}$; en daarom is C een tweede punt. De oneyndige rechte van A door C getogen is dan de plaats van het punt C.

245. *Gegeven zynde een Raam: in hen alle de punten aan te wyzen, waar door men kan trekken lynen evenwydig aan de zyden van de Raam tot aan zyne zyden, zodanig dat de delen van deze lynen (door dit punt gedeelt werdende) weerkerig evenredig zyn.*

Men vind dat alle deze punten gevonden werden in de hoeklyn.



246. *Rechthoekige Driehoeken te maken wiens zyden gedurig evenredig zyn.*

Stellende AB ∞x en BC ∞y, zo is de schuynze AC $\infty \frac{yy}{x}$; en daarom $\frac{x^4}{yy}$, of $\frac{y^4}{xx} \infty xx + yy$ of $y \infty x\sqrt{.\pm\frac{1}{2}+\sqrt{1\frac{1}{4}}}$.

Nemende $x \propto 0$, zo is ook $y \propto 0$; dies is A een punt van de lyn daar C in loopt.

Nemende $x \propto$ de eenheit, zo is $y \propto \sqrt{.\mp\frac{1}{2}+\sqrt{1\frac{1}{4}}}$. AH in AB genomen voor de eenheit, in lengte na believen, zo zet daar op AR rechthoekig, half zo lang als AH: dan getogen HRQ, en daar in genomen RQ RQ yder gelyk RA; ook, in de verlengde AH aan H, genomen HP HP gelyk HQ HQ, en getrokken op AP AP yder een halve kring, snydende de rechthoekige uyt H op AB in K K: zo is HK de korste gelyk $\sqrt{.-\frac{1}{2}+\sqrt{1\frac{1}{4}}}$, en de langste HK $\propto \sqrt{.+\frac{1}{2}+\sqrt{1\frac{1}{4}}}$; en daarom yder $\propto y$: dies is K K een tweede punt. Dan getogen uyt A over K K de oneyndige AKC AKC, zo is yder van deze de plaats van het punt C.

247. *Gegeven zynde twee oneyndige lynen* AE AF, *elkander snydende in* A: *alle de punten* L *te vinden, waar uyt trekkende twee lynen* LB LD *tot de gegeve lynen in* B *en in* D *met gelyke hoeken* LBA LDA *daar op vallende, en zodanig dat het vierkant van de korste* LD *zo groot is als de gelykzydige Driehoek op de langste* LB.

Laat FE getogen wezen evenwydig aan LB.
Stelle AE $\propto a$, FE $\propto b$, AF $\propto c$; AB $\propto x$, BL $\propto y$, en DL $\propto z$.
Men vind lichtelyk dat zz is $\propto yy\sqrt{\frac{3}{16}}$, of $z \propto y\sqrt{\sqrt{\frac{3}{16}}}$.
Voorts. AE a — FE b — AB x? komt BG $\propto \frac{bx}{a}$.

Zo is GL $\propto y-\frac{bx}{a}$, in deze figuur alwaar L buyten de hoek FAE genomen is: daarbinnen zynde zo vind men GL $\propto \frac{bx}{a}-y$.

Om dat de Driehoeken GLD AEF gelykhoekig zyn, daarom zyn evenredig AF c / AE a // GL $y-\frac{bx}{a}$ / DL $y\sqrt{\sqrt{\frac{3}{16}}}$.

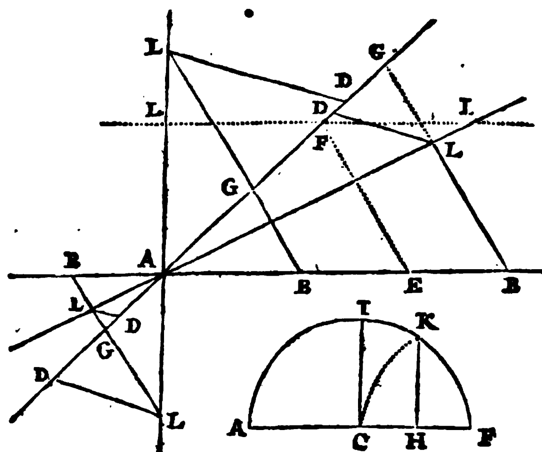
Dies is $cy\sqrt{\sqrt{\frac{3}{16}}} \propto ay-bx$.

of $y \propto \dfrac{bx}{a-c\sqrt{\sqrt{\frac{3}{16}}}}$ als L buyten FAE is:

en

en men vind $y \infty \frac{bx}{a + c\sqrt{\sqrt{\frac{3}{16}}}}$ als L binnen FAE is.

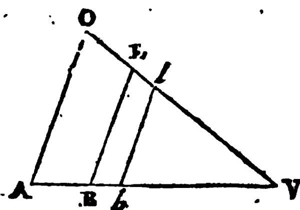
Om de plaats van het punt L in deze te vinden. $x \infty 0$ nemende zo is ook $y \infty 0$: dies is A een punt van hen. $x \infty a \mp c\sqrt{\sqrt{\frac{3}{16}}}$ nemende, zo is $y \infty b$.



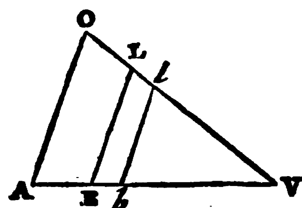
Daarom het punt F genomen in AF na believen, zo maakt op AF een halfront, en neemt in de middellyn FH ∞ 3 delen waar van AF 16 doen, en trekt HK op AF rechthoekig, stotende de omtrek in K: dan genomen FC ∞ FK, en gehaalt CI gelykwydig aan HK, ontmoetende de Kring in I; zo is FI $\infty c\sqrt{\sqrt{\frac{3}{16}}}$. Dan door F getogen een evenwydige aan AE, en daar in genomen, aan weerzyden van F, FL FL yder ∞ FI, en getrokken door A en door L de oneyndige rechte AL AL: zo zyn deze de plaatzen van het begeerde punt L, om dat, halende LB LB evenwydig aan FE, die men trekt na welgevallen, zo is AB AB, of $x \infty a \mp c\sqrt{\sqrt{\frac{3}{16}}}$, en BL, of $y \infty b$.

Hebbende uyt eenig punt van AL getogen LB na believen, snydende of zyn verlengde AF in G, en een ander LD zodanig dat GLD zo wyd is als FAE: zo zal de gelykzydige Driehoek op LB zo groot wezen als het Vierkant op LD.

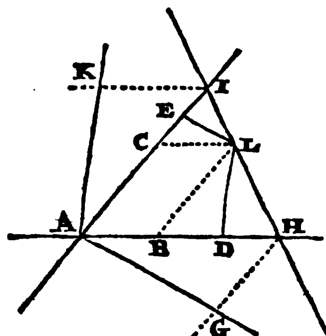
248. ***Een gegeve lyn a in een oneyndige menigte van Arithmetice progressien van vier termen te delen.***



Laat x wezen de eerste Term, $x + y$ de tweede, zo heeft men $4x + 6y \infty a$, of $y \infty \frac{1}{6}a - \frac{2}{3}x$. daarom: genomen AO $\infty \frac{1}{6}a$, en AV $\infty \frac{1}{4}a$, en getogen OV: dan zal, nemende AB na believen, en halende BL evenwydig aan AO, AB wezen de eerste Term,



AB + BL de tweede, AB + 2 BL de derde, en AB + 3 BL de vierde; en deze zullen gezamentlyk zo lang wezen als de gegeve lyn a: maar neemt Ab voor de eerste, zo is Ab + bl de tweede, Ab + 2 bl de derde, en Ab + 3 bl de vierde; en deze zullen te zamen genomen mede zo lang wezen als de gegeve lyn a. en alzo blykt de voldoening van het voorstel.



249. *Gegeven zynde twee oneyndige rechte lynen* AI AH, *elkander snydende in* A: *alle de punten* L *te vinden, waar uyt getogen* LD LE *tot aan deze oneyndige, evenwydig aan de twee gegeve lynen* AK AG, *en zodanig dat haar som, of haar verschil gelyk is aan een gegeve lyn* a.

Aanmerkt LB GH gelykwydig aan AI, en LC IK zodanig aan AH, zo zyn de $\triangle^{en}$ LBD AIK, en ook de $\triangle^{en}$ LCE AHG gelykhoekig.

Zo men nu stelt AB of CL ∞ x, BL ∞ y; AK en ook AG yder ∞ a, AI ∞ b, en AH ∞ c; zo is LD ∞ $\frac{ay}{b}$, en LE ∞ $\frac{ax}{c}$ dies is $\frac{ay}{b} + \frac{ax}{c}$ ∞ a, op de *som*, of y ∞ $b - \frac{bx}{c}$.

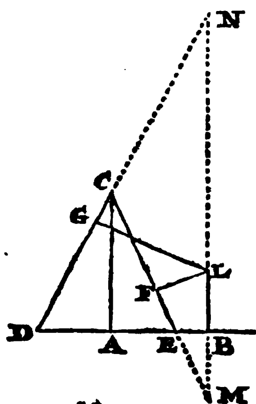
Is x ∞ 0, zo is y ∞ b; en is y ∞ 0, zo is x ∞ c: waar uyt blykt; nemende AK AG yder ∞ a, en halende KI GH evenwydig aan AH AI, dat de stotende punten I en H twee punten zyn van de plaats waar in dat L is, en by gevolg, dat de bepaalde van I tot aan H de plaats zelfs is, om dat y, of LB korter moet wezen als b, of als I A.

Als L in de verlengde van IH aan I valt, zo blyft wel de y een +, maar de x word een —; waar door men als dan heeft $\frac{ay}{a} - \frac{ax}{c}$ ∞ a; aanwyzende dat alsdan LD *min* LE zo lang is als a: maar L in de verlengde aan H vallende, zo blyft de x een +, maar de y word een —; waar door men dan heeft. $-\frac{ay}{b} + \frac{ax}{c}$ ∞ a; tekennen geven-

de

de dat dan LE *min* LD zo lang zal wezen als de gegeve lyn a. zo is dan de oneyndige door I en H de plaats van het punt L; of ze voldoet de eysch van het Voorstel.

Het blykt, wil men dat LD LE evenwydig zullen wezen aan AI AH, dat men slegs AI AH yder zo lang heeft te nemen als a.



250. *Gegeven zynde een gelykbenigen Driehoek* DCE, *wiens grond* DE *korter is als een van de Beenen: alle de punten* L *te vinden, waar uyt men kan trekken perpendicularen op yder van de drie zyden, of op haare verlengdens, als hier* LB LF LG, *die te zamen zo lang zyn als* CA, *die uyt de Top rechthoekig op de Grond valt.*

Verlengt LB tot datze de Beenen of haare verlengdens komt te stoten in M en N.

De Driehoeken EMB LMF LNG zyn alle gelykhoekig aan de Driehoek ECA, of aan DCA, en overzulx zyn haare zyden, overgelyke hoeken staande, evenredig: daarom

Stelle AE of AD $\infty\, a$, CE of CD $\infty\, b$, CA $\infty\, c$, AB $\infty\, x$, en BL $\infty\, y$.

AE a / AC c / EB $x - a$? komt $\frac{cx}{a} - c \infty$ BM;

zo is LM $\infty\, \frac{cx}{a} - c + y$.

AD a / AC c / DB $x + a$? komt $\frac{cx}{a} + c \infty$ BN;

zo is LN $\infty\, \frac{cx}{a} + c - y$. dan

CE b / AE a / LM $\frac{cx}{a} - c + y$? k^t^. $\frac{cx}{b} - \frac{ac}{b} + \frac{ay}{b} \infty$ LF

CD b / AD a / LN $\frac{cx}{a} + c - y$? k^t^. $\frac{cx}{a} + \frac{ac}{b} - \frac{ay}{b} \infty$ LG

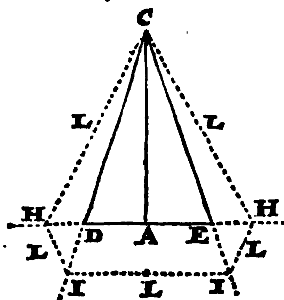
$y \infty$ LB

Vergaart komt $\frac{cx}{\frac{1}{2}b} + y \infty c$

Of $y \infty c - \frac{cx}{\frac{1}{2}b}$ als het punt L is buyten de Driehoek en boven de grond: dezelfde Æquatie vind men mede als L is onder de grond en buyten de verlengde Beenen: maar men vind $y \infty \frac{\frac{1}{2}b - a,\, c}{\frac{1}{2}b + a}$ als L is onder de Grond en tusschen de verlengde Beenen: en $y \infty c$ als L is binnen de Driehoek.

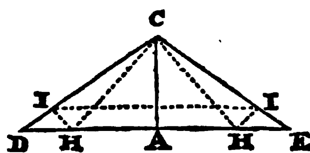
(Uyt

(Uyt dit leste, $y \infty c$, blykt dat het punt L niet kan wezen binnen de Driehoek, maar alleenlyk in de top C: en om dat men dan vind $2ac - 2ay + by \infty bc$, zo blykt, $2a \infty b$ zynde, of de Driehoek *gelykzydig* wezende, dat de y zo wel zal verdwynen als de x verdwenen is, of dat men zal vinden $0 \infty 0$, en by gevolg dat L binnen zodanigen Driehoek mag genomen werden waar men wil; *of dat de plaats van het punt* L *is de geheele vlakte begrepen van de* gelykzydige *Driehoek.*)



Constructie. Verlengt de Grond, en ook de Beenen onder de Grond; en neemt in de verlengde Basis AH AH yder zo lang als de helft van een der Beenen, en trekt CH CH: dan haalt HI HI evenwydig aan zyn overstaande CH CH, stotende de verlengde Beenen in I I; en trekt I I: zo is CHIIHC de plaats van alle de punten L.

Indien men dezelfde Constructie opvolgt in *een gelykbenigen Driehoek waar van dat de Grond* groter *is als een van de Beenen*,



nemende AH AH yder gelyk de helft van de Beenen, halende HI HI evenwydig aan CH CH, en dan I I, zo valt de plaats van het punt L overal binnen de Driehoek, die hier even in 't geheel daar buyten viel: in dit zal CH de plaats van L wezen, mits dat het *verschil* van de Lootlynen uyt L tot de Beenen *en* die op de Grond zo groot is als de Perp. CA; HI HI mede dit verschil *min* die op de Grond; en I I de plaats van L voor de *Som* van die op de Beenen *min* die op de Grond.

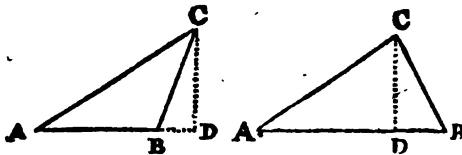
Het punt L binnen de Driehoek nemende, zo vind men

$$\left.\begin{array}{l} LF \infty -\frac{ay}{b} + \frac{ac}{b} - \frac{cx}{b} \\ \text{en } LG \infty -\frac{ay}{b} + \frac{ac}{b} + \frac{cx}{b} \end{array}\right\} \text{de Lootlynen op de Beenen}$$

haar verschil is $\frac{cb}{\frac{1}{2}b}$; hier by *vergaart* y, de Perpendiculaar op de Grond, en de Som ∞c stellende, men heeft $y \infty c - \frac{cx}{\frac{1}{2}b}$, dat ons, als boven, de plaats van CH CH uytlevert: en *trekt* men y van dit *verschil af*, men heeft $y \infty \frac{cx}{\frac{1}{2}b} - c$, dat de plaats van HI HI vind: maar *vergaart* men de Lootlynen op de Beenen, men heeft

$-\frac{ay}{\frac{1}{2}b}$

$-\frac{ay}{\frac{1}{2}b}+\frac{ac}{\frac{1}{2}b}$ (verdwynende de x) hier van y, en de rest gestelt ∞c, men vind $y \infty \frac{a - \frac{1}{2}b,\, c}{a + \frac{1}{2}b}$, dat de plaats I I aanwyst.



251. *Een Driehoek* ABC *te maken, van een gegeve Grond* AB, *en een gegeve hoogte* CD, *wiens Inhoud tot de Som der Vierkanten van de opstaande zyden* AC BC *hebbe een gegeve reden als de helft van* AB *tot een gegeve lyn s.*

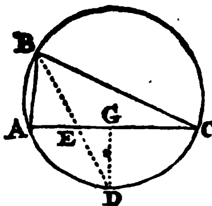
Stellende F in het midden van AB, AF ∞a, CD ∞b, en FD ∞x, zo vind men $xx \infty \frac{1}{2}bs - bb - aa$, of FC $\infty \surd.\, \frac{1}{2}bs - aa$, waar door de opmaking licht valt.

In getallen. Gegeven $a \infty 10\frac{1}{2}$, $b \infty 8$, en $s \infty 48\frac{5}{8}$, vo vind men AC ∞ 17, en BC ∞ 10.

252. *Het zelfde gegeven zynde: de Driehoek zodanig te maken, dat zyne Inhoud tot de Rechthoek van de opstaande zyden zodanigen reden hebbe als de halve grond tot een gegeve lyn.*

Stellende wederom AF ∞a, CD ∞b, en de gegeven lyn ∞s, zo vind men $xx \infty aa - bb \pm b\surd.\, ss - 4aa$, of FC $\infty \surd.\, aa \pm b\surd.\, ss - 4aa$, aanwyzende dat s groter moet wezen als AB.

In getallen. Is AC ∞ 21, CD ∞ 8, en $s \infty 21\frac{1}{4}$, zo vind men $x \infty 4\frac{1}{2}$, ook $\infty 8\frac{1}{2}$: daarom is AC ∞ 17 en BC ∞ 10; ook AC $\infty 5\surd 17$, en BC $\infty 2\surd 17$.



253. *gegeven zynde een Rond, en daar in de Pees* AC: *een punt* B *in den Omtrek te vinden, waar uyt getogen* AB BC, *dat de Rechthoek* ABC *zo groot is als het Vierkant van het geene* BC *langer is als* BA. M. Ghetaldus lib. 1, Probl. 26.

Constructie. Deelt AC zodanig in E, dat de ▭ AEC gelyk is aan het Vierkant van het geenen EC langer is als AE: haalt dan

uyt G, het midden van AC, de Perpendiculaar GD; dan DEB; dan BA BC, die zyn de begeerde.

254. *Twee getallen te vinden van die natuur: als men 't elkens het eene vergaart by het Vierkant van 't andere, dat de uytkomsten zyn Rationale Quadraten.* De 21 des 2 Diophanti.

Stellende het *eene* $\infty\ x - b$. zyn □ is $xx - 2bx + bb$
en het *ander* $\infty\ 4bx$ ———————— $4bx$

Verg. komt $xx + 2bx + bb$, een Rat. Quad.
Resteert dan alleenlyk dat $x - b$, het eerste, vergaart by $16bbxx$, het □ van het tweede, dat is dat $16bbxx + x - b$ is een Rationaal Quadraat: zyn Wortel $\infty\ 4bx - c$ stellende,
zo heeft men $16bbxx + x - b\ \infty\ 16bbxx - 8bcx + cc$
of $x\ \infty\ \frac{cc + b}{1 + 8bc}$

Stellende $c\ \infty\ 3$ en $b\ \infty\ \frac{1}{2}$, zo zyn de begeerde getallen $\frac{19}{13}$ en $\frac{3}{13}$.

Anders. Stellende het eene $\infty\ x$, en het ander $\infty\ y$
zo is $xx + y$ } elk ∞ een Rat. Quadraat.
en $yy + x$ }

Stellende voor de Wortel van 't eerste $x + c$
zo is $xx + y\ \infty\ xx + 2cx + cc$
of $x\ \infty\ \frac{y - cc}{2c}$

en daarom moet dan $yy + \frac{y - cc}{2c}$ een Rationaal Quadraat wezen.

Stellende zyn $\sqrt{}\ \infty\ y + d$, zo vind men
$y\ \infty\ \frac{2ddc + cc}{1 - 4dc}$

Nemende $c\ \infty\ \frac{1}{2}$ en $d\ \infty\ \frac{1}{6}$, zo is $y\ \infty\ \frac{5}{12}$ en $x\ \infty\ \frac{1}{6}$: maar $c\ \infty\ \frac{1}{4}$ en $d\ \infty\ \frac{1}{2}$ nemende, zo is $x\ \infty\ \frac{5}{8}$ en $y\ \infty\ \frac{3}{8}$.

255. *Zoekt twee Getallen, zodanig, dat de resten, trekkende weêrzyts het eene van 't Vierkant des andere, zyn Rationale Quadraten.* De 22 des 2 Diophanti.

256. *Vind twee Getallen, zulx dat het Vierkant van haar Som en yder is een Rationaal Quadraat.* De 25 des 2 Diophanti.

Stellende de Som van de Getallen $\infty\ x$, zo is haar □ $\infty\ xx$. en de $\sqrt{q}$ uyt het □ van haar Som en yder gelyk.

bx

bx —— en —— cx nemende,
———$\sqrt{}$ ———$\sqrt{}$
$bbxx$ ——————$ccxx$ □ van de Som en yder
xx ——————xx □ van de Som.
—————————————— afg.

zo zyn $bbxx - xx$ en $ccxx - xx$, de Getallen
derhalven heeft men $bbxx + ccxx - 2xx \infty x$
of $x \infty \frac{1}{bb + cc - 2}$

Nemende $b \infty 3$ en $c \infty 2$, zo zyn de Getallen $\frac{3}{121}$ en $\frac{8}{121}$, en 't Vierkant van haar Som is $\frac{8}{121}$.

Nota. Op dezelve manier als hier twee Getallen gevonden zyn vind men ontallyke zodanige.

257. *Een gegeve menigte van Getallen te vinden, zodanig zynde, dat het Vierkant van haar Som min yder is een Rationaal Quadraat.*

258. *Een Rationale Driehoek te vinden wiens zyden zyn in een Arithmetische Progressie, en zodanig dat de Inhoud gelyk is aan de Som der drie zyden.*

Stelle $BC \infty x$
$AB \infty x + y$ } haar Som is $2x$
en $AC \infty x - y$ } en haar verschil $2y$
——— verm.
$4xy$
$BC \infty x$ ———
$4y \infty BD$
en alzo is $OC \infty \frac{1}{2}x - 2y$
———————————$\sqrt{}$
□ $OC \infty \frac{1}{4}xx - 2xy + 4yy$
□ $AC \infty xx - 2xy + yy$
□ $AO \infty \frac{3}{4}xx - 3yy$

De *Som* der drie zyden doet $3x$, en dewyl dit even aan de Inhoud moet wezen, daarom deele ik $3x$, door $\frac{1}{2}x$, komt $6 \infty AO$.
——————$\sqrt{}$
dies is $\frac{3}{4}xx - 3yy \infty 36 \infty$ □ AO
gereduceert, komt $x \infty \sqrt{.4yy + 48}$.

En dewyl 'er geen meer stof in de Questie overig is om noch een

een Æquatie te vinden, zo betoont het dat y mag genomen werden na believen: maar om die zodanig te nemen dat x Rationaal kome, zo moet men onderzoeken wat y behoorde te wezen op dat men x zodanig vinde, of op dat $4yy + 48$ een Rationaal Quadraat zy.

Stelle zyn Wortel $\infty\ 2y \pm b$

$$\text{zo is } \overline{4yy \pm 4by + bb}^{\,V} \infty\ 4yy + 48$$
$$\text{of } y \infty \frac{48 - bb}{4b}, \text{ of } \infty \frac{12}{b} - \tfrac{1}{4}b.$$

Nemende $b \infty 4$, zo is $y \infty 2$, en daarom $x \infty 8$: en overzulx zyn de zyden van de begeerde Driehoek 6. 8. 10, ſtaande in een Arithmetiſche Progreſſie: haar Som is 24, en zo veel doet ook haren Inhoud. Alle de Driehoeken die men vind zullen alle van een hoogte zyn, om dat AO ∞ 6 is. En $b \infty 3$ nemende, zo vindmen $9\tfrac{1}{2}$. $6\tfrac{1}{4}$. $12\tfrac{3}{4}$, of haare Viervouden 38. 25. 51. voor de zyden van zodanigen Driehoek.

Indien men de zyden neemt, BC $\infty\ x$, AB $\infty\ x - y$, *en* AC $\infty\ x - 2y$, *men zal vervallen tot een Æquatie van vier Dimenzien, de welke echter tot de bovenſtaande Æquatie zal konnen gereduceert werden.*

259. *Drie Rationale Quadraten te vinden hebbende gelyke verſchillen.* Uyt Vieta.

260. *Drie Ruyters hebben eenigen Buyt gemaakt, beginnen daar meê te ſpelen, met deze conditie, dat de gene die verlieſt aan een yder van de andere zo veel gelt zal geven als een yegelyk hadde voor 't verlies, en dat zy vervolgens de eene na den anderen zullen werpen, zonder ymant over te ſlaan: nu zo werd bevonden, na dat yder eens geſpeelt heeft, en na datter geen ſpel van den Speelder gewonnen is, dat yder even veel geld heeft: de Vrage is hoe veel geld een ygelyk gehad heeft, of zoude konnen gehad hebben eer ze begonnen te ſpeelen: of wat Buyt zy gemaakt hebben?* Uyt Chriſtoffel Rudolf.

Stelle de Buyt, of het geld, van de
eerſte $\infty\ x$
tweede $\infty\ y$
derde $\infty\ z$

Als de *eerſte* verlieſt zo moet hy aan de andere zo veel geven als zy hebben, dat is hy moet aan de *tweede* geven y en aan de *derde* z: dies heeft als dan

de

de *tweede* $2y$
de *derde* $2z$
en de *eerste* $x - y - z$

En om dat de *tweede* het zelfde moet doen als hy het Spel verlieft, dat is dat hy aan de *derde* moet geven $2z$ en aan de *eerste* $x - y - z$, om dat zy, als hy begint te speelen, zo veel hebben, zo volgt dat na zyn verlies

de *derde* heeft $4z$
de *eerste* —— $2x - 2y - 2z$
en dat de *tweede* behoud $3y - z - x$

En om dat de *derde* het zelfde doet terwyl hy het Spel verlieft,

zo heeft de *eerste* $4x - 4y - 4z$
de *tweede* $6y - 2z - 2x$
en behoud de *derde* $7z - x - y$

En dewyl gezegt werd datze evenveel hebben na dat yder een Spel gespeelt heeft, zo zyn dan deze drie Æquatien aan elkander gelyk. Uyt $4x - 4y - 4z \infty 6y - 2z - 2x$, vind men $y \infty \frac{3x - 3z}{5}$: en uyt de vergelyking van $4x - 4y - 4z \infty 7z - x - y$, vind men $y \infty \frac{5x - 11z}{3}$, zo is dan $25x - 55z \infty 9x - 3z$, of $x \infty 3\frac{1}{4}z$, of $z \infty \frac{4}{13}x$: dit gestelt in plaats van z in een van die de welke aan $y \infty$ zyn, komt $y \infty \frac{7}{13}x$.

En alzo 'er geen meer stof in 't Voorstel is om noch een Æquatie te vinden, zo betoont het dat de Questie ongebonden is, om datter twee onbekende Quantiteyten overblyven.

Nemende $z \infty 4$, zo vind men $x \infty 13$, en $y \infty 7$: dies heeft de *eerste Ruyter* dan in 't begin gehad 13, de *tweede* 7, en de *derde* 4. en zo in 't oneyndig.

261. *Deelt* 26 *in drie gedurige evenredige, zodanig dat het Vierkant van het middelste even is aan het dubbelde product van het middelste en het kleenste vergaart by het zesvout van 't kleenste, komt* 2, 6, 18. Deze is de laatste uyt *Stevins Franse Algebra, en is getogen uyt* Cardanus, *zyn* 10 *Boek het* 10 *Kap.*

262. *Drie continue proportionale te vinden wiens Somme is ∞b, en welkers vermenigvuldigde is ∞a,*

Stelle het *eerste* ∞xx
het *tweede* ∞xy } zo zynze continue proportionaal.
en het *derde* ∞yy

 Deze

Deze drie getallen met elkander vermenigvuldigt, komt $x^3 y^3 \infty a$, of $xy \infty \sqrt{C.a}$; dit ∞p stellende,

zo is haar Somme $xx + p + yy \infty b$,

of $xx + yy \infty b - p \infty q$

of $yy \infty q - xx$

$\overline{}\; xx$

$pp \infty xxyy \infty qxx - x^4$

dies is $xx \infty \frac{1}{2}q \pm \sqrt{.\frac{1}{4}qq - pp}$, het *eerste*.

en daarom $yy \infty \frac{1}{2}q \mp \sqrt{.\frac{1}{4}qq - pp}$, het *derde*.

Gegeve zynde $a \infty 216$ en $b \infty 19$. zo zyn de Cont. Prop. 4. 6. 9.

263: *Een Geometrice Progressie van drie termen te vinden wiens vermenigvuldigde is* $\sqrt{8}$, *en dat het Vierkant van het grootste even is aan de Som der Vierkanten van de twee andere. komt* $\sqrt{.-1+\sqrt{5}} : \sqrt{2} :$ *en* $\sqrt{.1+\sqrt{5}}$.

264. *Gegeven zynde een Raam, of een evenwydige Vierhoek* ABDC, *en een punt* E *in een van de zyden* (DB) *of in zyn verlengde: uyt of door het punt* E *een Lyn* EF *te trekken, ontmoetende de overstaande zyde* AC *of zyn verlengde in* F, *zulx dat de Driehoek* FCG *gelyk is aan de Raam* ABDC. Pappus de 164ste prop. van 't zevende Boek, *by hem ongesolveert*.

DB, of CA ∞a
DC, of AB ∞b
ED ∞c
AF ∞x

Trekt EP evenwydig aan DC, zo is die ∞b, en PA ∞ EB $\infty a \pm c$: + als E is in de verlengde van DB aan D gelyk in de eerste Figuur, maar − als E in DB is gelyk in de tweede en derde Figuur.

Om

Om dat EP evenwydig aan DC, of aan CG is, daarom is

$$\begin{array}{l} \text{PF tot PE, als CF} \\ \left.\begin{array}{l}\text{1 Fig. } a+c+x \\ \text{2 Fig. } a-c+x \\ \text{3 Fig. } a-c-x\end{array}\right\} - b - \left\{\begin{array}{l} a+x \\ a+x \\ a-x \end{array}\right\} \text{tot CG} \left\{\begin{array}{l} \frac{a+x,\ b}{a+c+x}, \text{ 1 Figuur.} \\ \frac{a+x,\ b}{a-c+x}, \text{ 2 Figuur.} \\ \frac{a-x,\ b}{a-c-x}, \text{ 3 Figuur.} \end{array}\right. \end{array}$$

Voorts, om dat de ▭ ABDC en de △ FCG even groot zyn, en een Hoek GCF gemeen, of gelyk hebben, daarom is de ▭ GCF het tweevoud van de ▭ DCA; en overzulx is $2ab \propto$ het vermenigvuldigde van CG en CF, dat is, in de

$$\text{1 Fig. } 2ab \propto \frac{aa+2ax+xx,\ b}{a+c+x}: \text{ of } xx \propto aa+2ac$$

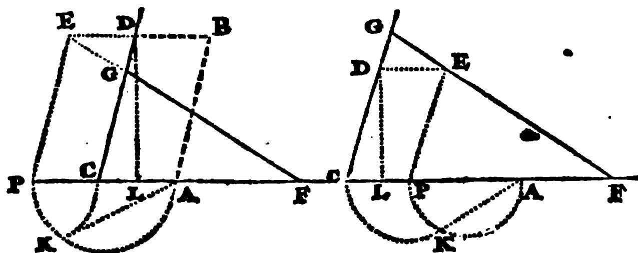
$$\text{2 Fig. } 2ab \propto \frac{aa+2ax+xx,\ b}{a-c+x}: \text{ of } xx \propto aa-2ac$$

$$\text{3 Fig. } 2ab \propto \frac{aa-2ax+xx,\ b}{a-c-x}: \text{ of } xx \propto aa-2ac$$

$$\text{of } xx+cc \propto aa \pm 2ac+cc \propto \square\, \text{AP}$$

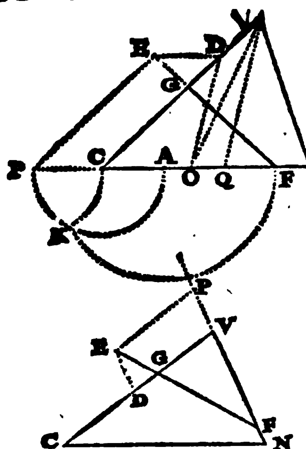
Waar uyt blykt, om het punt F *te vinden, dat men niet anders te doen heeft als op* AP *een Halfrond te maken, en daar in* PK *gelyk aan* PC *te trekken, en dan uyt* A *door* K *een kring te halen, snydende* AP *en zyn verlengde in* F *en* f*: dan getogen* FEG fEg, *ontmoetende de verlengde* CD *in* G *en* g*: zo zyn de* △en FCGF fCgf, *yder in 't bezonder, zo groot als de Raam* ABCD. Welke manier door *van Schoten* beschreven is in zyn Mathematische oeffening, het 49ste van zyn Geometrice Voorstellen, de welke de zelve aldaar Geometrice bewyst.

Hier uyt is openbaar, hoe men uyt of door een gegeve punt E *een Lyn* GF *zal trekken, besluytende met de gegeve Hoek* DCF *de Driehoek* GCF, *hebbende een gegeve groote:*



Want trekkende ED evenwydig aan CF, en EP evenwydig aan GC, en nemende dan CA zodanig dat de ▭ van CA met de Perpendiculaar DL gelyk is aan de Inhoud van de begeerde △GCF, zo zal de evenwydige aan DC uyt A getogen, de verlengde ED ontmoeten in B: en deze Figuren zullen in allès over een komen met de voorgaande.

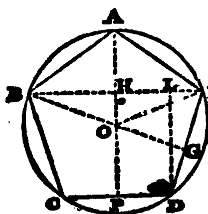
Uyt dit laatste is 't eenemaal openbaar hoe men een Driehoek zal deelen in een gegeve reden, door eene Linie gaande uyt of door een gegeve punt, buyten of binnen de Driehoek:



Want men heeft niet anders te doen als de Lyn EGF te trekken, zodanig dat ze met een van de hoeken des Driehoek, als hier neven met VCN, een △CGF bepaalt even aan het eene begeerde deel. Het punt A werd lichtelyk door de gemeene Meetkonst gevonden: Want deelende CN in O in reden van de deelen in de welke dat men de gegeve Driehoek wil gedeelt hebben, en dan VQ evenwydig aan DO, zo zal A in 't midden van CQ wezen.

En in dien 't gebeurt dat punt F voor by N valt, zo zal men met de zyde VN handelen als hier met CN gedaan is, dat is men zal ED evenwydig VN trekken, en EP evenwydig aan DV, tot dat ze NV of zyn verlengde ontmoet: en voorts zal men het punt A in VN vinden.

265. *In een gegeve Rond een gelykzydigen Vyfhoek te beschryven.* De 11 van 't 4 Boek Euclidis.



Laat ABCDEA de begeerde Vyfhoek wezen.

Aanmerkt AP en BG voor Perpendicularen op CD en DE, zo is haar snee O het Centrium van 't gegeve Rond. getogen hebbende BE, en daar op rechthoekig DL, zo zyn BOHB DELD gelykhoekig.

Stellende AB ∞ x, en de straal OB ∞ 1 (eenheit) zo vind men AH ∞ $\frac{1}{2}xx$, delende xx, de ▭ BAE, door 2, de Middellyn van 't Rond: dies is OH ∞ $1 - \frac{1}{2}xx$. Ook deze AH ∞ $\frac{1}{2}xx$, afgetogen van 2, de Middellyn, rest $2 - \frac{1}{2}xx$, dit met AH ∞ $\frac{1}{2}xx$ gemultipliceert, komt $xx - \frac{1}{4}x^4$ ∞ 't □ HE

dan: BO 1 / OH $1 - \frac{1}{2}xx$ / DE x? komt $\frac{1}{2}x$ ∞ LH

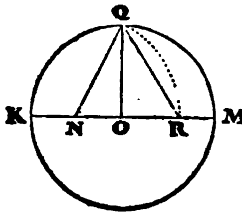
$x - \frac{1}{2}x^3$ ∞ LE

Verg. komt $1\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x^3$ ∞ HE

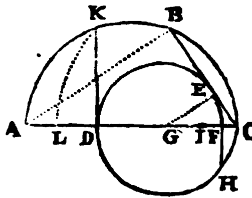
□ HE ∞ $xx - \frac{1}{4}x^4$ ∞ $2\frac{1}{4}xx - 1\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{4}x^6$ ∞ □ HE

of x^4 ∞ $5\ xx - 5$, of xx ∞ $2\frac{1}{2} - \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

waar uyt volgt deze *Con-*



Constructie. Op de Middellyn KM, haalt uyt het Centrum O, de Perpendiculaar OQ: dan uyt N, het midden van KO, getrokken door Q een Boog, ſnydende de Middellyn in R: zo is de rechte QR $\infty\ x$, of de zyde van de Vyfhoek. (want, van QN of NR $\infty \sqrt{}1\frac{1}{4}$, getogen ON $\infty\ \frac{1}{2}$, reſt OR $\infty - \frac{1}{2} + \sqrt{}1\frac{1}{4}$, zyn □ is $1\frac{1}{2} - \sqrt{}1\frac{1}{4}$, hier by 1, het □ van OQ, komt $2\frac{1}{2} - \sqrt{}1\frac{1}{4}$ voor het □ QR, en om dat deze $2\frac{1}{2} - \sqrt{}1\frac{1}{4} \infty\ xx$ is, daarom is QR $\infty\ x$) *zynde de Regel op deza gegeven by* Ptolomeus, *en aan getekent by* Clavius *in zyn* Scholium *op de* 10 *den* 13 *Euclidis.*



266. *Gegeven zynde een Halfrond* ABCA, *en een punt* D *in de middellyn* AC: *op deſe Middellyn een ander halfrond* DEF *te trekken, zodanig, halende uyt* C *de Pees* CB, *dit laatſte halfrond rakende in* E, *dat* BE *zo lang is als* AD. Pappus de 85 prop. van 't 7 Boek.

AD $\infty\ a$
DC $\infty\ b$
DG of GF $\infty\ x$
CE $\infty\ y$

Getogen hebbende GE, zo is die evenwydig aan AB, en om dat hy mede $\infty\ x$ is, en GC $\infty\ b - x$, zo heeft men

□ GC $\infty\ bb - 2bx + xx \infty\ xx + yy$

of $x \infty \frac{bb - yy}{2b}$

en om dat AG $a + x$ / BE a // GC $b - x$ / EC y evenredig zyn,

of $a + \frac{bb - yy}{2b}$ / a // $b - \frac{bb - yy}{2b}$ / y

daarom is $ay + \frac{bb - yy, y}{2b} \infty\ ab - \frac{bb - yy, a}{2b}$

of $\frac{bb - yy, y + a}{2b} \infty\ ab - ay$

$b - y$ ———————— $2b$

of $b + y, y + a \quad \infty\ 2ab$

of $yy \infty - ay - by + ab$, waar uyt wy vinden deze

Bewerking. Trekt uyt D de Perpendiculaar DK, en neemt DI gelyk $\frac{1}{2}$ AC: dan maakt IL als IK (zo is DL $\infty\ y$): dan op DC een halfrond, en daar in genomen CH gelyk DL, en getogen de de Perpendiculaar HF, zo zal het halfrond op DF het begeerde voldoen.

 267. *Van*

267. *Van een gelykzydigen gelykhoekigen Vyfhoek gegeven zynde de Hoeklyn (dat is de Lyn getogen uyt de eene Hoek tot de ander) gelyk* 100: *Vrage na de lengte van yder zyde?* *Antw* $-50+50\sqrt{5}$. Is de laatste uyt Peletario

268. *Vind twee getallen wiens verschil der Vierkanten even is aan haar vermenigvuldigde, en wiens Som der Vierkanten, gedeelt door 't Middelproportionaal der getallen, voortbrengt het Vierkant van 't verschil der getallen.*

Stellende 't *grootste* $\infty\ x$
en 't *kleenste* $\infty\ y$
—— verm.
zo is $xx - yy \infty xy$
of $x \infty \frac{1}{2}y + y\sqrt{1\frac{1}{4}}$
of $x \infty ay$, stellende $\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}} \infty a$.

De begeerde Getallen zyn dan ay 't *grootste*
en y 't *kleenste*.

Met deze ay en y, 't overige van de Questie vervolgende, men vind
$\frac{q}{pp} \infty \sqrt{ayy}$, stellende $p \infty a - 1$, en $q \infty aa + 1$
—— √
of $\frac{qq}{p^4} \infty ayy$, of $yy \infty \frac{qq}{ap^4}$, het □ van 't kleenste.

Om deze $\frac{qq}{ap^4}$ te vinden, zo doet na de Specien van de Surdische getallen als volgt:

$a \infty \frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$ $\qquad$ $a - 1$, of $p \infty -\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$
—— √ $\qquad$ —— √
$aa \infty 1\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$ $\qquad$ $pp \infty 1\frac{1}{2} - \sqrt{1\frac{1}{4}}$
1 $\qquad$ —— √
—— vergt. $\qquad$ $p^4 \infty 3\frac{1}{2} - 3\sqrt{1\frac{1}{4}}$
$q \infty 2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$ $\qquad$ $a \infty \frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$
—— √ $\qquad$ —— verm.
$qq \infty 7\frac{1}{2} + 5\sqrt{1\frac{1}{4}}$ $\qquad$ $ap^4 \infty -2 + 2\sqrt{1\frac{1}{4}}$
$-2 - 2\sqrt{1\frac{1}{4}}$ —— $-2 - 2\sqrt{1\frac{1}{4}}$ *residuum*
—— verm.
$-27\frac{1}{2} - 25\sqrt{1\frac{1}{4}}$ gedeelt door -1
komt $27\frac{1}{2} + 25\sqrt{1\frac{1}{4}} \infty \frac{qq}{ap^4}$, of yy
$1\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}} \infty aa$
—— verm.
komt $72\frac{1}{2} + 65\sqrt{1\frac{1}{4}} \infty aayy$, of xx.

zo is dan 't *grootste* begeerde getal $\sqrt{.72\frac{1}{2} + 65\sqrt{1\frac{1}{4}}}$
en 't *kleenste* begeerde getal $\sqrt{.27\frac{1}{2} + 25\sqrt{1\frac{1}{4}}}$

Dit kan men lichtelyk proberen. Men vind voor 't vermenigvuldigde van deze getallen 45 + 40 √1½, *en ook zo veel voor 't verschil van haare Vierkanten. De Som der Vierkanten* 100 + 90 √1½, *gedeelt door de √q. uyt* 45 + 40 √1½, *dat is door* 5 + 4 √1½, *zynde het middel proportionaal der gevondene getallen, komt* 10 + 10 √1½. *'t Zelfde vind men mede voor het Vierkant van* √72½ + 65 √1½ — √27½ + 25 √1½, *het verschil der getallen.*

269. *Uyt een gegeve punt* A, *tot een gegeve oneyndige Lyn* CB, *twee Lynen* AB AC *te trekken, zodanig dat de Vierkanten van deze getogene* AB AC *te zamen gelyk zyn aan een gegeve Vlak, en dat de Hoek* BAC *zo wyd is als een gegeve Hoek* THL.

Aanmerkt om de △ ABC een Rond beschreven te zyn, wiens Middelpunt is O; en laat getogen zyn de Perpendicularen AD OP OQ; voorts de lynen AO OC.

Stellende het Vlak ∞ *bb*, zo is
□AC + □AB ∞ *bb*
AD ∞ *a*
HT ∞ *m*
HL ∞ *n*
OP, of DQ ∞ *x*
OQ, of DP ∞ *y*

Dewyl AQ is ∞ *a* + *x*, of ∞ *a* — *x*, zo vind men daar door het □OC ∞ *aa* ± 2*ax* + *xx* + *yy*

□AC + □AB ∞ *bb*
2 □AD ∞ 2*aa*
——————— afg.
Rest □CD + □BD ∞ *bb* — 2*aa*
½ ———————
□CP + □PD ∞ ½*bb* — *aa*, na de 9 des 2 *Eucl.*
□PD ∞ *yy* ——— afg.
□OP ∞ *xx* ——— verg.
———————
komt □OC ∞ ½*bb* — *aa* — *yy* + *xx*
boven is □OC ∞ *aa* ± 2*ax* + *yy* + *xx*
dies is *yy* ∞ ¼*bb* — *aa* ∓ *ax* ∞ □OQ
+ *aa* ± 2*ax* + *xx* ∞ □AQ
——————— verg.
komt ¼*bb* ± *ax* + *xx* ∞ □OC

Hier uyt blykt dat de Halfmiddellyn van 't Rond, als CO, ∞ ½*b* zoude zyn, indien de gegevene Hoek H recht waar, om dat in

in zodanigen geval $x \infty 0$ is, en overzulx 't $\square CO \infty \frac{1}{4}bb$, of $CO \infty \frac{1}{2}b$. En men heeft dan alleenlyk uyt A als middelpunt, met $\frac{1}{2}b$ als straal, een Ront te trekken, en alwaar dit de Lyn BC snyt, moet men weêrzyts $\frac{1}{2}b$ nemen, zo bekomt men de stippen B en C.

Maar indien de gegeve Hoek H scheef is, zo trekt TL rechthoekig op HL, dan zyn de $\triangle^{en}$ THL COP gelykhoekig, om dat THL, of BAC gelyk aan COP is, en L en P beyde recht zyn, en overzulx is 't

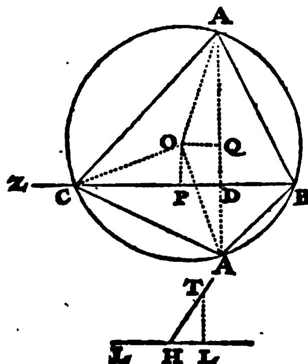
HL tot TH, als OP tot CO

n —— m —— x / $\frac{mx}{n}$

$$\text{zyn } \square \frac{mmxx}{nn}, \text{ is } \infty \tfrac{1}{4}bb \pm ax + xx$$

$$\text{dies is } pxx \infty \pm ax + \tfrac{1}{4}bb, \text{ stellende } p \infty \frac{mm}{nn} - 1$$

Hier door vind men lichtelyk de Lyn x, of DQ, waar door de stip Q bepaalt werd; en om dat y, of OQ, is $\infty \sqrt{.\tfrac{1}{4}bb - aa + ax}$, zo werd deze OQ, en daar door het punt O mede bepaalt: en trekkende uyt O als middelpunt, met OA als straal, het Rond ABAC, zo vind men de punten B en C.



270. *Gegeven zynde een rechte Lyn* BC: *uyt zyn eynden* C *en* B *twee Lynen te zamen te trekken, bevattende een Hoek* CAB, *gelyk zynde aan een gegeve Hoek* H, *en zodanig dat de Som van hare Vierkanten,* (*dat is het* $\square$ CA + $\square$ AB) *tot de Inhoud van de* $\triangle$ ABC *hebbe een gegeve reden als* 4 d *tot* a. Uyt de Commentarien op de Geometria van des Cartes, door F. van Schoten.

Om dat de Lyn BC, en de Hoek over dezelve, als CAB, gegeven zyn, zo kan men lichtelyk door 't 33 van 't 3 Euclidis (Leering op 't 24 V.) op BC een Boog trekken, in de welke een Hoek past even aan de Hoek H, dat gedaan zynde, zo blyft overig, in deze Boog, de stip A te vinden, zulx dat het $\square$ AC + $\square$ AB tot de Inhoud ACB is als $4d$ tot a.

Laat getogen zyn OP en OQ rechthoekig op CB en AA, en de rest als te zien is.

PB,

PB, of PC $\infty\, a$
PO, of DQ $\infty\, f$
PD, of OQ $\infty\, x$
AD $\infty\, y$

Men vind lichtelyk, dat het □ AC + □ AB $\infty\, 2aa + 2xx + 2yy$ is; en om dat dit tot de Inhoud van de △ ABC, $\infty\, ay$, moet wezen als $4d$ tot a, daarom vind men $xx + yy \infty\, 2dy - aa$: men vind ook $xx + yy \infty \mp 2fy + aa$, om dat □ CP + □ OP ∞ □ AQ + □ OQ is: zo is dan $2dy - aa \infty \mp 2fy + aa$, of $y \infty \frac{aa}{d \pm f}$

Beziet hier op een geheele andere bewerking by van Schoten in zyn Commentarien voornoemt, pag. 150.

A ——— C ——— B

271. *Een gegeve Lyn* AB *in* C *zodanig te deelen, dat de gelykzydige Driehoek op het eene deel* AC *gelyk is.*

1. *aan de* ▭ ACB.
2. *aan de* ▭ ABC.
3. *aan 't* □ CB.

Stellende AB $\infty\, a$, en AC $\infty\, 2x$,
zo vind men voor de Inhoud van de gelykzydige △ op AC beschreven $xx\sqrt{3}$. En dewyl CB is $\infty\, a - 2x$, daarom
is de ▭ ACB $\infty\, 2ax - 4xx$,
de ▭ ABC $\infty\, aa - 2ax$,
en 't □ BC $\infty\, aa - 4ax + 4xx$.

zo is dan $xx\sqrt{3} \infty\, 2ax - 4xx$ —— op 't *eerste*.
$xx\sqrt{3} \infty\, aa - 2ax$ —— op 't *tweede*.
$xx\sqrt{3} \infty\, aa - 4ax + 4xx$ op 't *derde*.

Daar door vind men, op 't *eerste* $2x \infty \frac{2a}{2 + \frac{1}{2}\sqrt{3}}$.

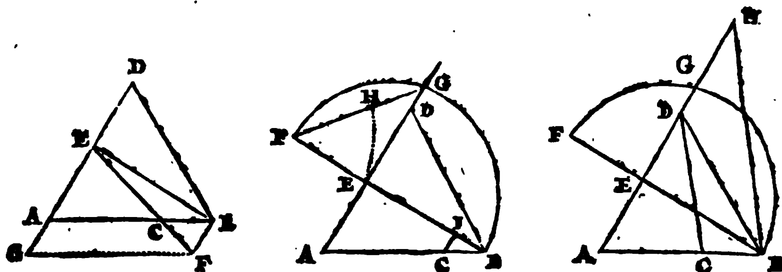
op 't *tweede* $2x \infty \frac{-2a + 2a\sqrt{.1 + \sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$

op 't *derde* $2x \infty \frac{2a,\, 2 - \sqrt{\sqrt{3}}}{4 - \sqrt{3}}$.

of $2x \infty \frac{2a}{2 + \sqrt{\sqrt{3}}}$, delende de Teller en Noemer beyde door $2 - \sqrt{\sqrt{3}}$.

Op deze quantityten, die gelyk aan $2x$ zyn, vinden wy deze *Constructien*.

Maakt op AB een gelykzydigen Driehoek ADB, en trekt de Perpendiculaar BE.



Op 't 1. Haalt BF evenwydig aan EA, en zo lang als $\frac{1}{4}$ BE, en trekt EF, snydende AB in het begeerde punt C.

't Bewys. Trekt FG evenwydig aan AB, tot aan de verlengde DA, zo is GF ∞ AB ∞ a.

Stellende AB ∞ 2, zo is AE ∞ 1, en BE ∞ $\sqrt{3}$.

Om dat GA ∞ $\frac{1}{4}\sqrt{3}$ is, daarom is GE ∞ $1 + \frac{1}{4}\sqrt{3}$

dan: GE $1 + \frac{1}{4}\sqrt{3}$ / GF a / AE 1? komt AC, of $2x \infty \frac{2a}{1 + \frac{1}{4}\sqrt{3}}$.

Op 't 2. Neemt in de verlengde BE, EF ∞ EA, en maakt op FB een halfrond, snydende de verlengde ED in G; dan haalt FG, en neemt daar in EH ∞ FE: dan, in EB, genomen EI ∞ 2 HG, en gehaalt IC evenwydig aan EA, zo is C in deze het begeerde punt.

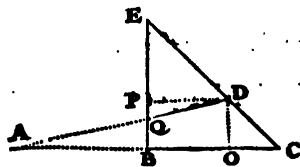
't Bewys. FG is ∞ $\sqrt{.}\,1 + \sqrt{3}$, dies is HG ∞ $-1 + \sqrt{.}\,1 + \sqrt{3}$ of EI ∞ $-2 + 2\sqrt{.}\,1 + \sqrt{3}$

dan: BE $\sqrt{3}$ / EI $-2 + 2\sqrt{.}\,1 + \sqrt{3}$ / AB a? komt AC, of $2x \infty \frac{-2a + 2a\sqrt{.}\,1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Op 't 3. Het punt G gevonden hebbende als in het tweede, zo neemt DH ∞ EG; haalt HB, en daar aan evenwydig DC, zo is C &c.

't Bewys. EG, of DH is ∞ $\sqrt{\sqrt{3}}$, en daarom AH ∞ $2 + \sqrt{\sqrt{3}}$:

dan: AH $2 + \sqrt{\sqrt{3}}$ / AB a / AD 2? komt $\frac{2a}{2 + \sqrt{\sqrt{3}}}$ ∞ AC, of $2x$.

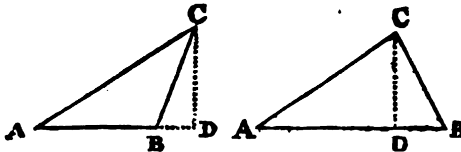


272. *Gegeven zynde een gelykbenigen rechthoekigen Driehoek* BCE, *en een punt* A *in de verlengde* CB: *Uyt* A *dezelve Driehoek in tweën gelyk te deelen, mits dat* BA *is gelyk* BC.

Trekkende DO DP, rechthoekig op BC BE: en stellende AB, of

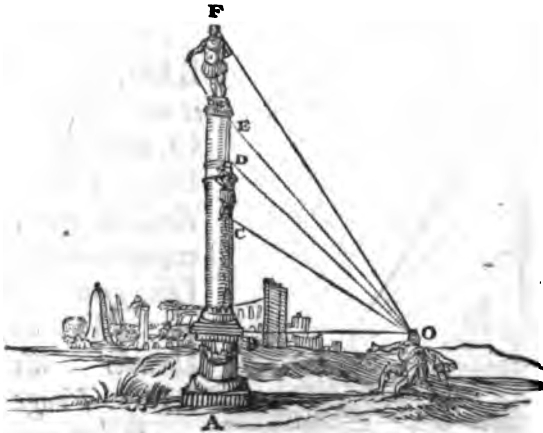
of BC, of BE ∞a, BQ ∞x, OD ∞z, zo is QE $\infty a - x$, en PD $\infty a - z$. en werkende naar behooren, men vind $x \infty 1\frac{1}{4}a - \sqrt{\frac{17}{16}aa}$, of $\infty 1\frac{1}{4}a - \frac{1}{4}a\sqrt{17}$, of $\overline{1\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{17}}, a$.

$a \infty 8$ gegeven zijnde, zo is 't een van de zes Voorbeelden door *Curtius* voorgestelt. En men vind x of BQ $\infty 10 - 2\sqrt{17}$, en z of DO $\infty 7 - \sqrt{17}$.



273. *Van een Scheefhoekigen Driehoek* ABC *is gegeven de Basis* AB ∞ a, *de Perpendiculaar* CD ∞ b, *en de Som of 't verschil der opstaande zyden* AC *en* BC ∞ c: *Vrage na yder zyde in 't bezonder, Telkonstig en Meetkonstig?*

Als men de Inhoud $\infty 84$ stelt, AB $\infty 15$, en AC + BC $\infty 27$, zo is 't een van de konstige Questien door *Ludolf van Keulen* voorgestelt.
AC vindmen $\infty 14$, en BC $\infty 13$.



274. *Te vinden waar dat men het Oog* O *zal moeten houden, om de Beelden* CD *en* EF, *(daar van de bovenste groter is als de onderste) even groot te zien: als afgemeeten is dat* BC *is* 30, CD 10, DE 20, *en* EF 12 *Voeten; mits dat* BO *Horizontaal is.*

Stellende OB ∞x.
zo is de $\triangle$ COD $\infty 5x$, en de $\triangle$ EOF $\infty 6x$.
men vind CO $\infty \sqrt{.xx + 900}$, DO $\infty \sqrt{.xx + 1600}$,
EO $\infty \sqrt{.xx + 3600}$, FO $\infty \sqrt{.xx + 5184}$.

om

Om dat de hoeken COD en EOF evenwyd zullen moeten wezen, zullen de Beelden CD en EF even groot in 't oog zich vertoonen, daarom zyn de Driehoeken COD en EOF evenredig met de Rechthoeken COD en EOF: dies zyn evenredig $5\,x$ tot $6\,x$, of 5 tot 6, als $\sqrt{.\,x^4 + 2500\,xx + 1440000}$ tot $\sqrt{.\,x^4 + 8784\,xx + 18662400}$: daar door vind men

$$11x^4 \infty 129600\,xx + 414720000$$

2 / 64800 *

√ 4199040000

4561920000. 11 maal 414720000

8760960000

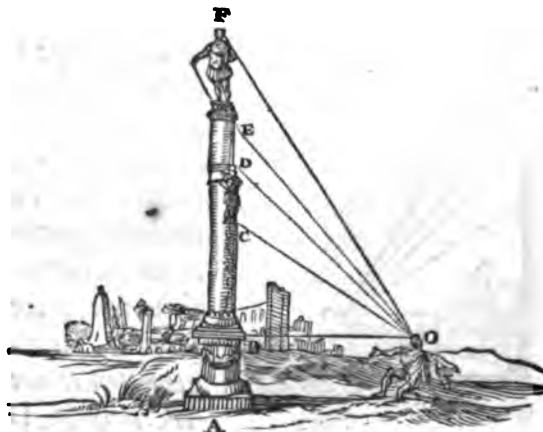
√ 93600

64800 *

158400

11 / 14400 ∞ xx

√ voeten 120 ∞ x voor BO, 't begeerde.

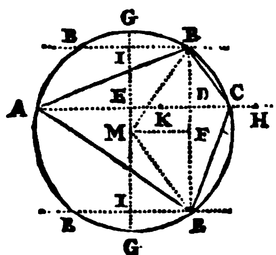


275. *Indien B Horizontaal is met het Oog O, en dat* CD DE EF *drie Beelden zyn, waar van dat* DE *groter is als* CD *en kleender als* EF: *Vrage waar dat men staan moet om deze drie Beelden evengroot te zien.*

Gegeven CD ∞ 9, DE ∞ 13, en EF ∞ 25 Voeten, zo moet B $8\frac{2}{14}$ voet beneden C zyn, en dan BO Horizontaal ∞ $\frac{1}{7}\sqrt{35321}$, dat is na genoeg 26. 85 Voeten, of $26\frac{17}{20}$ Voeten.

Aanmerkende dat EO de Hoek DOF in tweên gelyk snyd, en DO

DO de hoek COE, zo vindmen daar door twee Æquatien stellende BO ∞x en BC ∞y, te weten $169xx + 169yy + 15886y + 373321 \infty 625xx + 625yy + 11250y + 50625$, of $20\frac{1}{3}y + 1415\frac{1}{3} \infty 2xx + 2yy$, en $81xx + 81yy + 3564y + 39204 \infty 169xx + 169yy$, of $81y + 891 \infty 2xx + 2yy$: dies is $20\frac{1}{3}y + 1415\frac{1}{3} \infty 81y + 891$, of $y \infty 8\frac{9}{14}$. Hier door vind men $xx \infty \frac{35321}{49}$, of $x \infty \frac{1}{7}\sqrt{35321}$.



MB ∞a
ME ∞b
AE of EC ∞c
ED ∞x
DB ∞y
AB—BC $\infty 2z$

276. *Gegeven zynde een Kring wiens middelpunt is* M, *en twee punten* A *en* C *in deze Kring: in de zelve het punt* B *te vinden, waar uyt getogen* BA BC, *dat deze te zamen genomen zo lang zyn als een gegeve lyn* 2 d. d *korter wezende als* AG, *en langer als* AE: G *het midden van de boog* ABC, *en* E *het midden van* AC *wezende.*

Laat getrokken wezen ME en BD, beyde rechthoekig op AC, en MF zodanig op BD of op zyn verlengde,

BA is $\infty d + z$ en BC $\infty d - z$; en men vind

$$dd + 2dz + zz \infty cc + 2cx + xx + yy$$

en $dd - 2dz + zz \infty cc - 2cx + xx + yy$

Door additio van deze vind men $dd - cc + zz \infty xx + yy$,
en door de △MBF vind men $\mp 2by + cc \infty xx + yy$.
— in 't kleen en + in 't groot Peesdeel,
zo is dan $dd - cc + zz \infty \mp 2by + cc$
of $dd - 2cc + zz \infty \mp 2by$
hier by $dd - zz \infty + 2ay$, die men vind, aanmerkende dat de ▭ ABC is ∞ de ▭ GG, BD.
komt $2dd - 2cc \infty 2ay \mp 2by$,
of $y \infty \frac{dd - cc}{a \mp b}$.

aanwyzende dat $a \mp b / d + c // d - c / y$ evenredig zyn; en by gevolg dat men het Punt B vind makende dat EG / AH // CH / EI evenredig zyn (EH ∞d zynde) en trekkende door I een gelykwydige aan AC, snydende de gegeve kring in BB, de begeerde punten.

Wil men B *vinden waar door het verschil tussen* BA *en* BC *zo lang*

is als een gegeven lyn $2d$, zo vind men, op vorige wyze, AB + BC $\infty\ 2z$ nemende, $y \infty \frac{cc - dd}{a \pm b}$, of dat $a \pm b$ / $c + d$ // / $c - d$ / y evenredig zyn, en daarom het punt I, makende dat EG / AK // CK / EI gelykredig zyn, EK $\infty\ d$ wezende.

In getallen. In een Rond wiens middellyn is 85, is beschreven een Driehoek ABC, daar van AC doet 84, en AB + BC doen te zamen 108: Vrage na AB en BC? antwoord AB doet 68 en BC 40 als de hoek ABC Bot is: maar AB doet $54 + \frac{6}{7}\sqrt{1249}$, en BC $54 - \frac{6}{7}\sqrt{1249}$ als ABC scherp is.

Zoekt eerst EM, daar voor vind men $6\frac{1}{2}$: zo is dan EG ∞ 36 $\infty\ a - b$; en om dat d is ∞ 54, en $c \infty 42$, zo vind men $y \infty 32$; en daarom $2ay \infty 2720$, zynde $\infty\ dd - zz$, dat is $\infty\ 2916 - zz$: dies is $zz \infty 196$, of $z \infty 14$; dit by en van $d \infty 54$, komt 68 voor AB en 40 voor BC.

De andere getallen vind men op de zelfde wyze EG ∞ 49 $\infty\ a + b$ gebruykende.

En is het verschil tusschen AB en CB gegeven ∞ 28, men vind de zelfde getallen.

277. *Twee getallen te vinden welkers Somme der Cuben, vermenigvuldigde, en Somme der getallen alle gelyk zyn.*

Stelt voor de getallen $x + y$ en $x - y$. Men vind voor het eene $\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{13}{16}} + \sqrt{.} - \frac{1}{8} \mp \frac{1}{2}\sqrt{\frac{13}{16}}$; en voor het ander $\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{13}{16}} - \sqrt{.} - \frac{1}{8} \mp \frac{1}{2}\sqrt{\frac{13}{16}}$.

278. *Idem, dat het verschil der Cuben, het vermenigvuldigde, en 't verschil der getallen alle gelyk is.*

Komt voor de getallen $-\frac{3}{4} + \sqrt{\frac{13}{16}} + \sqrt{.} - \frac{1}{8} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{13}{16}}$.
en $+\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{13}{16}} + \sqrt{.} - \frac{1}{8} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{13}{16}}$.

Indien men in plaats van het vermenigvuldigde *neemt de Som of het verschil der* Vierkanten, *zo zal men de Getallen gelyk, of het eene* ∞ 0 *vinden.*

279. *Vind drie gedurige evenredige, van de welke de Som der eerste en derde is gelyk een gegeve getal* a, *en de Som der Quadraten gelyk een gegeve getal* b.

't eerste $\infty\ xx$
't tweede $\infty\ xy$
't derde $\infty\ yy$

De Quantiteyten stellende als hier neven, zo zynze gedurig evenredig, rest alleenlyk dat

$xx + yy$ is ∞a

of $x^4 + 2xxyy + y^4 \infty aa$ $\surd$

en dat $x^4 + xxyy + y^4 \infty b$

afgetogen, rest $xxyy \infty aa - b$ $\surd$

of $xy \infty \surd . aa - b \infty p$, het *tweede*.

Nu is bekent de Som der uytterste ∞a, *en de middelste* ∞p.

Waar door men vind $xx \infty \frac{1}{2}a \pm \surd . \frac{1}{4}aa - pp$, het *eerste*.

en $yy \infty \frac{1}{2}a \mp \surd . \frac{1}{4}aa - pp$, het *derde*.

Gegeven zynde $a \infty 100$, en $b \infty 8000$: zo zyn de gedurige evenredige $50 \pm 10\surd 5 : 20\surd 5 : 50 \mp 10\surd 5$: *en dan is het de* 44 *Questie van L. van Keulen.*

280. *Idem, gegeven zynde 't vermenigvuldigde van haar alle* ∞a, *en de Som van haare Quadraten* ∞b.

Zo is $x^3 y^3 \infty a$ $\surd C.$ ——— gedeelt, komt $xxyy \infty \frac{a}{\surd C. a}$ of $\surd C. aa$.

$p \infty xy \infty \surd C. a$

By deze Æquatie $\surd C. aa \infty xxyy$, vergaart de Æquatie $b \infty x^4 + xxyy + y^4$, komt $b + \surd C. aa \infty x^4 + 2xxyy + y^4$ $\surd$

$\surd b + \surd C. aa \infty xx + yy \infty q$.

Nu is wederom bekent de Som der uytterste ∞q, *en de middelste* ∞p, dies vind men als voren, $xx \infty \frac{1}{2}q \pm \surd . \frac{1}{4}qq - pp$

en $yy \infty \frac{1}{2}q \mp \surd . \frac{1}{4}qq - pp$.

Gegeven zynde $a \infty 216$, en $b \infty 133$, zo vind men voor de gedurige evenredige 4. 6. 9.

281. *Van dezelve gegeven zynde de Som van haar alle* ∞ a, *en de Som van haare Vierkanten* ∞ b: *Vrage &c.*

Zo is $xx + xy + yy \infty a$ $\surd$

of $x^4 + xxyy + y^4 + 2x^3y + 2xxyy + 2xy^3 \infty aa$

en $x^4 + xxyy + y^4$ ——— ∞b afg.

rest $2x^3y + 2xxyy + 2xy^3 \infty aa - b$

gedeelt door $xx + xy + yy \infty a$

komt $2xy \infty \frac{aa - b}{a}$, of $xy \infty \frac{aa - b}{2a} \infty p$, dit van $xx + xy + yy \infty a$. Rest $xx + yy \infty \frac{aa + b}{2a} \infty q$, het *eerste* en *tweede*.

Nu is wederom bekent de Som der uytterste ∞q, *en de middelste* ∞p; dies vind men, als voren, $xx \infty \frac{1}{2}q \pm \sqrt{\cdot \frac{1}{4}qq - pp}$ het *eerste*,

en $yy \infty \frac{1}{2}q \mp \sqrt{\cdot \frac{1}{4}qq - pp}$ het *derde*.

Gegeven zynde $a \infty 20$, en $b \infty 140$, [*Zo is het de derde uyt de Algebra van Kinkhuysen*, *pag.* 98. Die hy aldaar volgens de gemeene weg solveert.] zo vind men p, het *middelste*, $\infty 6\frac{1}{2}$, en de *uytterste* $6\frac{3}{4} + \sqrt{3\frac{1}{16}}$, en $6\frac{3}{4} - \sqrt{3\frac{1}{16}}$.

282. *Twee Rationale Cubiquen te vinden wiens Somme even is aan de Somme van haare zyden.* De 11 des 4 Diophanti.

Stelle de zyden ∞ax, zo zyn de Cuben a^3x^3
en ∞bx en b^3x^3.
——————————————— vergaart,
zo is $a+b, x \infty a^3+b^3, x^3$
x ———————————————
of $a+b \infty a^3+b^3, xx$
$a+b$ ——————————————— gedeelt.
of $1 \infty aa - ab + bb, xx$
of $x \infty \frac{1}{\sqrt{\cdot aa - ab + bb}}$

Resteert dan dat $aa - ab + bb$ is een Rationaal Quadraat: stellende zyn Wortel $\infty a + c$,

zo is $aa - ab + bb \infty aa + 2ac + cc$
of $a \infty \frac{bb - cc}{b + 2c}$

Waar uyt blykt dat c kleender moet genomen werden als b.

Nemende $b \infty 2$ en $c \infty 1$, zo vind men $a \infty \frac{3}{4}$; dies is $x \infty \frac{4}{7}$, en daarom $ax \infty \frac{3}{7}$, en $bx \infty \frac{8}{7}$: en alzo zyn de begeerde Rationale Cubiquen $\frac{27}{343}$, en $\frac{512}{343}$.

283. *By een Rationale Cubicq, en ook by zijn zijde, een zelfde Rationaal getal te vergaren dat'er het zelvige weêrkeerig uytkomt, dat is, dat het eerste beloop by de Cubicq de zyde is, waar van het tweede beloop by de zyde zyn* Cubicq *is.* De 10 des 4 Diophanti.

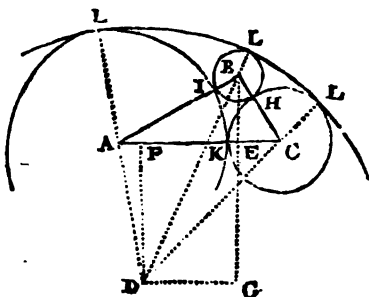
Stelle de zyde van de Cubicq, om hem Rationaal te hebben, ∞ax, zo is zyn Cubicq a^3x^3: indien wy voor 't vergaartal nemen $b^3x^3 - ax$, zo zal 't beloop van deze en de zyde ax zyn b^3x^3, een Rationale Cubicq; en 't beloop van de zelve $b^3x^3 - ax$ en de Cubicq van ax, als a^3x^3, zal zyn $a^3x^3 + b^3x^3 - ax$; en dit moet dan even zyn aan bx, de zyde van 't eerste beloop: Wy

Wy hebben dan $a^3x^3 + b^3x^3 - ax \infty bx$

of $x \infty \frac{1}{\sqrt{.\,aa - ab + bb}}$

De rest is als in 't voorgaande, men vind $a \infty \frac{bb - cc}{b + 2c}$.

Nemende $b \infty 2$ en $c \infty 1$, zo vind men voor de begeerde Rationale Cubicq $\frac{27}{343}$, en voor het vergaartal $\frac{365}{343}$. Vergaart men deze $\frac{365}{343}$ by de gevonde Cubicq $\frac{27}{343}$, men heeft $\frac{8}{7}$; en vergaart men het by $\frac{3}{7}$, de zyde van deze Cubicq, men heeft $\frac{512}{343}$, de Cubicq waar van het eerste beloop $\frac{8}{7}$ de zyde is.



284. *Gegeven zynde drie Ronden welkers middelpunten zyn* A B C, *elkander rakende in* I H K: *en doet* AI *of* AK 14, BI *of* BH 3, *en* CH *of* CK 7: *de middellyn van een Rond te vinden wiens middelpunt is* D, *welke de drie voorgaande Ronden raakt in* L L L. Pappus de 10e. Prop. van 't 4 Boek: dog hy wil dit Meetkunstig verricht hebben.

Trekke de Perp. BE DF, en hale DG evenwydig aan AC, ontmoetende de verlengde BE in G: de rest als de Figuur aanwyst.

Stellende $DL \infty x$, zo is $DA \infty x - 14$, $DB \infty x - 3$, en $DC \infty x - 7$.

Dewyl AB doet 17, BC 10, en AC 21, zo vind men daar door $BE \infty 8$, $EC \infty 6$; dies is $AE \infty 15$.

Door de drie zyden van de Driehoek ADCA ($AD\, x - 14$, $DC\, x - 7$, $AC\, 21$) vind men $-\frac{1}{3}x + 14$ voor AF; dies is FE of $DG \infty \frac{1}{3}x + 1$: voor DF, of GE vind men $\sqrt{.\,\frac{8}{9}xx - 18\frac{2}{3}x}$; dit ∞z stellende, zo is $BG \infty z + 8$, welkers Vierkant vergaart by het Vierkant van DG, men vind

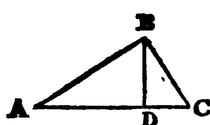
$$\tfrac{1}{9}xx + \tfrac{2}{3}x + 65 + 16z + zz \infty xx - 6x + 9 \infty \square DB.$$

Voor zz gestelt $\frac{8}{9}xx - 18\frac{2}{3}x$, en gereduceert, men vind

$$4z \infty 3x - 14$$

$$\text{of } 16zz \infty 9xx - 84x + 196 \infty \tfrac{128}{9}xx - 298\tfrac{2}{3}x$$

of $x \infty 42$ voor DL, de halve Middellyn van het vierde Rond dat de drie andere raakt.



285. *Van de nevenstaande Driehoek* ABCA *is de hoek* ABC *recht*, BC ∞ a, *en* AC *is door de Perpendiculaar* BD *in* D *gedeelt in de uytterste en middelste reden (of de* ▭ ACD *is gelyk aan het Vierkant van* AD) *De Driehoek te maken als* a *een gegeve lyn is; maar de lengte van* AC *en* AB *te vinden als* a *een getal is.*

Is a ∞ 150 — 30√5, zo is het de derde van de ses laatste uyt *J. Pelletario*: en dan vind men AC ∞ 60√5, en AB ∞ 30 √. — 10 + 10√5.

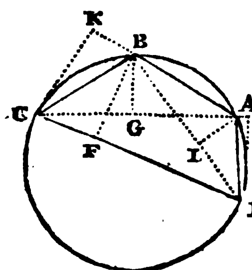
286. *Zoekt een Geometrice Progressie van vier termen, waar van het gemultipliceerde van de eerste met de tweede is* 10, *en van de derde met de vierde is* 2560. De 47 Ludolf van Keulen.

Komt √2½ : 4√2½ : 16√2½ : 64√2½ voor de begeerde progressie. Stelt men x^3 : xxy : xyy : y^3 voor de progressie, zo heeft men x^5y ∞ 10, en xy^5 ∞ 2560: dit laatste product door het eerste gedeelt, komt $\frac{y^4}{x^4}$ ∞ 256, of y^4 ∞ 256x^4, of y ∞ 4x. zo is dan de progressie x^3: 4x^3: 16x^3: 64x^3; en om dat 4x^6 is ∞ 10, zo is x^3 ∞ √2½, het eerste van de progressie, waar door de andere openbaar zyn.

287. *Twee getallen te vinden, wiens vermenigvuldigde van het grootste met de* √ q. *uyt haar som is* 10, *en welkers gemultipliceerde van het kleenste met het Vierkant van 't grootste is* 20. De 20 Ludolf van Keulen.

Komt √³80 en √³1¼ voor de begeerde getallen.
Stelt men het grootste ∞ x, en het kleenste ∞ y; zo heeft men x√. x + y ∞ 10, en xxy ∞ 20: waar door men vind x ∞ √³80; en om dat men heeft y ∞ $\frac{20}{xx}$, zo vind men y ∞ √³1¼.

Proef. By het grootste √³80, of 4√³1¼, vergaart het kleenste √³1¼, komt voor haar Som 5√³1¼, of √³156¼; wiens Vierkante Wortel is √³12½; dit vermenigvuldigt met √³80, het grootste, komt √³1000, of 10. Het grootste √³80, in 't Vierkant, komt √³6400, dit gemultiplieeert met het kleenste √³1¼, komt √³8000, of 20.



288. *Van een Vierhoek in een Rond beschreven, is het Vierkant van de Inhoud zo groot als het vermenigvuldigde van de vier resten trekkende yder zyde van de halve somme der vier zyden*, Ptholomeus.

Laat ABCDA de Vierhoek wezen beschreven in het nevenstaande Rond.

Trekke de hoeklynen CA BD, en ook de Perpendicularen BG BF AI CK DH.

Stelle CD ∞ $2a$: CB ∞ $2b$: BA ∞ $2c$: AD ∞ $2d$: CA ∞ x: BD ∞ y: de Middellyn ∞ z. dan

$z / 2b / 2c$? komt $\frac{4bc}{z}$ ∞ BG: dies is $\frac{2bcx}{z}$ ∞ △ CABC

$z / 2a / 2d$? komt $\frac{4ad}{z}$ ∞ DH: dies is $\frac{2adx}{z}$ ∞ △ CADC.

en daarom is $\frac{2bcx + 2adx}{z}$ ∞ de Inhoud van de Vierhoek.

$z / 2a / 2b$? komt $\frac{4ab}{z}$ ∞ CK: dies is $\frac{2aby}{z}$ ∞ △ CBDC

z $2c / 2d$? komt $\frac{4cd}{z}$ ∞ AI: dies is $\frac{2cdy}{z}$ ∞ △ DBAD.

en daarom is $\frac{2aby + 2cdy}{z}$ ∞ de Inhoud van de Vierhoek.

zo is dan $\frac{2bcx + 2adx}{z} \infty \frac{2aby + 2cdy}{z}$

of $x \infty \frac{ab + cd, y}{bc + ad}$

na 't 28 Voorstel is $xy \infty 4ac + 4bd$, of $x \infty \frac{4ac + 4bd}{y}$

de twee leste aan elkander vergeleken, men vind

$yy \infty \frac{4abcc + 4bbcd + 4aacd + 4abdd}{cd + ab} \infty$ □ BD

De Som der Vierkanten van DC en van CB doen $4aa + 4bb$, hier van afgetrokken het □ BD zo men DCB neemt voor een scherpe, maar deze afgetrokken van het □ BD zo men DCB neemt een botte hoek te wezen

men heeft $\frac{\pm 4a^3b \pm 4ab^3 \mp 4abcc \mp 4abdd}{cd + ab} \infty 2$ ▭ DCF

2 CD ∞ $4a$

komt $\frac{\pm aa \pm bb \mp cc \mp dd, b}{cd + ab}$ ∞ CF. in 't Vierkant

$\frac{a4 + b4 + c4 + d4 + 2aabb - 2aacc - 2aadd - 2bbcc - 2bbdd + 2ccdd, bb}{ccdd + 2abcd + aabb} \infty$ □ CF

Dit afgetogen van $4bb$, het Vierkant van CB, rest

$\frac{- a4 - b4 - c4 - d4 + 2aabb + 2aacc + 2aadd + 2bbcc + 2bbdd + 2ccdd + 8abcd, bb}{ccdd + 2abcd + aabb}$

voor-

voor het $\square$ BF $\infty \frac{qbb}{cd+ab \text{ in 't } \square}$, ſtellende $q \infty -a^4 -b^4 -c^4 -d^4 +2aabb+2aacc+2aadd+2bbcc+2bbdd+2ccdd+8abcd$.

of BF $\infty \frac{b\sqrt{q}}{cd+ab}$, en $\frac{ab\sqrt{q}}{cd+ab} \infty$ de $\triangle$ DBCD

maar na 't 16 Voorſtel is de $\triangle$ DBCD tot de $\triangle$ DBAD, als $4ab$ tot $4cd$, het gemultipliceerde van de zyden om de hoeken BCD BAD, welke te zamen doen twee rechte hoeken na 't 24 Voorſtel.

$4ab$ is dan tot $4ab+4cd$: of ab tot $ab+cd$ als de $\triangle$ DBCD tot $\triangle$ DBCD + $\triangle$ DBAD, dat is tot de Vierhoek CBADC.

Daarom: ab / $ab+cd$ / $\frac{ab\sqrt{q}}{ab+cd}$ $\triangle$ DBCD? komt $\sqrt{q} \infty$ de Vierhoek CBADC. zo moet dan q, of $-a^4-b^4-c^4-d^4+2aabb+2aacc+2aadd+2bbcc+2bbdd+2ccdd+8abcd$, wezen het vermenigvuldigde van de vier reſten trekkende yder zyde van $a+b+c+d$, de halve ſom der vier zyden, dat is gelyk het gemultipliceerde.

van $-a+b+c+d$
van $+a-b+c+d$
van $+a+b-c+d$
en van $+a+b+c-d$ door elkander.

De twee eerſte verm. komt $-aa+2ab-bb+cc+2cd+dd$
De twee laatſte verm. komt $+aa+2ab+bb-cc+2cd-dd$

Deze twee met elkander vermenigvuldigt komt $-a^4-b^4-c^4-d^4+2aabb+2aacc+2aadd+2bbcc+2bbdd+2ccdd+8abcd$, de voornoemde quantiteyt die ∞q geſtelt is: dies blykt de waarheit van het voorgeſtelde.

Toepaſſing. Is gegeven CD ∞ 60, DA ∞ 16, AB ∞ 25, CB ∞ 33, zo is de halve ſom der vier zyden ∞ 67, hier van yder zyde getogen, reſt 7, 51, 42, 34, deze met elkander vermenigvuldigt komt 509796, wiens vierkante Wortel is 714 voor de Inhoud van de Vierhoek CDABC.

289. *Van een Driehoek is het gemultipliceerde van de halve Som der drie zyden met de drie reſten trekkende yder zyde van deze halve Som, even aan het Vierkant van de Inhoud des Driehoeks.*

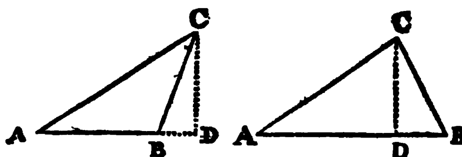
Dit is een gevolg van het voorgaande. daar in ſtellende $d \infty 0$ zo valt A in D, of BA is een zelfde lyn met BD, of de Vierhoek ABCDA is gelyk de Driehoek BCDB. En dan is het Vierkant van de Inhoud des Vierhoeks als die van deze Driehoek.

Het Vierkant van de Inhoud des Driehoeks BCDB, of q is dan $\infty - a^4 - b^4 - c^4 + 2aabb + 2aacc + 2bbcc$.
en de voornoemde vier resten zijn dan

$$-a+b+c$$
$$+a-b+c$$
$$+a+b-c$$
$$+a+b+c$$

De leste is de halve som van de drie zyden des Driehoeks BCDB, en de drie eerste zyn de resten trekkende yder zyde van deze halve som der drie zyden; en om dat haar vermenigvuldigde door elkander uytlevert de voornoemde quantiteyt q, zo blykt hier uyt ook de zekerheit van het geene wegens de Driehoek gezegt is.

Toepassing. Is gegeven CB ∞ 33, BD ∞ 39, en DC ∞ 60, zo is de halve som der drie zyden 66, en de drie resten zijn 33, 27, 6: de drie resten met elkander gemultipliceert komt 5346, dit nog met 66, de halve som der drie zyden, komt 352836, wiens Vierkante wortel is 594 voor de Inhoud van de Driehoek BCDB.



290. *Van een Scheefhoekigen Driehoek* ABC, *is gegeven de Basis* AB ∞ a, *de perpendiculaar* CD, *vallende op de gront, of op zijn verlengde* ∞ b, *en de reden van de opstaande zyden als r tot s: de Driehoek te maken is ze Meetkunstig, en de lengte van de opstaande zyden te vinden is ze Telkunstig.*

Stellende DB ∞ x, zo vindmen $xx \infty \pm \frac{2assx}{rr-ss} + \frac{aass}{rr-ss} - bb$. $+$ wanneer ABC bot, en $-$ als hy scherp is. waar door de opmaking kan geschieden.

Is $a \infty 51$ wanneer ABC bot is, en ∞ 75 wanneer hy scherp is, en $b \infty 16$, $r \infty 13$, en $s \infty 4$, zo vind men $x \infty 12$, en daar door AC ∞ 65, en BC 20.

291. *Vind drie getallen, zodanig, dat de eerste 4 minder is als de tweede, en dat het vermenigvuldigde van haar Som met het eerste is 600, en van de zelvige Som met de Som van het tweede en darde is 2400: Vrage naar zodanige getallen?* De 33 L. van Keulen.

Pp Indien

Indien men ſtelt $x \infty$ *het eerſte getal*, zo vindmen hen $\infty \surd\, 120$, dies is het *tweede* $4 + \surd\, 120$: deze twee vergaart, komt $4 + \surd\, 480$.

De 600 gedeelt door $\surd\, 120$, komt voor de Som van de drie getallen $\surd\, 3000$, hier van afgetoogen de Som van de eerſte en tweede, te weten $4 + \surd\, 480$, reſt voor het *derde* $-4 + \surd\, 1080$.

292. *Zoekt twee getallen van die conditie, dat de Som haarder Cuben gedeelt door de Som der getallen voortbrengt* 16: *en dat het Vierkant van de Som der zelver getallen vergaart by* 5 *maal haar vermenigvuldige beloopt* 80.

'*t eerſte* $\infty\, x$
'*t tweede* $\infty\, y$
$16 \infty a$
$5 \infty b$
$80 \infty c$

De Som der Cuben is $x^3 + y^3$, gedeelt door de Som der Getallen $x + y$, komt

$xx - xy + yy \infty a$

Het Vierkant van de Som der getallen is $xx + 2xy + yy$, hier by vergaart 5 maal haar vermenigvuldigde, te weten bxy,

komt $xx + 2xy + yy + bxy \infty c$
boven is $xx - xy + yy \infty a$ afg.

Reſt $3xy + bxy \infty c - a$
$3 + b$ gedeelt,

komt $xy \infty \frac{c - a}{3 + b} \infty p$:
of $y \infty \frac{p}{x}$.

boven was $xx - xy + yy \infty a$

zo is dan $xx - p + \frac{pp}{xx} \infty a$, ſtellende $\frac{p}{x}$ in plaats van y.

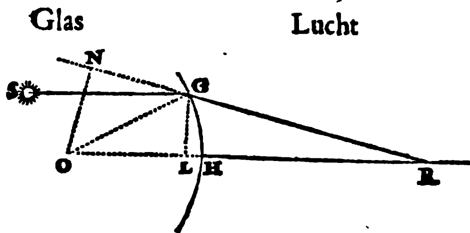
of $xx + \frac{pp}{xx} \infty a + p \infty 2q$

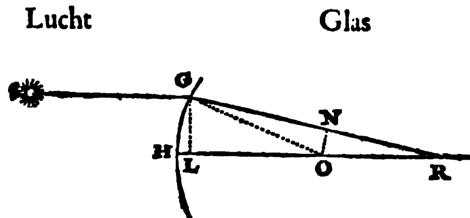
of $x \infty \surd .\, q \pm \surd .\, qq - pp$, dat is in getallen
$x \infty \surd .\, 12 \pm \surd\, 80$.

of $x \infty \surd\, 10 \pm \surd\, 2$, trekkende uyt $\surd .\, 12 \pm \surd\, 80$. de $\surd q$.
en daarom $y \infty \surd\, 10 \mp \surd\, 2$, deelende p, of 8 door $\surd\, 10 \pm \surd\, 2$,

Maar indien men het eerſte getal ſtelt $\infty\, x + y$, *en het tweede* $\infty\, x - y$, *zo zal men korter en met minder konſt de Queſtie oploſſen, zonder in Surdiſche werking te vervallen, Men zal vinden* $x \infty \surd\, 10$, *en* $y \infty \surd\, 2$, *dies zijn de getallen als voren.*

293. Ge-





OG ∞ a
GL ∞ b
LO ∞ c
OR ∞ x

De Reden van de Refractie als r *tot* s.

293. *Gegeven zynde een straal* SG, *gaande in de eerste Figuur uyt een Circulaar Glas* (GH) *in de Lucht, en in de tweede Figuur, uyt de Lucht in zodanigen Glas: het punt* R *te vinden, alwaarze, gebroken zynde, de verlengde Middellyn* OH, *evenwydig aan de Straal* SG *zynde, ontmoet.*

Aanmerkt O voor het Middelpunt van 't Rond GH: ON en GL voor twee Perpendicularen; de eerste op GR, en de tweede op HO.

Om dat ON en GL afmeten de Reden van de *Refractie*, volgens de Leering van *des Cartes* in zyn *Dioptrica*, daarom is 't

r tot s, als GL b / tot $\frac{sb}{r} \infty$ ON

En om de gelykhoekigheit van de Δen ONR GLR, is 't

ON $\frac{sb}{r}$ —— OR x —— GI b, komt $\frac{rx}{s} \infty$ GR.

En om dat LR is $\infty\ x \mp c$ ($-$ in de *eerste* en $+$ in de *tweede* Figuur) daarom vind men lichtelyk $xx \mp 2cx + aa \infty \frac{rrxx}{ss}$.

of $x \infty \frac{c \pm \sqrt{:cc - paa}}{p}$, stellende $p \infty 1 - \frac{rr}{ss}$, in de *eerste* Figuur.

of $x \infty \frac{c + \sqrt{:cc + paa}}{p}$, stellende $p \infty \frac{rr}{ss} - 1$, in de *tweede* Figuur.

En dewyl alhier geen van de Quantiteyten door de Reductie verdweenen zyn, zo blykt dat alle de evenwydige Straalen niet in een zelfde punt zullen vergaren: want c t'elkens anders en anders nemende, zo zal men voor x, dat is de Lyn OR, ook t'elkens een ander en andere lengte vinden.

De boog GH ∞ 5 graden nemende, de halve Middellyn OG. ∞ 100000, en de Reden van de *Refractie* als 2 tot 3.

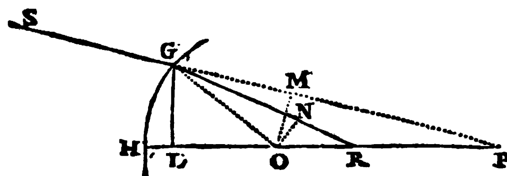
Op de *eerste* Figuur, stellende r ∞ 2, en s ∞ 3.

		verschillen.
HG ∞ 5 graden zynde,	zo vind men OR ∞ 298281	1291
HG ∞ 2½ graden zynde,	zo vind men OR ∞ 299572	428
HG ∞ 0 graden zynde,	zo vind men OR ∞ 300000	

Op de *tweede* Figuur, stellende r ∞ 3, en s ∞ 2.

		verschillen.
HG ∞ 5 graden zynde,	zo vind men OR ∞ 199492	381
HG ∞ 2½ graden zynde,	zo vind men OR ∞ 199873	127
HG ∞ 0 graden zynde,	zo vind men OR ∞ 200000	

Uyt deze Rekening zietmen klaarlyk, dat alle de evenwydige stralen, hoedanig zyn die van de Son, tredende uyt of in een Circulaar glas, (buyten welke Circulare glazen tot noch toe geen andere gebruykt werden) seer na in een punt zullen vergaren wanneer de Boog niet zeer groot is, dewelke hier op 't grootste genomen is op 10 graden: en het blykt ook, uyt de verschillen, dat hoe kleender de Boog is, hoe nader de Straalen in een zelfde punt te zamen komen.



294. *Een circulaar Glas (GH) te vinden, het welke maakt dat alle de Straalen, dewelke na een zelfde punt* P *strekken uyt de Lucht hen ontmoetende, alle na een ander punt* R *buygen.* Uytgevonden door de Heer J. Hudde.

OG ∞ a	Aanmerkt O voor 't Middelpunt van 't Rond
GL ∞ b	HG, ON en OM rechthoekig op GR en
LO ∞ c	op GP: zo meten die af de Reden van de Re-
OP ∞ d	fractie, na de leering van *des Cartes* in zyn
OR ∞ x.	*Dioptrica.*

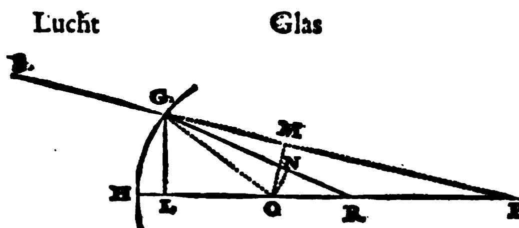
De

De reden van de Refractie als 2 tot 3.

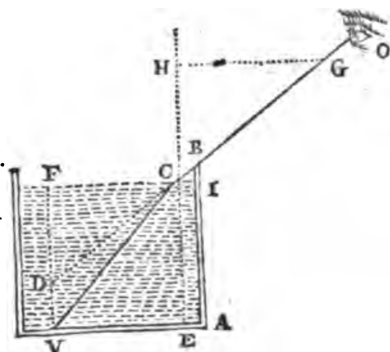
$PL \infty\ d + c$
——————— V
$\square PL \infty\ dd + 2dc + cc$
$\square GL \infty\ bb$
——————— vergaart
komt $\square GP \infty\ dd + 2dc + aa$
zo vind men mede 't $\square GR \infty\ xx + 2cx + aa$.

Voorts is 't, GR tot GL, als OR tot ON,
en, GP tot GL, als OP tot OM, en daarom zyn ook evenredig haare Vierkanten, dat is
$xx + 2cx + aa$ tot bb, als xx tot 4
——————— $2\frac{1}{4}$
of $xx + 2cx + aa$ tot bb, als $\frac{4}{9}xx$ tot 9.
en $dd + 2dc + aa$ tot bb, als dd tot 9.
en om dat in beyde de tweede en vierde gelyk zyn, daarom is
$xx + 2cx + aa$ tot $\frac{9}{4}xx$, als $dd + 2dc + aa$ tot dd,
en overzulx is, door de vermenigvulding van de uytterste en middelste,
$ddxx + 2cddx + aadd \infty\ \frac{9}{4}ddxx + \frac{9}{2}cdxx + aaxx$
of $2cddx + aadd \infty\ \frac{5}{4}ddxx + \frac{9}{2}cdxx + \frac{9}{4}aaxx$

Nemende van deze Æquatie $2cddx \infty\ \frac{9}{2}cdxx$, om de c te doen verdwynen.
of $d \infty\ \frac{9}{4}x$,
zo resteert dat $aadd$ is $\infty\ \frac{5}{4}ddxx + \frac{9}{4}aaxx$
of $\frac{81}{16}aaxx \infty\ \frac{5}{4}dd\,xx + \frac{9}{4}aaxx$
of $3a \infty\ 2d$,
en overzulx is a tot d, als 2 tot 3, de Reden van de Refractie.



Waar uyt blykt, indienmen een Circulaar Glas slypt, wiens halve Middellyn is 2, daar van de heele PH *doet 5, dat dit Glas alle de stralen dewelke na* P *strekken na* R *zullen doen buygen. Ik zegge van alle, om dat de Quantiteyten b en c verdweenen zyn.* OR *is de* $\frac{3}{5}$ *van* OP.



295. *In een Vat leyt op den Bodem zeker Voorwerp* V; *dit kan even gezien werden uyt of door het Oog* O *over de rand, of boort van 't Vat; dat is over* B, *door het Water dat daar in gedaan is, schynende te wezen in* D; CD *de verlengde van* OC *wezende: Vrage hoe hoog dit Water boven* V *staat, indien* VD *is* 1, VA $2\frac{2}{3}$, *en* AB 3 *duym; DV en AB beyde rechthoekig op* VA *staande; onderstellende dat de Refractie van het Water tot die van de Lucht is als* 4 *tot* 5. *Aanmerkende dat deze Figuur vertoont een plat Vlak, waar in de Straal* VCO *is.*

Laat FCI wezen de oppervlakte van 't Water, C het Buygpunt, en door C gehaalt wezen HCE rechthoekig door FI, CG zo lang als CV wezende, en GH evenwydig aan VE, zo is VE tot GH els 4 tot 5.

Stellende VE $\infty\ v$, zo is GH $\infty\ \frac{5}{4}v$.

Nemende EC $\infty\ x$, zo is DF $\infty\ x - 1$, en BI $\infty\ 3 - x$.

$$\begin{matrix} FC & FD & GH \\ v\ / & x - 1\ / & \frac{5}{4}v\ ? \end{matrix}$$

dan: $v\ /\ x - 1\ /\ \frac{5}{4}v$? komt $\frac{5}{4}x - \frac{5}{4}\ \infty$ HC. by dit Vierkant vergaart het Vierkant van GH, men heeft

$\frac{25}{16}xx - \frac{50}{16}x + \frac{25}{16} + \frac{25}{16}vv\ \infty\ vv + xx$, het Vierkant van VC

$$\text{of } 9vv\ \infty\ -9xx + 50x - 25$$

$$\begin{matrix} BI & CI & DF & FC \end{matrix}$$

Vorder: dewyl $3 - x\ /\ \frac{8}{3} - v\ //\ x - 1\ /\ v$ evenredig zyn: zo vind men daar door $v\ \infty\ \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}$,

$$\text{of } 9vv\ \infty\ 16xx - 32x + 16$$

$$\text{Dies is } 16xx - 32x + 16\ \infty\ -9xx + 50x - 25$$

$$\text{of } 25xx\ \infty\ 82x - 41$$

$$\text{of } x\ \infty\ \frac{41 + \sqrt{656}}{25}$$

dat is x na genoeg $\infty\ 2\frac{2}{3}$ Duym, die de hoogte van het water heeft, of moet hebben om het voorwerp V een Duym schynbaar te doen ryzen,

ryzen, voor het Oog in O wezende, ziende over de Rand van het Vat B, de Refractie zynde als 4 tot 5.

296. *Vind twee getallen, zodanig dat de Som haarder Cuben gedeelt door de Som der getallen voortbrengt* 400, *en 't verschil der Cuben door 't verschil der getallen uytlevert* 600: *Vrage na zodanige getallen?* De 17 Ludolf van Keulen.

De *getallen* $\left\{\begin{matrix} x+y \\ x-y \end{matrix}\right\}$ haar *Som* is $2x$, en haar *Verschil* $2y$

$x^3+3xxy+3xyy+y^3$ }
$x^3-3xxy+3xyy-y^3$ } hare *Cuben*.

$2x^3+6xyy$ ——— de *Som der Cuben*.

De *Som* $2x$ ———

$xx+3yy \infty 400 \infty a$ ———

$6xxy+2y^3$ ——— 't *verschil der Cuben* } vergaart

't *Verschil* $2y$ ———

$3xx+yy \infty 600 \infty b$ ———

komt $4xx+4yy \infty 1000 \infty a+b$

4 ———

$xx+yy \infty 250 \infty \frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b \infty p$

boven is $xx+3yy \infty 400 \infty a$

zo is dan $2yy \infty 150 \infty \frac{3}{4}a-\frac{1}{4}b \infty a-p$

of $y \infty 5\sqrt{3} \infty \sqrt{.\frac{3}{8}a-\frac{1}{8}b} \infty \sqrt{.\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}p}$.

om x te vinden.

boven is $3xx+yy \infty 600 \infty b$

en $xx+yy \infty 250 \infty \frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b \infty p$

zo is dan $2xx \infty 350 \infty -\frac{1}{4}a+\frac{3}{4}b \infty b-p$

of $x \infty 5\sqrt{7} \infty \sqrt{.-\frac{1}{8}a+\frac{3}{8}b} \infty \sqrt{.\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}p}$

en alzo is het *grootste* $x+y \infty 5\sqrt{7}+5\sqrt{3}$

en het *kleenste* $x-y \infty 5\sqrt{7}-5\sqrt{3}$.

Maar indien men voor de begeerde getallen stelt x en y, zo zal men in een Surdische werking vervallen even gelyk in het 292 *exempel is geschiet.*

297. *Een Jongman geplukt hebbende zeker getal van Appelen, vereert daar af aan drie Juffrouwen: aan de eerste*

eerste de helft en een halve Appel; aan de tweede de $\frac{1}{3}$ *van de rest en* $\frac{1}{3}$ *Appel; en aan de derde de* $\frac{1}{4}$ *van de overige en* $\frac{1}{4}$ *Appel: Vrage zo zulks alles geschiedt is zonder een Appel te deelen, hoe veel Appelen hy zoude konnen geplukt, over behouden, en aan yder Juffrouw gegeven hebben; dat is, men vraagt na alle de getallen de welke de voorschreve conditie konnen lijden?*

Stelle voor de Appelen de welke konnen gegeven zyn aan de *eerste* Juffrouw x, aan de *tweede* y, aan de *derde* z, en die konnen over blyven v: welke vergaart, komt $x+y+z+v$ voor de Appelen die geplukt zyn. wy hebben dan

$\frac{x+y+z+v}{2}+\frac{1}{2}\infty x$, zo aan de *eerste* Juffrouw vereert is.

$\frac{y+z+v}{3}+\frac{1}{3}\infty y$, zo aan de *tweede* Juffrouw vereert is.

$\frac{z+v}{4}+\frac{1}{4}\infty z$, zo aan de *derde* Juffrouw vereert is.

Uyt de laatste van deze Æquatien vinden wy, alles met 4 multiplicerende, $z+v+1\infty 4z$, of $z\infty\frac{v+1}{3}$: de tweede met 3 vermenigvuldigende, komt $y+z+v+1\infty 3y$, of $z+v+1\infty 2y$, of $\frac{v+1}{3}+v+1\infty 2y$, stellende het geene aan z gelyk gevonden is in de plaats van z, of $y\infty\frac{2v+2}{3}$: de eerste met 2 multiplicerende, komt $x+y+z+v+1\infty 2x$, of $y+z+v+1\infty x$, of $\frac{2v+2}{3}+\frac{v+1}{3}+v+1\infty x$, stellende in plaats van y en z het geene daar aan gelyk gevonden is; of $2v+2\infty x$.

Blyft nu overig v zodanig te bepalen dat x, y, en z; of $2v+2$, $\frac{2v+2}{3}$, en $\frac{v+1}{3}$ alle heele getallen zyn, om dat men geen Appel gedeelt heeft.

Uyt $2v+2$ volgt dat v alleenlyk een geheel getal behoeft te wezen; uyt $\frac{2v+2}{3}$ dat $2v$ door 3 gedeelt moet over laten 1, en uyt $\frac{v+1}{3}$ dat v door 3 gedeelt moet overlaten 2. Wy moeten dan een Heeltal vinden dat door 3 gedeelt over laat 2, en zyn dubbelt daar door gedeelt over laat 1.

(1		(2	
$2v$	p	v	q
3		3	

Laat 'er p uyt komen als men $2v$ door 3 deelt en dat 'er 1 overschiet, en q als men v door 3 deelt en dat'er 2 overschiet. Nu, om dat het overschot vergaart by het gemultipliceerde van het Quotient met de Divisor uyt brengt het getal dat gedeelt is, daarom is $3p+1\infty 2v$, en $3q+2\infty v$; of $6q+4$ ook $\infty 2v$, dies is

$3p+1$

$3p + 1 \infty 6q + 4$, of $2q + 1 \infty p$. Nu, dewyl p en q heele getallen moeten wezen, zo blykt, uyt deze Æquatie, dat men voor q een Heeltal nemende na believen, voor p ook een Heeltal zal bekomen.

Nemende dan $q \infty 0.1.2.3.4.$ &c.
—————— 3 gemultipliceerde
komt $3q \infty 0.3.6.9.12$
$2 \infty 2.2.2.2.2$
—————— vergaart.

komt $3q + 2$, of $v \infty 2.5.8.11.14.$ &c. een Arithmetische progressie zynde, beginnende van 2 en opklimmende met 3, voor v, dat is voor alle de getallen van Appelen die hy kan over behouden hebben.

Uyt de vooren gevondene Æquatien blykt dat de eerste Juffrouw is vereert $2v + 2$, de tweede $\frac{2}{3}v + \frac{2}{3}$, de derde $\frac{1}{3}v + \frac{1}{3}$; deze vergaart, komt $3v + 3$ zo veel vereert is, hier by v, het overschot, komt $4v + 3$ zo veel geplukt is: daarom

boven is $v \infty 2.5.8.11.14.$ &c.
—————— 2 vermenigvuldigt.
$2v \infty 4.10.16.22.28.$
$2 \infty 2.2.2.2.2.$
—————— vergaart.
komt $2v + 2 \infty 6.12.18.24.30.$ &c. de Appelen aan de 1ste vereert.
3 ——————
komt $\frac{2}{3}v + \frac{2}{3} \infty 2.4.6.8.10.$ &c. de Appelen aan de 2de vereert.
2 ——————
komt $\frac{1}{3}v + \frac{1}{3} \infty 1.2.3.4.5.$ &c. de Appelen aan de 3de vereert.

Aan de eerste Juffrouw is dan vereert een der getallen van een Arithmetische progressie beginnende van 6 en opklimmende met 6: aan de tweede een der enz. beginnende van 2 en opklimmende met 2, en aan de derde een der enz. beginnende van 1: en opklimmende met 1: in 't kort, Arithmetische progressien beginnende van 6 van 2 van 1 en opklimmende met de zelve getallen.

Voorts: $v \infty 2.5.8.11.14.$ &c.
—————— 4 vermenigvuldigt.
$4v \infty 8.20.32.44.56.$
$3 \infty 3.3.3.3.3.$
—————— vergaart.
$4v + 3 \infty 11.23.35.47.59.$ &c. zynde een Arithme-

tische progressie beginnende van 11 en opklimmende met 12, voor alle de Appelen die 'er konnen geplukt zyn.

Heeft men geplukt 23 Appelen, zo zyn aan de eerste vereert 12, aan de tweede 4, aan de derde 2, en de overgeblevene zyn 5, en zo in 't oneyndig.

298. *Vind twee Rationale getallen wiens vermenigvuldigde vergaart by yder getal in 't bezonder voortbrenge twee Rationale Cuben.* De 27 des 4 Diophanti.

Stellende de begeerde getallen ∞ x en y, zo moet $xy + x$ en ook $xy + y$ elk wezen een Rationale Cubicq.

Stellende $xy + x \infty b^3x^3$, een Rat. Cubicq, wiens Wortel is bx.

x

zo is $y + 1 \infty b^3xx$

of $y \infty b^3xx - 1$ —

x } vergaart,

$xy \infty b^3x^3 - x$ —

komt $xy + y \infty b^3x^3 + b^3xx - x - 1$, dit moet dan mede een Rationale Cubicq wezen: stellende zyn zyde $\infty bx - 1$,

√C.

zo is $b^3x^3 + b^3xx - x - 1 \infty b^3x^3 - 3bbxx + 3bx - 1$

of $x \infty \frac{3b+1}{b^3+3bb}$ of $\infty \frac{3b+1}{b+3,bb}$.

Om dat wy hebben $bx - 1$, zo moet $\frac{3b+1}{bb+3b}$ grooter wezen als 1, of 1 grooter als b: of b kleender als de eenheit.

Nemende $b \infty \frac{1}{2}$, zo is x het *eene* getal $\infty \frac{20}{7}$, en het *ander* getal $b^3xx - 1 \infty \frac{1}{49}$.

299. *Vind twee Rationale getallen, van welkers vermenigvuldigde getogen yder getal in 't bezonder t'elkens reste een Rationale Cubicq.* De 28 des 4 Diophanti.

300. *Twee getallen te vinden wiens Somme vergaart en ook afgetogen by en van haar vermenigvuldigde uytbrenge Rationale Quadraten.* De 31 des 2 Diophanti.

Stellende voor de begeerde getallen x en y,

zo moeten $xy + x + y$,

en $xy - x - y$ yder wezen een Rat. Quadraat.

Nemende $xy + x + y \infty pp$, zo is $x \infty \frac{pp - y}{y+1}$. Dit voor x stellende in $xy - x - y$, komt $\frac{ppy - 2yy - pp}{y+1}$ een Rat. Quadraat.

Ne-

Nemende de Noemer $y + 1 \infty$ een Rat. Quadraat, resteert dat de Teller $ppy - 2yy - pp$ is een Rat. Quadraat: stellende zyn Wortel $\infty\, qp - q$

$$\overline{}\,\surd$$

zo is $qqpp - 2qqp + qq \infty ppy - 2yy - pp$

Nemende $qqpp \infty ppy - pp$

pp ——————

of $qq \infty y - 1$

zo rest dat $- 2qqp + qq$ is $\infty - 2yy$

of $- 2py + 2p + y - 1 \infty - 2yy$, stellende $y - 1$ in plaats van qq

of $p \infty \frac{2yy + y - 1}{2y - 2}$.

Om dat wy hebben $qq \infty y - 1$, zo moet deze $y - 1$ een Rat. Quadraat zyn, zal q Rationaal wezen, op dat $qp - q$ Rationaal is; en ook zo moet $y + 1$ een Rationaal Quadraat wezen gelyk boven gedacht is.

Stelle $y + 1 \infty ll$, zo is $y \infty ll - 1$

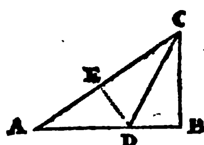
en $y - 1 \infty ll - 2 \infty ll - 2ln + nn$. een R. Quad.

dies is $l \infty \frac{nn + 2}{2n}$

Nemende $n \infty 2$, zo is $l \infty 1\frac{1}{2}$, en overzulx $y \infty \frac{5}{4}$; dies is $p \infty 6\frac{3}{4}$, en daarom $x \infty \frac{709}{36}$: en alzo zyn de *begeerde* getallen $\frac{709}{36}$ en $\frac{5}{4}$.

301. *Drie Rationale getallen te vinden hebbende gelyke verschillen, en zodanig dat twee en twee vervolgens vergaart voortbrengen Rationale Quadraten.* Uyt Vieta.

Men vind $30\frac{1}{8}$: $210\frac{1}{8}$: $390\frac{1}{8}$, en meer andere.



302. *Een Rationale Rechthoekigen Driehoek te vinden, wiens eene Scheefhoek gedeelt in tween gelyk, Rationale zyden maakt.* De 18 des 6 Diophanti.

Laat ABC de Driehoek wezen, recht in B; en ACB de Scheefhoek die door CD in tweên gelyk gedeelt werd: wy moeten ABCA zodanig vinden dat hy, mitsgaders CD AD, en DB Rationaal zyn.

Stelle BC ∞y: DB $\infty \frac{yy - bb}{2b} \infty q$: en AB $\infty \frac{yy - cc}{2c}$, zo is alles Rationaal. Indien men DE rechthoekig op AC trekt, zo is DE ∞ DB, en CE ∞ CB, om de gelykheit van de Hoeken DCE DCB. En om dat de $\triangle^{en}$ DEA ABC gelykhoekig zyn, daarom is 't

BC tot DE, als AB tot AE

$y \,/\, q \,//\, \frac{yy - cc}{2c} \,/\, \frac{yy + cc - 2cy}{2c}$

of $y \,/\, q \,//\, y + c \,/\, y - c$, deelende AB en AE beyde door $\frac{y - c}{2c}$:
dies is $yy - yc \infty qy + qc$/ of $c \infty \frac{yy - qy}{q + y}$.

En om dat men heeft $y - q$, daarom moet y grooter wezen als $\frac{yy - bb}{2b}$, of $1 + \surd 2$ grooter als $\frac{y}{b}$.

Nemende $b \infty 2$, en $y \infty 3$; zo vind men DB $\infty 1\frac{1}{4}$: AB $\infty 3\frac{3}{119}$: AC $\infty 4\frac{31}{119}$: en DC $\infty \frac{13}{4}$. Of in geheele getallen, BC ∞ 1428: DB ∞ 595: AB ∞ 1440: AC ∞ 2028: en DC ∞ 1547.

303. *Een Rationaal getal* x *te vinden, wiens vermenigvuldigde met een gegeve getal* a, *afgetogen en ook vergaart by 't Vierkant van* x, *voorbrenge Rationale Quadraten.*

Zo moet dan $xx - ax$
en $xx + ax$ yder zyn een Rat. Quad.
Stelle de Wortel van $xx + ax \infty x + b$

$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}\,\surd$
zo is $xx + ax \infty xx + 2bx + bb$
of $x \infty \frac{bb}{a - 2b}$ $\qquad x \infty \frac{bb}{a - 2b}$
$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}\,\surd \qquad \overline{\qquad\qquad}\,a$
zo is dan $xx \infty \frac{b4}{aa - 4ab + 4bb}$, en $ax \infty \frac{abb}{a - 2b}$

daarom moet $\frac{b4}{aa - 4ab + 4bb} - \frac{abb}{a - 2b}$ zyn een Rat. Quadraat.
zyn Wortel $\infty \frac{bb}{a - 2b} - c$. Stellende, zo vind men

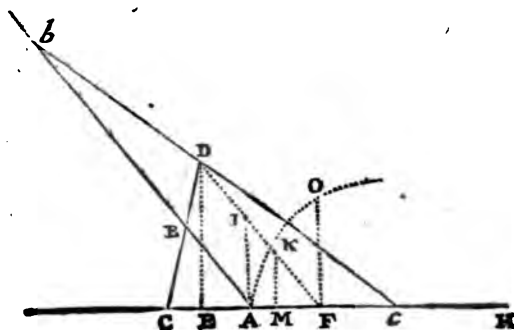
$$b \infty \frac{-cc + \surd . cc + 2ac - aa, cc}{2c - a}$$

En om dat $cc + 2ac - aa, cc$ een Rationaal Quadraat moet wezen, daarom stelle zyn Wortel $\infty c - d, c$: vinde daar door $c \infty \frac{dd + aa}{a + d, 2}$. Dan $c - d, c$ gestelt in de bovenstaande Æquatie in plaats van $\surd . cc + 2ac - aa, cc$, men heeft $b \infty \frac{-cd}{2c - a}$: of $b \infty \frac{d - 2c, c}{2c - a}$.

Om dat wy hebben $x \infty \frac{bb}{a - 2b}$, zo blykt dat a grooter moet wezen als $2b$. Om dan te vinden hoedanig dat men d moet nemen op dat a grooter is als $2b$; zo stelt in de Æquatie $b \infty \frac{d - 2c, c}{2c - a}$, de $\frac{dd + aa}{a + d, 2}$ in plaats van c, komt $b \infty \frac{dd + aa, a}{a + d, 2d}$: zo is dan $2b \infty \frac{dd + aa, a}{a + d, d}$: Dies moet a grooter zyn als deze $\frac{dd + aa, a}{a + d, d}$, of d grooter als a.

Ge-

Gegeven zynde $a \infty 3$, en nemende $d \infty 9$, zo vindmen $x \infty 3\frac{1}{8}$.



304. *Gegeven zynde twee oneyndige rechte lynen* bB *en* Cc, *elkander snydende in* A, *en een punt* D *buyten deze lynen: door* D *een rechte te trekken, ontmoetende de gegeve lynen in* B *en* C, *zodanig dat de rechthoek* BDC *zo groot is als de rechthoek* BAC.

Trekt uyt D een rechte DF evenwydig aan de eene bB tot aan de andere Cc, en ook DE op de laatste rechthoekig.

Stelle AF ∞a,	DF ∞d,
FE ∞b,	FC ∞x,
ED ∞c,	DC ∞y.

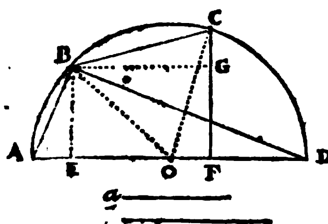
Men vind lichtelyk

$$\frac{aab - 2adx + dxx}{x} \infty \frac{ayy}{x}, \text{ en } yy \infty dd - 2bx + xx$$

en daar door $xx \infty \frac{d - b,\ 2ax}{d - a} + ad$

waar uyt wy vinden deze

Constructie. Getogen hebbende DF en DE als gezegt is, zo neemt in Cc, FH zo lang als FD in de verlengde FA aan F, en maakt op AH een halfrond, en daar in FO rechthoekig op AH. Dan neemt in DF, van D na F toe, DI zo lang als FA, en in de zelve DF of in zyn verlengde, DK zo lang als FE; van F af zo D is in een scherpen, maar na F toe zo D is in een botten hoek. Dan getrokken IA, en aan deze evenwydig KM, stotende AF, of zyn verlengde in M; dan uyt M door O een kring, snydende de verlengde van AF in C en c: dan gehaalt uyt de punten Cc lynen over D, ontmoetende bB in de punten Bb, zo is de ▭ BDC zo groot als de ▭ BAC; ook de ▭ bDc zo groot als de ▭ bAc.



305. *Een halfrond* ABCD *te trekken, op welkers Middellyn* AD, *twee perpendicularen* BE *en* CF *konnen getogen werden, zo lang als twee gegeve Lynen* a *en* b, *en zodanig dat* BD *gelyk is aan* AB + BC.

BE $\propto a$
CF $\propto b$
AD $\propto 2x$
AB $\propto y$
BC $\propto z$
zo is BD $\propto y+z$.

Aanmerkt het Werkstuk als gemaakt; en laat getogen zyn BG rechthoekig op CF, en uyt het Middelpunt O de Lynen OB OC.

Om dat de hoek ABD recht is, daarom is de ▭ ABD $\propto$ aan de ▭ BE, AD;

dat is $yy+yz \propto 2ax$.

en om dat het □ AB $\propto$ is aan de ▭ EAD,

daarom is AE $\propto \frac{yy}{2x}$. By zyn □ vergaart het □ van BE,

komt $yy \propto aa + \frac{y^4}{4xx}$, of $4xxyy \propto 4aaxx + y^4$.

Verders. Men vind EF, of BG $\propto \sqrt{xx-aa} + \sqrt{xx-bb}$

of □ BG $\propto 2xx - aa - bb + 2\sqrt{x^4 - aaxx - bbxx + aabb}$

□ CG $\propto \left\{ \begin{array}{l} +aa \\ +bb \\ -2ab \end{array} \right.$

vergaart, komt $zz \propto 2xx - 2ab + 2\sqrt{x^4 - aaxx - bbxx + aabb}$

Volgens de eerste Æquatie is $yz \propto 2ax - yy$

of $yyzz \propto 4aaxx - 4axyy + y^4$.

volgens de tweede Æquatie is $4xxyy \propto 4aaxx + y^4$. afg.

Rest $yyzz - 4xxyy \propto -4axyy$

yy

of $zz - 4xx \propto -4ax$

of $zz \propto 4xx - 4ax$

zo is dan $4xx - 4ax \infty 2xx - 2ab + 2\sqrt{.}\, x^4 - aaxx + aabb$
$\qquad - bbxx$

of $xx - 2ax + ab \infty \sqrt{.}\, x^4 - aaxx + aabb$
$\qquad - bbxx$

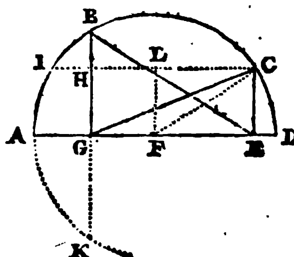
of $x^4 - 4ax^3 + 4aaxx - 4aabx + aabb \infty x^4 - aaxx + aabb$
$\qquad + 2abxx \qquad\qquad - bbxx$

of, gereduceert zynde, $xx \infty \frac{bb}{4a}x + 1\frac{1}{4}ax + \frac{1}{2}bx - ab$

of $x \infty p \pm \sqrt{.}\, pp - ab$,

stellende $2p \infty \frac{bb}{4a} + 1\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b$

Waar door de Constructie openbaar is.



306. *In het halfrond* ABCDA, *wiens middellyn* AD *doet* $3\frac{1}{17}\sqrt{34}$, *zyn getrokken de perpendicularen* BG CE, *en ook de lynen* CG BE, *daar van* CG *is* 13, *en* BE 15: *Vrage na de lengte van* BG *en* CE?

AD $3\frac{1}{17}\sqrt{34} \infty 2a$
CG $13 \infty b$
BE $15 \infty c$
BG ∞x
CE ∞y

$cc - xx$ is $\infty bb - yy$, □ GE.
of $cc - bb \infty xx - yy$,

Trekkende CHI evenwydig aan DA, zo is BH $\infty x - y$, en HK $\infty x + y$; dies is de ▭ BHK, of de ▭ CHI $\infty xx - yy$, dat is $\infty cc - bb$; en daarom is

CI $\infty \frac{cc - bb}{\sqrt{.}\, bb - yy} + \sqrt{.}\, bb - yy \infty 2\sqrt{.}\, aa - yy \infty$ 2 maal FE, of LC.
of $cc - yy \infty 2\sqrt{.}\, aabb - bbyy - aayy + y^4$. in 't Vierkant.
of $c^4 - 2ccyy + y^4 \infty 4aabb - 4bbyy - 4aayy + 4y^4$.

Getallen gezet in plaats van letters, en gereduceert,

men heeft $y^4 \infty 201\frac{7}{17}yy - 4406\frac{13}{17}$.
of $y \infty 5$ voor CE:
en daarom $x \infty 9$ voor BG

307. Ge-

AB ∞ *a* AE ∞ *x*
AC ∞ *b* EG ∞ *y*

307. *Gegeven zynde twee halve Ronden* ADB CGB, *elkander van binnen rakende in* B : *uyt* A *een rechte* AEGD *zodanig te trekken dat* AE EG GD *gedurig evenredig zyn.*

Aanmerkt CN rechthoekig op AE, zo is hy evenwydig aan BD; en NE is zo lang als GD, dat is $\infty \frac{yy}{x}$: dies zyn evenredig

$$AC\ b /\ AN\ x - \tfrac{yy}{x} //\ AB\ a /\ AD\ x + y + \tfrac{yy}{x},$$

en daarom $ax - \frac{ayy}{x} \infty bx + by + \frac{byy}{x}$,

of $ax \infty bx + by + \frac{cyy}{x}$. $a + b \infty c$.

Ook is de ▭ CAB ∞ de ▭ EAG, dat is

$$ab \infty xx + xy$$

Door deze twee Æquatien de *y* weg genomen,

men vind $x^4 \infty 2aaxx + abxx - aabc$.

a voor de eenheit nemende, en H en F voor de Middelpunten van de halve Ronden ADB CGB, zo vinden wy deze

Constructie. Haalt uyt F door A een boog, snydende CI, rechthoekig op AB, in I: dan uyt A door I een andere boog, snydende AK, evenwydig aan CI, in K: dan gehaalt KM gelykwydig aan AB, en zo lang als AB+HF, en getrokken uyt M door K een Kring, ontmoetende AB in L, en gehaalt de Perpendiculaar LO; en uyt A door O een boog, snydende CGB in E; dan getrokken AEGD: zo zyn AE EG GD gedurig evenredig.

In getallen. AB ∞ 14, en AC ∞ 6 gegeven zynde,

zo heeft men $x^4 \infty 476xx - 23520$,

waar door men vind AE $\infty 2\sqrt{14}$, EG $\infty \sqrt{14}$, en GD $\infty \frac{1}{2}\sqrt{14}$.

308. *Gegeven zynde het Halfrond* ACDB, *en een lyn* b, *niet te lang wezende: deze lyn* b *zodanig in de Omtrek te stellen als pees, gelyk hier* CD, *dat*

$AB \infty a$
$CD \infty b$
$AC \infty x$
$BD \infty y$

dat hy midden evenredig is tusschen de twee overige peesen AC *en* DB.

Wy hebben dan $xy \infty bb$.

Trekkende AD en BC,

zo is BC $\infty \sqrt{.aa - xx}$; en AD $\infty \sqrt{.aa - yy}$.

deze vermenigvuldigt, komt

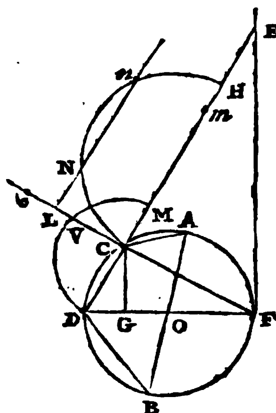
$\sqrt{.a^4 - aaxx - aayy + xxyy} \infty ab + xy$. in 't Vierkant.

of $a^4 - aaxx - aayy + xxyy \infty aabb + 2abxy + xxyy$

of $a^4 - aaxx - \frac{aab^4}{xx} \infty aabb + 2ab^3$

of $x^4 \infty + aaxx - xx - \frac{2}{a}xx - 1.\ b \infty$ d'eenheit.

Waar uyt wy hebben deze

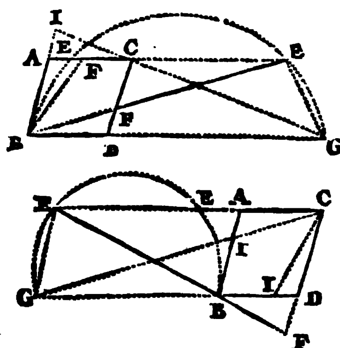


Constructie. Laat ADBFA het heele gegeve Rond wezen, en DF een Middellyn. Neemt de Pees DC zo lang als *b*, en trekt FE rechthoekig op DF; deze snyd de verlengde DC in E: dan haalt CG lootlynig op DF; en neemt in ED, van E na D toe, EH zo lang als 2 maal DG: dan maakt op CH een Halfrond: in de verlengde FC aan C, genomen CL gelyk CD, zo trekt LN evenwydig aan CH, stotende het Rond in N: dan genomen CM als LN, en gemaakt op DM een Halfrond, snydende CL in V: zo neemt de pees CA zo lang als CV; haalt AOB door het Centrum O, en trekt DB: zo zyn AC CD DB gedurig evenredig, of DC is midden evenredig tusschen AC en BD.

(Had men C*m* genomen gelyk L*n*, en op D*m* gemaakt een Halfrond, dat zou CL in *v* gesneden hebben: en dan zou deze C *v* zo lang wezen als BD)

Want. DC 1 / DF *a* / DF *a*? komt $aa \infty$ DE,
DF *a* / DC 1 / DC 1? komt $\frac{1}{a} \infty$ DG.

zo is dan CH $\infty aa - 1 - \frac{2}{a}$; en hierom is LN of L*n* ∞xx (dewyl CL $\infty \sqrt{1}$ is) en daarom CV of C*v* ∞x.



309. *Gegeven zynde een Ruyt* ABDC: *tusschen haare twee zyden* AC *en* DC, *of haare verlengdens, een lyn* EF *te trekken zo lang als een gegeve lyn, strekkende na de hoek* B, *of gaande door* B, *een hoek begrepen van de twee andere zyden.* Marinus Ghetaldus, Lib. 1. Probl. 3 en 4.

De zyde van de Ruyt $\infty\, a$
BC $\infty\, b$
EF $\infty\, p$
CG $\infty\, x$
DG $\infty\, y$
BF $\infty\, z$

Aanmerkt het Werkstuk als gemaakt, en dat EG een lyn is, zodanig getrokken tot aan de verlengde BD, dat de hoek BEG gelyk is aan de hoek BDF; zo zyn de Driehoeken BFD en BEG evenhoekig: trekke ook CG, welke AB snyd, of haare verlengdens, in I. Hebbende, in de eerste Figuur, CF in CA genomen gelyk CF in CD, en, in de tweede Figuur, BI in BD gemaakt gelyk BI in BA; zo is, in de eerste Figuur, BF gelyk BF, en, in de tweede Figuur, CI gelyk CI.

BC deelt in de eerste Figuur GBI, en in de tweede Figuur GCI in tweên gelyk: dies is, na de 59 Questie, de ▭ GCI ± 't □ BC ∞ de ▭ GBI. + in de eerste, en — in de tweede Figuur.

Ook deelt BC in de eerste Figuur FBE, en in de tweede Figuur FCE in tweên gelyk: dies is de ▭ FCE ± 't □ BC ∞ de ▭ FBE. + in de eerste en — in de tweede Figuur.

Daarom. DG y / DC a / GB $y \pm a$?

komt BI $\frac{ay \pm aa}{y}$

——————— vermenigvuldigt

komt $ay \pm 2aa + \frac{a^3}{y}$ ∞ de ▭ GBI.

DG y / CA of DB a / CG x?

komt CI $\frac{ax}{y}$

——————— vermenigvuldigt

komt $\frac{axx}{yy}$ ∞ de ▭ GCI.

zo

zo is dan $\frac{axx}{y} \pm bb \infty ay \pm 2aa + \frac{a^3}{y}$,

of $axx \pm bby \infty ayy \pm 2aay + a^3$.

ook BE $p \pm z$ / AB a / FE p? komt $\frac{ap}{p \pm z} \infty$ CF

BF z / BD a / FE p? komt $\frac{ap}{z} \infty$ CE

———————— verm. ———————— verm.

□EBF $\infty pz \pm zz$ komt $\frac{aapp}{pz \pm zz} \infty$ □FCE

dies is $\frac{aapp}{pz \pm zz} \pm bb \infty pz \pm zz$

maar BG $y \pm a$ / BE $p \pm z$ // BF z / BD a zyn evenredig.

daarom is $ay \pm aa \infty pz \pm zz$.

zo is dan $\frac{aapp}{ay \pm aa} \pm bb \infty ay \pm aa$

of $app \pm bby + abb \infty ayy \pm 2aay + a^3$

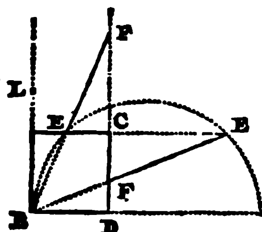
boven is —— $axx \pm bby \infty ayy \pm 2aay + a^3$

dies is $axx \pm bby \infty app \pm bby + abb$,

of $xx \infty pp + bb$.

Constructie. Door deze Æquatie de lengte van de lyn x gevonden hebbende, zo haalt met deze als Straal, uyt C als middelpunt, een Boog; deze de verlengde BD snydende in G, zo maakt op BG een Boog GEB, waar in een hoek kan staan even aan de hoek BDF: deze AC of zyn verlengde snydende in E E, zo trekt BE, BE, welke of zyn verlengde DC of zyn verlengde snydende in F, zo zal EF EF zo lang wezen als de gegeve lyn p.

Aanmerking. Dewyl wy niet in acht hebben genomen of de hoek BDF scheef, dan of hy recht was, zo kan deze *opmaking* zo wel gebruykt werden op een *Vierkant* als op een *Ruyt*: waar door openbaar is de manier van ontbinding op een Ruyt en op een Vierkant in deze gebruykt en meetkunstig bewezen door *C. Huygens, in zyn Circuli Magnitudine inventa.*



Is het gegevene een *Vierkant*, zo is $bb \infty 2aa$, en daarom xx, of CG $\infty pp + 2aa$, of DG $\infty pp + aa$. En om dat als dan de hoek BDF recht is, en by gevolg dat de Boog op BG moet wezen een Halfrond. Daarom, hebbende BL, in de verlengde BA genomen ∞p, en dan DG, in de verlengde BD, afgemeten zo lang als DL, en op BG beschreven een halve kring, snydende AC en zyn verlengde in E E, en getogen BEF BFE, snydende DC of zyn verlengde in F F: zo zal EF EF zo lang

 wezen

wezen als de gegeve lyn p. Zynde de bewerking op deze gebruykt by de *Oúde*, en angetekent by *Pappus*, in zyn zevende Boek, de 72e. Propositie.

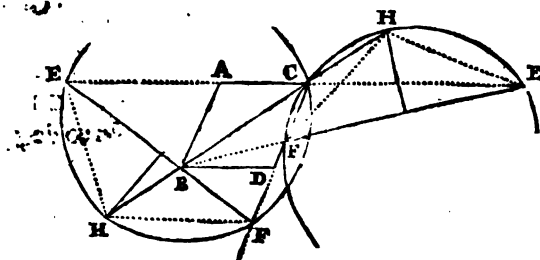
Anders, op de wyze van *Ghetaldus*.

Beschryft op FE, zo lang als de gegeve lyn p, een boog, of liever een kring, wiens Middellyn is HK, zodanig dat de hoek in het kleenste Peesdéel, als FHE zo wyd is als de uytwendige van DCA, of als CDB.

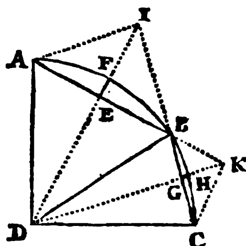
Zoekt in de Omtrek het punt C, zodanig, trekkende HCB, ontmoetende FE, of zyn verlengde, in B, dat CB zo lang is als de hoeklyn van de Ruyt BC.

Om dit te verrichten, zo hale HF, en ook FC. de Driehoeken HFC en HBF zyn gelykhoekig: in H hebbenze een hoek gemeen, en HCF is als HFB, om dat FCB gelyk HFE, of gelyk HEF is: zo zyn dan HC, HF, HB gedurig evenredig. BC is $\infty\, b$; stellende HF $\infty\, d$, en HC $\infty\, z$, zo is $dd \infty zz \pm bz$, en daarom $z \infty \mp \frac{1}{2}b + \surd.\frac{1}{4}bb + dd$.

Hebbende dan getogen FK, en daar in genomen FO $\infty \frac{1}{2}b$; getrokken HON, en daar in afgemeten OL ON yder ∞ OF, en gehaalt uyt H door L en ook door N yder een boog, snydende de kring in C C; en getrokken uyt H door C C yder een rechte, ontmoetende FE of zyn verlengde in B B, zo is CB CB yder $\infty\, b$, of gelyk de hoeklyn van de gegeve Ruyt. Halende dan CE CE, en die stellende, in de voorgaande Figuur, in de verlengde AC, van C tot E; de korste ter rechter, en de langste ter slinker zyde, en trekkende van E, aan de rechter zyde van C, na B toe, en van E, ter linker zyde van C, door B, de rechte EFB, of EBF, ontmoetende CD of zyn verlengde in F: zo zal FE zo lang wezen als de gegeve lyn p.



De zekerheit hier van zal blyken, aanmerkende het werkstuk als gemaakt, en dat op FE en boog beschreven is in maniere als voren, zo zal deze boog, of zyn verlengde, mede lopen door C. In het eerste geval, daar B in de verlengde van EF is, om dat de hoek HCE zo wyd is als de hoek ACB, en ACE een doorgaande rechte is, daarom ook HCB een doorgaande rechte; of CB is in de verlengde HC. In het tweede geval, daar B in EF is, is C in de Omtrek, om dat EHF en ECF te zamen doen twee rechte hoeken, en om dat EH gelyk HF is; zo zal de rechte van H tot aan C, de hoek ECF delen in tweên gelyk; maar dit doet mede BC, zo leyt dan de rechte van H tot aan C op BC, of HBC is een doorgaande rechte. Dit dan waarheit zynde, zo zal men lichtelyk konnen zien dat de laast voorgaande Figuur in alles overeen komt met deze, voor zo veel in deze uyt hen is aangetrokken.



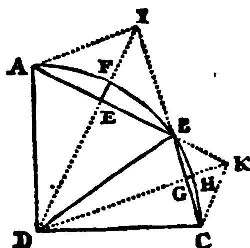
310. *Van het Quadrant* ABCD *is gegeven* EF ∞ 4, *de Pyl van de Boog* AFB, *en* GH ∞ $20 - 14\sqrt{2}$, *de Pyl van de Boog* BHC: *Vrage na de straal* AD?

EF 4 ∞ a
GH $20 - 14\sqrt{2}$ ∞ b
de Straal AD ∞ x
AE of BE ∞ y
CG of BG ∞ z

Verlengende CB tot aan de verlengde van EF in I, en AB tot aan de verlengde van GH in K, zo zyn de hoeken DIG en DKE yder half recht, om dat EDG zodanig is: dies is EI gelyk EB, en GK gelyk GB; en halende AI, zo is AIC recht.

Om dat DE is ∞ $x - a$, en DG ∞ $x - b$, zo vind men door middel van de zyden der Driehoeken BDE BDG, dat yy is ∞ $2ax - aa$, en $zz \infty 2bx - bb$. Dewyl BI (of AI) is ∞ $y\sqrt{2}$, zo is CI ∞ $2z + y\sqrt{2}$: by dit zyn Vierkant vergaart het Vierkant van AI, men vind $4yy + 4zz + 4yz\sqrt{2} \infty 2xx$, het Vierkant van AC: of $yy + zz + yz\sqrt{2} \infty \frac{1}{2}xx$.

 Voorts.



Voorts. Het Rond dat op DB als middellyn getrokken werd zal gaan door de punten E en G, om dat de hoeken in deze punten recht zyn: daarom is de ▭ BIG ∞ de ▭ EID, en de ▭ BKE ∞ de ▭ GKD; dat is

$$yz\sqrt{2}+2yy \infty xy-ay+yy,$$

en $yz\sqrt{2}+2zz \infty xz-bz+zz,$

of $z\sqrt{2}+y \infty x-a$

en $y\sqrt{2}+z \infty x-b$

afget. rest $y\sqrt{2}+z-z\sqrt{2}-y \infty a-b$

beyde gedeelt door $-1+\sqrt{2}$

komt $y-z \infty \frac{a-b}{-1+\sqrt{2}} \infty c$ √

of $yy+zz-2yz \infty cc$: hier voren is gevonden $yy+zz+yz\sqrt{2} \infty \frac{1}{2}xx$ afget.

rest $2yz+yz\sqrt{2} \infty \frac{1}{2}xx-cc$

$2+\sqrt{2}$

of $yz \infty \frac{\frac{1}{2}xx-cc}{2+\sqrt{2}}$

of $2yz \infty \frac{xx-2cc}{2+\sqrt{2}}$: dit vergaart by $yy+zz-2yz \infty cc$, komt $yy+zz$,

of $2ax-aa+2bx-bb \infty \frac{xx-2cc}{2+\sqrt{2}}+cc,$

of $48-28\sqrt{2}, x \infty \frac{xx-96+152\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}+808-560\sqrt{2},$ om dat c is $\infty 12-2\sqrt{2}$.

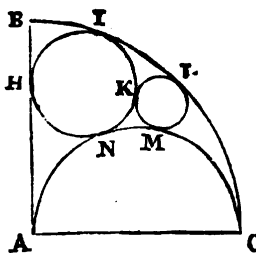
Alles met $2+\sqrt{2}$ gemultipliceert, en gereduceert,

komt $xx \infty 40-8\sqrt{2}, x-400+160\sqrt{2}$

of $x \infty 20$, of ook $x \infty 20-8\sqrt{2}$, voor de Straal DA.

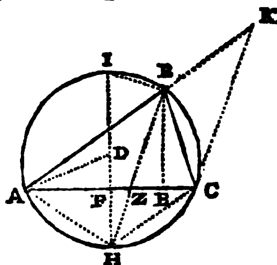
DA is $\infty 20$ zo wanneer men B stelt te wezen in het Quadrant, gelyk in de voorgaande Figuur: maar DA is $\infty 20-8\sqrt{2}$ wanneer B is in de verlengde boog AFC: beyde voldoenze het begeerde. In deze laatste is AB $\infty -8+16\sqrt{2}$, en BC $\infty 32-20\sqrt{2}$.

311. *In*



311. *In het nevenstaande Quadrant* ABC, *is* ANC *een Halfrond; de twee andere Ronden raken elkander in* K, *het Quadrant in* H, I *en* L, *en het Halfrond in* N *en* M. *Indien* AC *gegeven is gelyk* 17: *hoe lang is dan de middellyn van het kleenste ingeschreve Rond? antwoord* $10 - 4\sqrt{2}$:

Men vind eerst dat de middellyn van het grootste ingeschreve Rond zo lang is als de helft van AC, en dan vind men het begeerde als gezegt is.



312. *Van de nevenstaande Driehoek in een Rond beschreven, doet* AC 14, AB *en* BC *te zamen* 28, *en de middellyn van het Rond* HI $16\frac{1}{4}$: *Vrage na* AB *en* BC *yder in 't bezonder?*

Aanmerkt BE rechthoekig op AC.

Stelle AB ∞ $14 + x$, zo is BC ∞ $14 - x$
en AE ∞ $7 + y$, zo is CE ∞ $7 - y$

men vind $196 + 28x + xx - 49 - 14y - yy$ ∞ □ BE
ook $196 - 28x + xx - 49 + 14y - yy$ ∞ □ BE
afgetogen, komt $56x - 28y$ ∞ 0, of $2x$ ∞ y.
vergaart, komt $392 + 2xx - 98 - 2yy$ ∞ 2 □ BE
of $147 - 3xx$ ∞ □ BE, y weg doende.

wederom.
HI $16\frac{1}{4}$ / AB $14 + x$ / BC $14 - x$? komt $\frac{196 - xx}{16\frac{1}{4}}$ ∞ BE, dit in 't Vierkant, en gelyk gestelt aan $147 - 3xx$, en gereduceert men heeft x^4 ∞ $-400\frac{3}{16}xx + 401\frac{3}{16}$, of x ∞ 1, .
dies is AB 15 en BC is.

Anders. Laat door D, het middelpunt, getrokken wezen IDH rechthoekig door AC: ook BH, AH, CH, BI, DA. Dewyl DA en AF bekent zyn, zo vind men DF ∞ $4\frac{1}{8}$, dit van DH ∞ $8\frac{1}{8}$, rest 4 ∞ FH.

Om dat BH de hoek ABC in tweën gelyk deelt, daarom AB + BC 28 / AC 14 / AB $14 + x$? komt $7 + \frac{1}{2}x$ ∞ AZ: dies

dies is FZ $\infty \frac{1}{2}x$, en HZ $\infty \sqrt{.16 + \frac{1}{4}xx}$: dan,

HZ $\sqrt{.16 + \frac{1}{4}xx}$ / FH 4 / HI $16\frac{1}{4}$? komt $\frac{65}{\sqrt{.16 + \frac{1}{4}xx}} \infty$ HB, dit vermenigvuldigt met AC 14, komt $\frac{910}{\sqrt{.16 + \frac{1}{4}xx}} \infty$ de ▭ HB, AC.

voor AH, of HC vind men $\sqrt{65}$. Zo is dan

$14 - x, \sqrt{65} \infty$ de ▭ AH, BC

en $14 + x, \sqrt{65} \infty$ de ▭ HC, AB, vergaart

komt $28\sqrt{65} \infty$ de ▭ AH, BC + ▭ HC, AB $\infty \frac{910}{\sqrt{.16 + \frac{1}{4}xx}} \infty$ ▭ HB, AC

of $28\sqrt{65}, \sqrt{.16 + \frac{1}{4}xx} \infty 910$

14

of $2\sqrt{65}, \sqrt{.16 + \frac{1}{4}xx} \infty 65$

$\sqrt{65}$

of $2\sqrt{.16 + \frac{1}{4}xx} \infty \sqrt{65}$

$\sqrt{}$

of $64 + xx \infty 65$

of $x \infty 1$: dies is AB 15 en BC 13.

Anders. Zonder de Algebra.

Trekt CK evenwydig aan BH, zo is BK ∞ BC, om dat K is ∞ ABZ ∞ ZBC ∞ BCK.

FH is hier voren gevonden op 4, en AF is 7, zo is dan AH, of HC $\infty \sqrt{65}$.

Dan: AK 28 / AC 14 / HC $\sqrt{65}$? komt $\frac{1}{2}\sqrt{65} \infty$ ZH, om dat HCZ is ∞ HBA, of ∞ H; en ZHC ∞ KAC.

't □ ZH is $16\frac{1}{4}$, en 't □ FH is 16, zo is 't □ FZ $\infty \frac{1}{4}$, of FZ $\infty \frac{1}{2}$: dies is AZ $\infty 7\frac{1}{2}$ en CZ $\infty 6\frac{1}{2}$.

Dan: AC 14 / AK 28 / AZ $7\frac{1}{2}$? komt 15 ∞ AB; daarom 13 ∞ BC.

313. *Vind drie Rationale Getallen, zodanig dat haar vermenigvuldigde, vergaart by yder getal in 't bezonder, voortbrenge Rationale Quadraten.* De 23 des 4 Diophanti, of de 52 van Ludolf van Keulen.

Stellende 't *eerste* ∞x

het *tweede* ∞y

en het *derde* ∞z, zo is haar vermenigvuldigde xyz,

en overzulx moet $xyz + x$

$xyz + y$

$xyz + z$, elk zyn een Rationaal Quadraat.

Stel-

Stellende de Wortel van 't eerste $\infty\, ax$

zo is $\overline{xyz + x} \infty\, aaxx$ ✓

x ———————

$yz + 1 \infty\, aax$

of $\frac{yz + 1}{aa} \infty\, x$

——————— yz

$\frac{yyzz + yz}{aa} \infty\, xyz$, vergaart y,

komt $\frac{yyzz + yz + aay}{aa} \infty$ een Rationaal Quadraat, wiens Wortel $\infty\, \frac{bz + z,y}{a}$ nemende,

zo is $yyzz + yz + aay \infty\, bbzz + 2bzz + zz,yy$

of $yz + aay \infty\, bbzz + 2bzz,\ yy$

y ———————

$z + aa \infty\, bbzz + 2bzz,\ y$

of $\frac{z + aa}{pzz} \infty\, y$, stellende $p \infty\, bb + 2b$

——————— z

$\frac{z + aa}{pz} \infty\, yz$, vergaart 1, en gedeelt door aa,

komt $\frac{z + aa + pz}{aapz} \infty\, x$

——————— $yz \infty\, \frac{z + aa}{pz}$ vermenigvuldigt,

komt $\frac{zz + 2aaz + aapz + pzz + a^4}{aappzz}$, een Rat. Quad. $\infty\, xyz$, vergaart z,

komt $zz + 2aaz + aapz + pzz + a^4 + aappz^3$, ∞ een Rat. Quad.

Wiens Wortel $\infty\, dz + c$ stellende, men heeft

$zz + 2aaz + aapz + pzz + a^4 + aappz^3 \infty\, ddzz + 2dcz + cc$.

Nemende $cc \infty\, a^4$, zo is $c \infty\, aa$:

Nemende ook $2dcz \infty\, 2aaz + aapz$,

$2cz$ ———————

zo is $d \infty\, \frac{2 + p,aa}{2c}$, of $d \infty\, 1 + \frac{1}{2}p$, stellende c in plaats van aa, de welke gelyk zyn.

Resteert dan dat $ddzz$ is $\infty\, aappz^3 + pzz + zz$

zz ———————

of $dd \infty\, aappz + p + 1$

of $z \infty\, \frac{dd - p - 1}{aapp}$

of $z \infty\, \frac{1}{4c}$: stellende $1 + \frac{1}{2}p$ in plaats van d, en c in plaats van aa, dewelke gelyk zyn.

Nemende $b \infty\, 2$, en $c \infty\, 1$, zo is $p \infty\, 8$; en overzulx zyn de begeerde getallen $1\frac{5}{8}$; $2\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$: maar $b \infty\, 2$, en $c \infty\, 9$ nemende, zo vind men voor de begeerde getallen $4\frac{5}{8}$; $1462\frac{1}{2}$; en $\frac{1}{36}$, en zo in 't oneyndig.

 314. *Zoekt*

314. *Zoekt drie getallen, van welkers vermenigvuldigde afgetogen yder getal in 't bezonder datter t'elkens reste een Rationaal Quadraat.* De 24 des 4 Diophanti.

Stellende het *vermenigvuldigde* van de drie begeerde getallen $\infty\, aaxx + bx$, en het *eerste* getal $\infty\, bx$, zo zal de rest, trekkende het eerste getal van dit vermenigvuldigde, als $aaxx$, wezen een Rationaal Quadraat.

Deelt men $aaxx + bx$, het vermenigvuldigde van de drie getallen, door bx, het eerste getal, men heeft $\frac{aax + b}{b}$ voor het gemultipliceerde van het tweede en derde getal. Deelt men dit quotient nog door c, het welke wy nemen voor het *tweede* getal, zo heeft men $\frac{aax + b}{bc}$ voor het *derde* getal.

Het tweede en derde getal, yder in 't bezonder, afgetogen van het vermenigvuldigde der drie getallen $aaxx + bx$,

rest $aaxx + bx - c$

en $aaxx + bx - \frac{aax + b}{bc}$, die yder moeten wezen een Ration. Quad.

Lemma. Als men van twee Rationale Quadraten, yder bestaande uyt drie Termen, als van $aaxx + 2anx + nn$ en $aaxx - 2anx + nn$ (wiens Wortelen zyn $ax + n$ en $ax - n$) haar verschil $4anx$, deelt door zekere quantiteyt, waar door het quotient is (ax) het eene deel van de Wortel quantiteyt, zo is de Divisor 4 maal (n) het ander deel van de Wortel quantiteyt.

Daarom, zyn $\frac{1}{4}$, n, vergaart en afgetogen van het quotient ax, men heeft $ax + n$ en $ax - n$ de Wortelen van de Rationale Quadraten wiens verschil gedeelt is.

Op gelyke wyze, van de boven gevondene quantiteyten, die wy zullen aanmerken als Rationale Quadraten, haar verschil $-c + \frac{aax + b}{bc}$, of $\frac{aax + b - bcc}{bc}$ gedeelt door $\frac{a}{bc}$, komt $ax + \frac{b}{a} - \frac{bcc}{a}$, waar van ax de Wortel is uyt $aaxx$, de quantiteyt die uyt de boven gevondene moet weg gereduceert werden: daarom d'$\frac{1}{4}$ van de deeler, als $\frac{a}{4bc}$, vergaart en afgetogen van het quotient $ax + \frac{b}{a} - \frac{bcc}{a}$, men heeft hoegrootheden die in zig gemultipliceert gelyk zyn aan de boven gevondene wiens verschil gedeelt is.

Hebbende $\frac{a}{4bc}$ afgetogen van $ax + \frac{b}{a} - \frac{bcc}{a}$, men heeft $ax + \frac{b}{a} - \frac{bcc}{a} - \frac{a}{4bc}$ of $ax - d$ (stellende $-d \infty \frac{b}{a} - \frac{bcc}{a} - \frac{a}{4bc}$) in 't Vierkant, komt $aaxx - 2adx + dd$; dit vergeleken met het kleenste van de twee hier boven gevonden, om dat wy $\frac{a}{4bc}$ afgetrok-

trokken hebben, dat is met $aaxx+bx-c$, stellende c groter te wezen als $\frac{aax+b}{bc}$, men heeft

$$aaxx+bx-c \infty aaxx-2adx+dd$$

$$\text{of } x \infty \frac{dd+c}{b+2ad}$$

Stellende $a \infty 4$, $b \infty 2$, en $c \infty 3$, zo vind men daar door $\frac{b}{a}-\frac{bcc}{a}-\frac{a}{4bc}$, of $-d \infty -3\frac{5}{6}$, of $d \infty 3\frac{5}{6}$: waar door men dan vind $x \infty \frac{13}{24}$; dies is bx, het eerste getal, $\infty \frac{13}{12}$; $\frac{aax+b}{bc}$, het derde getal, $\infty \frac{16}{9}$: het tweede getal c is gestelt $\infty 3$. Haar vermenigvuldigde is $\frac{52}{9}$, hier van getrokken de gevondene getallen, $\frac{13}{12}$, 3, $\frac{16}{9}$, resten $\frac{169}{36}$, $\frac{25}{9}$ en 4, zynde Rationale Quadraten.

Had men deze willen ontbinden op de wyze als de laast voorgaande, men zoude $z \infty -\frac{1}{4c}$ gevonden hebben, dat absurt is, schoon men $bz-z$ en $dz-c$ in plaats van $bz+z$ en $dz+c$ genomen hadde.

315. *Een gegeve menigte van Rationale getallen te vinden, dewelke yder in 't bezonder vergaart en ook afgetogen van 't Vierkant van haar Som, voortbrengen Rationale Quadraten.* De 22 des 3 Diophanti, doch hy eyscht alleenlyk vier zodanige getallen, en Ludolf van Keulen eyscht en stelt'er in zyn Zeventigste Questie vyf zodanige.

Dewyl het dubbelde product van twee Rationale getallen, vergaart en ook afgetogen van de Som haarder Vierkanten, voortbrengt t'elkens een Rationaal Quadraat, te weten, het vergaarde, het Vierkante van de Som, en de Rest, het Vierkant van 't verschil dezer getallen, zo moetmen eerstelyk een getal, te zamen gezet uyt twee Rationale Quadraten, zo menigmaal deelen in twee bezondere Rationale Quadraten als 'er getallen begeert werden. Maar alzo de Som van de begeerde getallen een Rationaal Quadraat moet wezen, ter oorzake dat tot yder een Rationaal getal vereischt wert, daarom zal dit getal, 't welk te zamen gezet is uyt twee Rationale Quadraten, ook een Rationaal Quadraat moeten wezen, op dat zyn Wortel, die de Som van de getallen moet zyn, een Rationaal getal is: Dies moetmen een Rationaal Quadraat in twee andere deelen, of ten minsten, men moet de Wortels van die twee andere zoeken, en dat zo veelmalen als'er getallen begeert werden.

Stellende dan aa voor't Rationaal Quadraat; yy voor het eene deel, en xx voor het ander deel, zo vind men, na't Voorbeelt de Wortel van 't eene deel $y \infty \frac{2ab}{bb+1}$, dies is de Wortel van't ander deel $x \infty \frac{abb-a}{bb+1}$, of $\infty \frac{bb-1,a}{bb+1}$

Dewyl datmen voor de Quantiteyt b t'elkens een getal mag nemen naar believen, alleenlyk dat hy meerder is als de eenheit, zo blykt datmen deze y en x t'elkens anders en anders zal vinden, zo menigmaal alsmen voor b een ander en ander getal neemt, en zullen nochtans altyt zodanig zyn dat de Som van haar Vierkanten gelyk is aan aa, zodanig alsze in 't eerste genomen is.

Stellende $y \infty n$,, en $x \infty o$:
ook $y \infty p$,, en $x \infty q$:
ook $y \infty r$,, en $x \infty s$:
ook $y \infty t$,, en $x \infty v$. En zo in 't oneyndig, of zo menigmaal als'er getallen begeert werden. Wy zullen het by deze vier laten, gelyk Diophantus gedaan heeft, om dat de manier, om meerder te vinden, een en de zelfde is.

Yder met het zyne vermenigvuldigt en verdubbelt, komt $2no$, $2pq$, $2rs$, $2tv$: getallen zynde, dewelke afgetogen of ook vergaart werdende by aa, t'elkens voortbrengen Rationale Quadraten: Dies zouden deze de begeerde getallen wezen, indien hare Som gelyk was aan a, de $\sqrt{q}$. uyt aa: Maar dewyl dit juyst alzoo niet zal komen te gebeuren, daarom vermenigvuldigde ik a met z, en en de andere met zz, komt az, $2nozz$, $2pqzz$, $2rszz$, $2tvzz$: Indienmen dan deze vier laatste yder in 't bezonder vergaart en ook aftrekt van $aazz$, het Vierkant van az, zo zullen de belopen, en de resten, zo wel als boven, zyn Rationale Quadraten, dewyl yder alleenlyk met zz aangedaan is: resteert overzulx alleenlyk dat

$$az \text{ is } \infty\ 2nozz + 2pqzz + 2rszz + 2tvzz$$

$$z \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$\text{of } a \infty 2noz + 2pqz + 2rsz + 2tvz$$

$$\text{of } z \infty \frac{a}{no + pq + rs + tv, 2}$$

Stellende $a \infty 65$, en nemende $b \infty 2$, ook $\infty 1\frac{1}{2}$, ook $\infty 1\frac{3}{4}$, en ook $\infty 1\frac{2}{7}$: zo vind men $n \infty 52$, $o \infty 39$, $p \infty 60$, $q \infty 25$, $r \infty 56$, $s \infty 33$, $t \infty 63$, en $v \infty 16$; en dienvolgens is $z \infty \frac{65}{12768}$: en daarom zyn de begeerde getallen $\frac{17136600}{163021824}$: $\frac{12675000}{163021824}$: $\frac{19615600}{163021824}$: $\frac{8517600}{163021824}$.

316. *Zoekt*

316. *Zoekt twee getallen zodanig, alsmen by yder in't bezonder, by haar Som, en ook by haar verschil, vergaart een gegeve Rationaal Quadraat, dat de uitkomsten zyn Rationale Quadraten.* De 14 des 4 Diophanti; doch hy neemt de eenheid voor 't gegeve Rationaal Quadraat, zodanig zy ook in 't openbaar is aengeslagen door Ezechiel de Decker.

Stellende de begeerde getallen $\infty\, x$, en y; en 't gegeve Rationaal Quadraat $\infty\, aa$, zo moet $x + aa$,

$y + aa$,

$x + aa + y$,

en $x + aa - y$, elk zyn een Rat. Quadraat.

Nemende de Wortels van de twee eerste $\infty\, b + a$, en $c + a$: zo vindmen daar door $x \infty bb + 2ab$

en $y \infty cc + 2ac$

Uyt de twee leste, als $x + aa + y$,

en $x + aa - y$, blykt dat y, of $cc + 2ac$, zodanigen getal zal moeten wezen dat het zelvige vergaart, en ook afgetogen zynde, by en van een Rationaal Quadraat $x + aa$, of $bb + 2ab + aa$, voortbrenge Rationale Quadraten.

overzulx $cc + 2ac$

2 ————

$\frac{1}{2}cc + ac$

c ————

$\frac{1}{2}c + a$

———— V

$\frac{1}{4}cc + ac + aa$

cc

————

zo zal $1\frac{1}{4}cc + ac + aa$ zodanigen getal wezen, omreden gegeven in 't laatste Voorbeelt: stellende dit $\infty\, bb + 2ab + aa$, zo zal dit laatste ook zodanigen getal wezen: vinde door vergelijking van deze met elkander

$$b + a \infty \sqrt{.}\, 1\tfrac{1}{4}cc + ac + aa$$

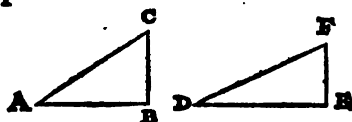
De Wortel van dit Surdische $\infty\, dc - a$ nemende, zo vindmen

$$c \infty \frac{1 + 2d,\, a}{dd - 1\frac{1}{4}}.$$

Gegeven zijnde $a \infty 2$, en nemende $d \infty 1\frac{1}{2}$, zo vind men $c \infty 8$: dies is $dc - a$, of $b + a \infty 10$: en overzulx is zijn Vierkant $bb + 2ba + aa$, of $x + aa \infty 100$; en alzo is $x \infty 96$, en zo veel is ook

$cc+2ac$, of y. Maar $d \infty 2\frac{1}{2}$ nemende, zo vindmen $c \infty \frac{12}{5}$: dies is $dc-a$, of $b+a \infty 4$: en overzulx $x+aa \infty 16$; en alzo is $x \infty 12$, en $y \infty \frac{384}{25}$.

317. *Twee Rationale Rechthoekige Driehoeken te vinden van gelyke Inhoud.* Anno 1664 tot Amsterdam aangeplakt.



Stelle $BC \infty 2xy$
$AB \infty xx-yy$
$EF \infty 2xz$
en $DE \infty xx-zz$, zo is alles Rationaal, resteert alleenlyk dat de Inhouden gelyk zyn, dat is.

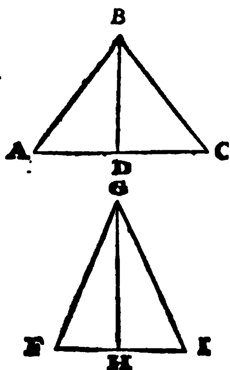
$$x^3y-xy^3 \infty x^3z-xz^3$$
$$x \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$
$$\text{of } xxy-y^3 \infty xxz-z^3$$
$$\text{of } xxy-xxz \infty y^3-z^3$$
$$y-z \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$
$$\text{of } xx \infty yy+yz+zz$$

Om x Rationaal te hebben, zo moet $yy+yz+zz$ wezen een Rationaal Quadraat: stellende zyn wortel $\infty y+b$, zo is

$$yy+yz+zz \infty yy+2by+bb$$
$$\text{of } y \infty \frac{zz-bb}{2b-z}$$

Nemende $z \infty 3$ en $b \infty 2$, zo vindmen $y \infty 5$, en daar door $x \infty 7$: en dan zyn de zyden van de begeerde Driehoeken 70, 24, 74 en 42, 40, 58, welkers beyder Inhoud is 840.

318. *Twee Rationale Scheefhoekige Driehoeken te vinden van gelyke Inhoud.*



Laten ABCA en FGIF de begeerde Driehoeken wezen, waar van BD GH hangende zyn op AC FI.

Stelle $BD \infty x$, $AD \infty \frac{xx-bb}{2b}$, en $DC \infty \frac{xx-cc}{2c}$

ook $GH \infty y$, $FH \infty \frac{yy-bb}{2b}$, en $HI \infty \frac{yy-cc}{2c}$

zo is alles Rationaal: resteert dat de Inhouden gelyk zyn: dat is

$AC \infty \frac{2xxc-2bbc+2xxb-2ccb}{4bc}$, verm. met $\frac{1}{2}x$, moet gelyk wezen aan

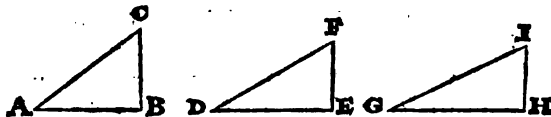
$FI \infty \frac{2yyc-2bbc+2yyb-2ccb}{4bc}$, verm. met $\frac{1}{2}y$

of

of $x^3c - bbcx + x^3b - ccbx \infty y^3c - bbcy + y^3b - ccby$
of $x^3 - cbx \infty y^3 - cby$, hen del. door $c + b$.
of $x^3 - y^3 \infty cbx - cby$
$x - y$ ————————————
of $xx + xy + yy \infty cb$
of $\frac{xx + xy + yy}{b} \infty c$

Nemende $x \infty 3$, $y \infty 4$, en $b \infty 6$; zo is $c \infty 6\frac{1}{6}$: hier door vind men AD $\infty \frac{9}{4}$, DC $\infty \frac{1045}{444}$, FH $\infty \frac{5}{3}$, en HI $\infty \frac{793}{444}$; en daar door de zyden van de Driehoeken AB $\frac{15}{4}$, BC $\frac{1693}{444}$, AC $\frac{2044}{444}$, FG $\frac{13}{3}$, GI $\frac{1945}{444}$, en FI $\frac{1533}{444}$: of in heele getallen
AB 1665, BC 1693, AC 2044, en de perpendiculaar BD 1332.
FG 1924, GI 1945, FI 1533, en de perpendiculaar GH 1776.

319. *Drie Rationale Rechthoekige Driehoeken te vinden van gelyke Inhoud.* De 8 des 5 Diophanti, of de 11 des 4 Boeks der Zetet. van Vieta.



Stelle BC $\infty 2xy$, en AB $\infty xx - yy$
EF $\infty 2xz$, en DE $\infty xx - zz$
AI $\infty 2xq$, en GH $\infty qq - xx$

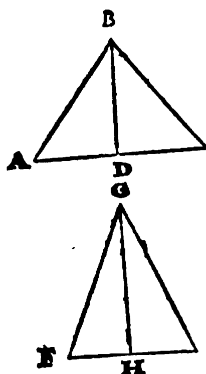
Zo is alles Rationaal, resteert alleenlijk de gelijkheit van de Inhouden, dat is
$x^3y - y^3x \infty x^3z - z^3x \infty q^3x - x^3q$.

Men vind volgens de Reductie gedaan in 't 317 Voorbeelt
door de twee *eerste* $xx \infty yy + yz + zz$
door de twee *laatste* $xx \infty qq - qz + zz$
dies is $qq \infty qz + yz + yy$
$\surd$ ————————
of $q \infty z + y$.

Blyft alzo niets overig als dat $yy + yz + zz$ is een Rationaal Quadraat, op dat x Rationaal zy: Zyn Wortel $\infty y + b$ stellende, men vind

$$y \infty \frac{zz - bb}{2b - z}$$

Nemende $z \infty 5$ en $b \infty 4$, zo vind men $y \infty 3$; dies is $x \infty 7$, en $q \infty 8$. En overzulx zyn de zyden van de begeerde Driehoeken 40, 42, 58 en 24, 70, 74, en 15, 112, 113. Haar aller Inhoud is 840.



320. *Twee Rationale gelykbeenige Driehoeken te vinden van gelyke Inhoud en Omtrek.* Anno 1634 tot Parys aangeslagen, en door *des Cartes* opgeloſt, gelyk te zien is in de Mathematiſche oeffening door *F. van Schoten*: beziet hier een andere bewerking.

Stellende $BD \infty 2xy$
$AD \infty xx - yy$
zo is $AB \infty xx + yy$.
ook $GH \infty 2zv$.
$FH \infty zz - vv$.
zo is $FG \infty zz + vv$.

Dan is alles Rationaal. Haar Omtrekken zyn $4xx$ en $4zz$; en hare Inhouden zyn $2x^3y - 2xy^3$ en $2z^3v - 2zv^3$.

zo is dan $4xx \infty 4zz$, of $x \infty z$.

en daarom $2x^3y - 2xy^3 \infty 2x^3v - 2xv^3$

$2x$ ———

of $xxy - y^3 \infty xxv - v^3$

of $xxy - xxv \infty y^3 - v^3$

$y - v$ ———

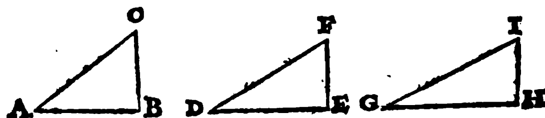
of $xx \infty yy + yv + vv$

Reſteert alleenlyk dat $yy + yv + vv$ is een Rationaal Quadraat, op dat x Rationaal kome: Zyn Wortel $\infty b - y$ nemende, zo vindmen

$$y \infty \frac{bb - vv}{2b + v}$$

Nemende $b \infty 10$ en $v \infty 5$, zo vindmen $y \infty 3$; dies is $x \infty 7$: en daarom AB 58; AD 40, en FG 74; FH ∞ 24. De Inhoud is in beyde 1680, en de Omtrek 196.

321. *Drie Rationale Rechthoekige Driehoeken te vinden, zodanig dat het vermenigvuldigde van de Beenen die men voor gronden neemt, tot het vermenigvuldigde van de andere Beenen is als een Quadraat tot een Quadraat.* Uit Vieta.



$BC \infty a$ $EF \infty 2ax$ $HI \infty 2b$
$AB \infty b$ $DE \infty xx - aa$ $GH \infty xx - bb$
$AC \infty x$

't Vermenigvuldigde van de gronden AB, DE, GH, is

$x^4 - aaxx - bbxx + aabb$, b

En 't vermenigvuldigde van de Perpendicularen BC, EF, HI, is

$4aabxx$.

Stellende het eerste vermenigvuldigde tot het tweede, als bb tot $4xx$, dat is, als een Quadraat tot een Quadraat, zo is door de vermenigvulding van de uytterste en middelste, (hebbende eerstelyk de twee voorste beyde door b gedeelt.)

$$4x^6 - 4aax^4 - 4bbx^4 + 4aabbxx \infty 4aabbxx$$
$$\text{of } xx \infty aa + bb.$$

Resteert alleenlyk a of b zodanig te bepalen dat x Rationaal komt, om dat alle de andere conditien van de Questie voldaan zyn.

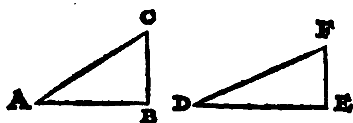
Stellende de Wortel uyt $aa + bb \infty a + c$.

Men vind $a \infty \frac{bb - cc}{2c}$.

Nemende $b \infty 3$ en $c \infty 1$; zo vind men $a \infty 4$, en $x \infty 5$: en daarom zyn de zyden van de Driehoeken

	Hyp.	Gr.	Perp.
van de *eerste* △	5:	3:	4
van de *tweede* △	41:	9:	40
van de *derde* △	34:	16:	30.

't Vermenigvuldigde van de gronden 432, is tot het vermenigvuldigde van de perpendicularen 4800, als $9 \infty bb$, tot $100 \infty 4xx$, dat is als een Quadraat tot een Quadraat.



322. *Twee Rationale Rechthoekige Driehoeken te vinden, zodanig dat het verschil, of ook de Som der vermenigvuldigdens van de Gronden en perpendicularen is een Rationaal Quadraat.* Uyt Vieta.

Vieta ontbintze als volgt:

Stellende $AB \infty d$
$BC \infty b$

en nemende $DE \infty \frac{4bb - dd}{d}$

$EF \infty 4b$, zo is de △ DEF Rationaal.

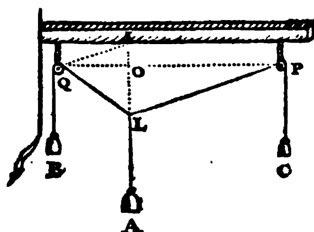
'tvermenigvuldigde van de Perpendicul. is $4bb$
en dat van de Gronden is $4bb - dd$

afgetogen, rest dd een Rat. Quad.
blyft alleenlyk overig dat $dd + bb$ is een Rationaal Quadraat, om de Hypothenuza van de eerste △ ABC Rationaal te hebben: zyn wortel $\infty d + c$ stellende, men vind

$$d \infty \frac{bb - cc}{2c}.$$

Nemende $b \infty 12$, en $c \infty 6$, zo vind men voor de zyden van de *eerste* Driehoek 15. 9. 12; en voor de zyden van de *tweede* Driehoek 73. 55. 48. 't Vermenigvuldigde van de Perpendicularen 12 en 48 is 576, en dat van de gronden 9 en 55 is 495; welkers verschil 81 is een Rationaal Quadraat. Zynde de getallen van *Vieta*.

Op dezelve manier vind men het tweede, dat is op de *Som*. Ik vinde voor de △en 13. 5. 12, en $20\frac{1}{3}$, 20, $3\frac{2}{3}$. &c. 't Vermenigvuldigde van de gronden is 100, en van de Perpendicularen 44, haar Som is 144, een Rationaal Quadraat.



323. *Gegeven zynde twee Schyven, of Katrollen* Q *en* P, *evenwydig met den Horizont, of de Vlakte der Aarde, van elkander afstaande* 12 *Voeten: door de zelve is geschoren een Touw, aan welkers eynden hangen twee gewichten* B *en* C, *wegende* B 21 *en* C 20 *pond: nu is tussen de zelve in* L *vast gemaakt een gewigt* A, *swaar* 13 *pond: dit aldus hangende, en alles in rust zynde, zo werd gevraagt na de plaats* L, *dat is na de lengte van* OL, OQ, OP. Uyt D. Rembrantz.

Om dit te vinden, zo trekt QP, en door de zelve rechthoekig LOI, of verlengende AL: ook QI evenwydig aan LP.

Volgens de eygenschappen van de Weegkunst, zyn de zyden van de △ QIL evenredig met de gewichten A B C, dat is LI tot A, als QI tot C, en als QL tot B: om dat, de gewichten in rust zynde, A trekt volgens de lyn LI, B volgens de lyn QL, en C volgens de lyn LP, of volgens zyn evenwydige QI.

Stelle

Stelle A, of 13 ∞a, nemende dan LI ∞ax,
B, of 21 ∞b, zo is QL ∞bx,
C, of 20 ∞c. en QI ∞cx.

Hier door zoekt OI en OQ: men vind OI $\infty \frac{cc + aa - bb, x}{2a}$

of OI ∞qx. $q \infty \frac{cc + aa - bb}{2a}$

dan is OQ $\infty x \surd, cc - qq$

of OQ ∞px. $p \infty \surd, cc - qq$

en ſtellende QP, of 12 ∞d, zo is OP $\infty d - px$. En om dat de $\triangle$en QOI POL gelykhoekig zyn, daarom zyn evenredig

OI qx / OQ px // OL $ax - qx$ / OP $d - px$

daar door bekomt men $x \infty \frac{qd}{ap}$.

Men vind $q \infty 4\frac{12}{13}$, en daar door $p \infty 19\frac{5}{13}$, en door deze twee $x \infty \frac{64}{273}$, en daar door OL $\infty 1\frac{151}{169}$, OQ $\infty 4\frac{92}{169}$, en OP $\infty 7\frac{77}{169}$ Voet.

324. *Een Touw, vaſt in* Q, *is geſchoren door twee Katrollen* L *en* P: *aan* L *hangt een gewigt* A *ſwaar* 6 *pond, en aan* P, *vaſt aan een Balk, hangt een ander* C *ſwaar* 5 *pond: haalt men* QS *evenwydig aan de Horizont, en* PS *daar na toe rechthoekig, zo bevind men* QS *te wezen* 12 *en* PS 2 *Voeten: Vrage zo* LO *rechthoekig op* QS *valt, hoe lang* QO *en* OL *zullen wezen.*

gewigt A, of 6 ∞a
gewigt C, of 5 ∞c
QS, of 12 ∞d
SP, of 2 ∞f

Hebbende QI getrokken evenwydig aan LP, ontmoetende de verlengde LO in I, zo zal QI zo lang wezen als QL, om dat, A in ruſt zynde, de trekking in Q zo groot is als die in P; zo dat het even eens is als of in Q mede een Katrol was, waar aan een gewigt hing zo ſwaar als C.

Na 't gezeg in 't laatſte Vraagſtuk is LI ∞ax, tegens QL, of QI ∞cx; dies is OL $\infty \frac{1}{2}ax$: door OL en QI vind men QO $\infty x \surd . cc - \frac{1}{4}aa \infty px$, $p \infty \surd . cc - \frac{1}{4}aa$ ſtellende. Men werd lichtelyk gewaar dat OR is ∞ OQ; dies is PS $\infty d - 2px$: ook dat de

△en QOI RSP gelykhoekig zyn, of dat px / $\frac{1}{2}ax$ // $d - 2px$ / f evenredig zyn, waar door men heeft $x \infty \frac{d}{2p} - \frac{f}{a}$, of $x \infty 1\frac{1}{6}$, en daar door vind men QO $\infty 4\frac{2}{3}$, en OL $\infty 3\frac{1}{2}$ Voet.

325. *Drie personen* A, B, C *hebben te zamen een Meer bedykt, en daar aan tot onkosten betaalt* A 1050, B 1000, *en* C 650 *Ryxdaalders: ook hebbenze aan de omtrek van de bedykte Meer yder een huys-gebouwt, en zodanig dat ze in een rechte linie even ver, te weten* 1200 *roeden, van elkander afwoonen, als hier in* A B C: *nu zo komenze over een om in dit bedykte land een Kerk te laten maken, en die te zetten alwaar het punt* K *komt te rusten, zynde de vereening van drie draden, welkers andere eynden lopen over drie gladde schyven; vastgemaakt op de schoorsteenen van yders huys, die elk op het midden van het huys geplaast is, aan welkers eynden hangen gewichten, swaar zynde naar het geld dat yder tot de bedykinge heeft besteet, zo dat het gewicht in* A *is* 21, *tegens dat in* B *is* 20, *en tegens dat in* C *is* 13: *Vrage hoe veel roeden de Kerk van yders huys zal afstaan, dat is na de lengte van* AK BK CK? Uyt D. Rembrantz. voorgestelt van eenen Thade Philipz.

Aanmerkt BC voor een rechte van B tot C; BG voor een evenwydige aan CK, ontmoetende de verlengde AK in G; AD en BF voor lootlynen op BC en AG.

Na de Weegkonst van *S. Stevin* of volgens de reden gegeven in 't 323 Vraagstuk, is KG tot 21, als KB tot 20, en als BG tot 13.

Stellende dan KB $\infty 20x$, zo is KG $\infty 21x$, en BG $\infty 13x$: daar door vind men KF $\infty 16x$, FG $\infty 5x$, en BF $\infty 12x$.

Stellende AB, BC, of CA, dat is 1200 roeden, $\infty 2a$; zo is BD ∞a; en nemende DE ∞y, zo is BE $\infty a - y$, en CE $\infty a + y$: en noemende AD (lang zynde $600\sqrt{3}$ roeden) ∞b,

zo is 't, om de gelykhoekigheit van de $\triangle^{en}$ ADE en BFE,

AB b — DE y — BF $12x$? komt $\frac{12xy}{b}$ ∞ FE.

welkers Vierkant vergaart by het Vierkant van BF, men heeft

$\frac{144xxyy}{bb} + 144xx$ ∞ $aa - 2ay + yy$.

FE van KF, en by FG, men heeft KE en EG.

Om de gelykhoekigheit van de $\triangle^{en}$ BEG en CEK, zo zyn evenredig

BE $a - y$ / CE $a + y$ // EG $5x + \frac{12xy}{b}$ / KE $12x - \frac{12xy}{b}$

waar door men vind y ∞ $\frac{11ab}{24a + 21b}$, of y ∞ $\frac{2200\surd 3}{8 + 7\surd 3}$. dit gestelt in de eerstgevondene Æquatie in plaats van y, en gereduceert, men vind

x ∞ $\frac{600 + 250\surd 3}{\surd.\,505 + 252\surd 3}$, of $20x$ ∞ $\frac{12000 + 5000\surd 3}{\surd.\,505 + 252\surd 3}$ voor BK.

dan: BE $a - y$; geeft CE $a + y$, wat BG $13x$?

dat is, $\frac{4800 + 2000\surd 3}{8 + 7\surd 3}$ / $\frac{4800 + 6400\surd 3}{8 + 7\surd 3}$ / $\frac{7800 + 3250\surd 3}{\surd.\,505 + 252\surd 3}$?

komt $\frac{7800 + 10400\surd 3}{\surd.\,505 + 252\surd 3}$ voor CK.

Voorts. BF $12x$ / BE $a - y$ / AD b? komt $\frac{ab - by}{12x}$ voor AE, hier van KE ∞ $16x - \frac{12xy}{b}$, rest $\frac{ab - by}{12x} - 16x + \frac{12xy}{b}$ voor AK.

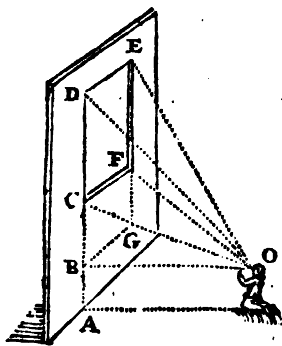
Hier door zoude men deze AK mede in Surdische getallen konnen afbeelden, de moeyte doende van de uytrekening: maar om dat men geen dingen op 't land werkdadig kan uytvoeren als in Rationale getallen, zo is 't in deze geoorloft de rekening in heele en breuken te verrichten.

Dewyl $\surd 3$ na genoeg is 1.732, zo vind men daar door $\surd.\,505 + 252\surd 3$ ∞ $30.68\frac{1}{3}$, en bygevolg x ∞ $\frac{3099}{92.05}$,

dies is $20x$, of BK ∞ 673.33 roeden.

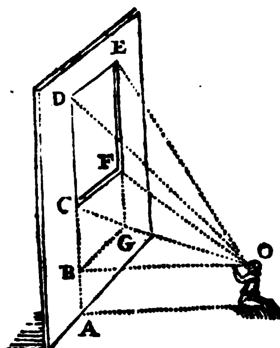
en men vind CK ∞ 841.26 roeden,

en AK ∞ 590.24 roeden.



326. *In een Muur is gemaakt een opening, in gedaante van een Rechthoek, als* CDEF, *waar van* CF *Horizontaal is, hoog 5, en breet 3 voeten: men vraagt waar dat men het Oog* O *moet houden in de lyn* BO, *staande rechthoekig op de Muur in de verlengde* DC: BC *lang wezende 4 voeten.*

Aanmerkt BG evenwydig aan CF, en



en G in de verlengde van EF: en laat getogen wezen OC OD OE OF OG.

Dewyl OB rechthoekig op de Muur ſtaat, en daarom ook de Vlakken DOB GOB (31 V.) zo zyn de hoeken DBO GBO beyde recht (42 bep.); en om dat DB de ſnyding is van het vlak DOB en het vlak van de Muur, en DE CF BG op deze ſnyding rechthoekig ſtaan, daarom zyn de hoeken EDO FCO GBO mede recht (2 gev. 33 V. en 42 bep.) ook is recht de hoek EGO, om dat het Vlak EOG en de Muur beide rechthoekig ſtaan op het Vlak BGO, en daarom ook haar ſnyding EG op OG (32 V.)

Stellende $OB \infty x$, zo is
$CO \infty \sqrt{.xx+16}$,
$DO \infty \sqrt{.xx+81}$,
$GO \infty \sqrt{.xx+9}$,
$FO \infty \sqrt{.xx+25}$,
$EO \infty \sqrt{.xx+90}$,

1. *Om* CF *zo groot te zien als* CD.

Dan hebben de △en COF COD in O een hoek gelyk, en daarom zyn deze △en evenredig met de ▭en COF COD, of met OF en DO, om dat CO aan haar beyde gemeen is: daarom zyn evenredig

2△COF	2△COD	FO	DO
$3\sqrt{.xx+16}$ /	$5x$ //	$\sqrt{.xx+25}$ /	$\sqrt{.xx+81}$

Hier door vind men $x \infty \sqrt{.7\frac{3}{4}+1\frac{1}{4}\sqrt{505}}$, dat is nagenoeg 5.987 Voeten voor de lengte van BO.

2. *Om* DE *zo groot te zien als* CD.

Dan hebben de △en EOD DOC in O een hoek gelyk, en daarom zyn deze △en evenredig met EO en CO, dat is

2△EOD	2△DOC	EO	CO
$3\sqrt{.xx+81}$ /	$5x$ //	$\sqrt{.xx+90}$ /	$\sqrt{.xx+16}$

Hier door vind men $x \infty \sqrt{.-43\frac{1}{32}+\sqrt{2580\frac{705}{1024}}}$, dat is nagenoeg 2.787 voeten voor BO.

3. *Om* CF *zo lang te zien als* FE.

Om reden als voren zo zyn nu evenredig

2△FOC	2△EOF	CO	EO
$3\sqrt{.xx+16}$ /	$5\sqrt{.xx+9}$ //	$\sqrt{.xx+16}$ /	$\sqrt{.xx+90}$

Hier door vind men $x \infty \sqrt{36\frac{9}{16}}$, of nagenoeg 6.0467 voeten voor BO.

4. *Om*

4. *Om* DE *zo lang te zien als* EF.

Nu zyn gelykredig

2△DOE 2△EOF DO FO

$3\sqrt{.xx+81} \,/\, 5\sqrt{.xx+9} \,//\, \sqrt{.xx+81}. \,/\, \sqrt{.xx+25}$

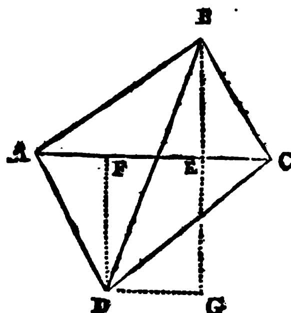
daar door heeft men $5\sqrt{.xx+9} \infty 3\sqrt{.xx+25}$ √

of $25xx+225 \infty 9xx+225$

of $25xx \infty 9xx$, dat geen waarheit kan wezen ten zy dat $x \infty 0$ is: en daarom moet het Oog in dit geval geplaast wezen in B, of OB is $\infty 0$ voeten.

Dit leste anders. Stellende BC ∞y, zo is DO $\infty \sqrt{.xx+yy+10y+25}$ en FO $\infty \sqrt{.xx+yy+9}$,

waar door men op de zelvewyze vind $\frac{16}{9}xx+16 \infty yy$, of $y \infty 4$ als $x \infty 0$ is, of als het Oog valt in B, gelyk boven gezegt is. Maar y grooter als 4 nemende, by voorbeelt $y \infty 5$, dat is B een voet lager: zo vind men $x \infty 2\frac{1}{4}$ Voet voor BO, die dan een Voet leger valt: $y \infty 6$ Voeten zynde, zo is $x \infty \sqrt{11\frac{1}{4}}$, of $\infty 3.354$ Voeten voor BO, mits dat hy 2 Voeten leger is: maar 6 Voeten lager zynde, of $y \infty 10$ wezende, zo is BO $\infty \sqrt{47\frac{1}{4}}$, of $\infty 6.874$ Voeten.



DA $\infty 13x$
DB $\infty 21x$
DC $\infty 15x$

327. *Gegeven zyn drie punten* A B C: B *van* A *afstaande* $3\sqrt{.130+10\sqrt{41}}$; C *van* B $3\sqrt{.186-18\sqrt{41}}$; *en* A *van* C 42: *een vierde punt* D *te vinden, afstaande van* A 13 *tegens van* B 21, *en van* B 7 *tegens van* C 5: *Vrage na de stand van het punt* D, *dat is na de lengte van* AF *en* FD, AFD *recht zynde.*

Aanmerkt BEG evenwydig aan FD, en DG zodanig aan AC.

Uyt de proportie van 13 tegens 21, en van 7 tegens 5, blykt dat de lynen DA DB DC tot elkander zyn als de getallen 13, 21, 15.

Om dat de drie zyden van de Driehoek ABC in getallen gegeven zyn, zo vind men

CE $\infty 27-3\sqrt{41}$, AE $\infty 15+3\sqrt{41}$, en BE $\infty 24$.

De Som van DA en DC, $28x$, gemultipliceert met $2x$, haar verschil, de uytkomst $56xx$ gedeelt door AC 42, komt $1\frac{1}{3}xx$; dit

dit van AC 42, blyft $42 - 1\tfrac{1}{3}xx$; de helft is $21 - \tfrac{2}{3}xx \infty$ AF; dies is 't □ van DF $\infty - 441 + 197xx - \tfrac{4}{9}x^4$: dit stellende ∞zz, dat is DF of GE ∞z: zo is dan BG $\infty 24 + z$, en zyn Vierkant $\infty 576 + 48z + zz$, of $\infty 135 + 48z + 197xx - \tfrac{4}{9}x^4$.

AF van AE, rest $-6 + \tfrac{2}{3}xx + 3\surd 41 \infty$ FE of DG

$$\tfrac{4}{9}x^4 - 8xx + 44xx\surd 41 + 405 - 36\surd 41 \infty \square DG$$
$$-\tfrac{4}{9}x^4 + 197xx \qquad + 135 + 48z \quad \infty \square BG$$

Verg.

$$\square DB.\ 441xx \infty 48z + 189xx + 44xx\surd 41 + 540 - 36\surd 41.\ \square DB$$
$$\text{of } 4z \infty 21xx - \tfrac{1}{3}xx\surd 41 - 45 + 3\surd 41$$

$$\text{of } 16zz \infty 445\tfrac{5}{9}x^4 - 14x^4\surd 41 - 1972xx + 156xx\surd 41 + 2394 - 270\surd 41$$

ook is $16zz \infty - 7056 + 3152xx - 7\tfrac{1}{9}x^4$, uyt het voorgaande

deze twee laatste vergeleken en gereduceert, men heeft,

$$1358x^4 - 42x^4\surd 41 \infty 15372xx - 468xx\surd 41 - 28350 + 810\surd 41$$
$$\text{of } 1358xx - 42xx\surd 41 \infty 7686 - 234\surd 41 \pm \surd.\ + 21425472 - 1306368\surd 41$$
$$\text{dat is } \pm 4536 - 144\surd 41$$

nemende de +, zo is

$$1358xx - 42xx\surd 41 \infty 12222 - 378\surd 41$$
$$\text{of } xx \infty 9, \text{ dat is } x \infty 3.$$

Zo is dan AD 39, en DC 45: hier door vind men 15 voor AF, en 36 voor FD, de twee waar na gevraagt is.

Neemt men de —, zo vind men $xx \infty \frac{3681 + 9\surd 41}{1582}$, waar door men nog een punt D kan bepalen.

328. *Vind een Arithmetische Progressie van vier Termen, zodanig dat het vermenigvuldigde van de Som der eerste en tweede met de derde is 20; en 't vermenigvuldigde van de Som der tweede en derde met de vierde is 40. komt* $\surd.\ - 83\tfrac{1}{2} + \surd 7472\tfrac{1}{4}$: $\surd.\ - 13\tfrac{1}{2} + \surd 502\tfrac{1}{4}$: $\surd.\ + 8\tfrac{1}{2} + \surd 92\tfrac{1}{4}$: *en* $\surd.\ - 17\tfrac{1}{2} + \surd 2306\tfrac{1}{4}$. De 50 Ludolf van Keulen.

Door konst, zegt hy, werd ze gebracht op 1 ℨℨ ∞ 500 — 167 ℨ, *dat is* $x^4 \infty 500 - 167xx$: *Vorder zeyt hy, de Proeve is lustig; zoekt de gemeene Differentie, gy zult vinden* $\surd.\ - 24 + \surd 656$; *de Somme van 't eerste en tweede getal is* $\surd.\ - 170 + 36900$, *dit vermenigvuldigt met het derde, komt* 20. *De Somme van het tweede en derde is* $\surd.\ + 14 + \surd 1476$, *dit vermenigvuldigt met het vierde, komt* 40.

Stelle van de Progressie
de *eerste* ∞x
de *tweede* $\infty x + y$
zo is de *derde* $\infty x + 2y$
en de *vierde* $\infty x + 3y$

Door de vermenigvulding van de Som der eerste en tweede met de derde, dat is $2x + y$ met $x + 2y$; en door de vermenigvulding van de Som der tweede en derde met de vierde, dat is van $2x + 3y$ met $x + 3y$, vind men

$2xx + 5xy + 2yy \infty 20$
——————————— $4\frac{1}{2}$ vermenigvuldigt,
of $9xx + 22\frac{1}{2}xy + 9yy \infty 90$
en $2xx + 9xy + 9yy \infty 40$
——————————— afgetogen,
Rest $7xx + 13\frac{1}{2}xy \infty 50$
dies is $y \infty \frac{50 - 7xx}{13\frac{1}{2}x}$, dit, in de 1e Æquatie gestelt in plaats van y, en zyn Vierkant in plaats van yy.
komt $5000 - 10x^4 \infty 1670xx$
10 ———————————
of $500 - x^4 \infty 167xx$
of $x^4 \infty 500 - 167xx$,
na de Regel $\sqrt{}$ ———————————
zynde die Æquatie dewelke Ludolf zegt door Konst gevonden te hebben.
of $x \infty \sqrt{.} - 83\frac{1}{2} + \sqrt{7472\frac{1}{4}}$ }
of $x \infty \sqrt{.} - 83\frac{1}{2} + 13\frac{1}{2}\sqrt{41}$ } het *eerste* getal.

x bekent hebbende, zo zou men met weynig moeyten y konnen vinden, om dat wy hebben $y \infty \frac{50 - 7xx}{13\frac{1}{2}x}$, indien x, of $\sqrt{.} - 83\frac{1}{2} + 13\frac{1}{2}\sqrt{41}$, geen *universele* Surdische Quantiteyt en was, om dat men nu, om $50 - 7xx$, door $13\frac{1}{2}x$ te deelen, de Vierkanten van deze $50 - 7xx$, en $13\frac{1}{2}x$, door elkander moet divideren, en uyt het Quotient de $\sqrt{q}$. trekken; 't welk in een simpele *Benomium* alles voorby gegaan werd: Om deze reden dan, en om dat de Quantiteyt x in een moeyelyk getal gevonden is, daarom zal 't best zyn, y zodanig te vinden als x hier boven gevonden is, gelyk volgt:

boven was $2xx + 9xy + 9yy \infty 40$
en $2xx + 5xy + 2yy \infty 20$
——————————— afgetogen,
Rest $4xy + 7yy \infty 20$
of $x \infty \frac{20 - 7yy}{4y}$, dit gesteld in plaats van x in de Æquatie $2xx + 5xy + 2yy \infty 20$,
komt $400 - 5y^4 \infty 240yy$
of $y^4 \infty - 48yy + 80$
of $y \infty \sqrt{.} - 24 + \sqrt{656}$ }
of $y \infty \sqrt{.} - 24 + 4\sqrt{41}$ } de *gemeene differentie.*

 x en

x en y gevonden zynde, zo kan men de tweede, de derde, en de vierde vinden door Vergaring. Adderende $y \propto \surd.-24+4\surd 41$ by $x \propto \surd.-83\frac{1}{2}+13\frac{1}{2}\surd 41$, zo heeft men de tweede. Maar om deze te vergaren, dewyl het universele tweenamige zyn, zo moet men een bezondere weg inslaan, die tot nog toe niet verhandelt is. Men moet $\surd.-83\frac{1}{2}+13\frac{1}{2}\surd 41$ door $\surd.-24+4\surd 41$ divideren op de gemeene wyze, beyde eerst multiplicerende met $\surd.-24-4\surd 41$, het residuum van de deeler, komt $\surd.2\frac{5}{8}-\frac{1}{8}\surd 41$, en dan hier uyt de $\surd q$. trekken, op dat het voorste Wortelteken weg gaat, komt $-1+\frac{1}{4}\surd 41$: dan moet men hier by de *eenheit* vergaren als men den Deeler by het Dividendum wil adderen: maar hen daar van willende aftrekken, zo moet men de *eenheit* daar van substraheren, komt $+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\surd 41$: dit in 't Vierkant, op dat het Wortelteken daar voor mag staan, komt $\surd.3\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\surd 41$. Dit gemultipliceert met de Deeler $\surd.-24+4\surd 41$, komt $\surd.-13\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}\surd 41$, gelyk zynde aan de Som van $\surd.-83\frac{1}{2}+13\frac{1}{2}\surd 41$ en $\surd.-24+4\surd 31$.

Dat deze bewerking een waare uytkomst geeft, zal men konnen bespeuren uyt de letteren die by deze bewerking hier onder daar bygevoegt zyn, dewyl het kenbaar is dat de Som van $\surd aa$ en $\surd bb$ moet wezen $a+b$, of $\surd.aa+2ab+bb$,

Deelt $\surd.-83\frac{1}{2}+13\frac{1}{2}\surd 41 \propto \surd aa$ | kt. $\surd.2\frac{5}{8}-\frac{1}{8}\surd 41 \propto \surd\frac{aa}{bb}$
door $\surd.-24+4\surd 41 \propto \surd bb$ |

$\surd$ $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\surd 41 \propto \frac{a}{b}$

de *eenheit* $+1 \qquad \propto 1$ vergaart

komt $+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\surd 41 \propto \frac{a+b}{b}$

$\surd$

of $\surd.+3\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\surd 41 \propto \frac{aa+2ab+bb}{bb}$

vermenigvuldigt met de Deeler $\surd.-24+4\surd 41 \propto \surd bb$

het *eerste* getal { komt $\surd.-13\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}\surd 41 \propto \surd.aa+2ab+bb$,
of $\surd.-13\frac{1}{2}+\surd 502\frac{1}{4}$ of $a+b$

Op dezelve manier vind men de overige, vergaderende $\surd.-24+4\surd 41$, by dit tweede getal, en 't zelvige by 't komende: maar om dat het derde een y meerder is als het tweede, en het vierde als het derde, zo vergaart by 't voren gevonde getal

$-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\surd 41$

het dobbel van de eenheit, als 2

komt $1\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\surd 41$

komt

komt $1\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{41}$

$\sqrt{}$ ———————

$\sqrt{.} + 5\frac{5}{8} + \frac{7}{8}\sqrt{41}$

$\sqrt{.} - 24 + 4\sqrt{41}$ den *Deeler*.

vermenigv. ———————

$\sqrt{.} + 8\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}\sqrt{41}$ } het *derde* getal.

of $\sqrt{.} + 8\frac{1}{2} + \sqrt{92\frac{1}{4}}$ }

Even op de zelfde wyze vind men voor het *vierde* getal $\sqrt{.} - 17\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2}\sqrt{41}$ of $\sqrt{.} - 17\frac{1}{2} + \sqrt{2306\frac{1}{4}}$.

Door de zelfde manier van Additie, vind men voor de *Som* van het *eerste* en *tweede* $\sqrt{.} - 170 + 30\sqrt{41}$, of $\sqrt{.} - 170 + \sqrt{36900}$, en voor de *Som* van het *tweede* en *derde* $\sqrt{.}\ 14 + 6\sqrt{41}$, of $\sqrt{.}\ 14 + \sqrt{1476}$.

Men kan het tweede, derde, en vierde getal, mitsgaders de voornoemde Sommen, op dezelve manier vinden als het eerste gevonden is, zonder de voorschreve Additie te gebruyken, aldus. Wy hebben gevonden

$2xx + 5xy + 2yy \infty 20$, ——————— en $\frac{20 - 7yy}{4y} \infty x$

2 ——————— ——————— $\frac{1}{2}y$

$xx + 2\frac{1}{2}xy + yy \infty 10$ $\qquad$ $2\frac{1}{2} - \frac{7}{8}yy \infty \frac{1}{2}xy$

hier af $\frac{1}{2}xy$ ——— $\infty 2\frac{1}{2} - \frac{7}{8}yy$

———————

Rest $xx + 2xy + yy \infty 7\frac{1}{2} + \frac{7}{8}yy$

$\sqrt{}$ ———————

of $x + y \infty \sqrt{.}\ 7\frac{1}{2} + \frac{7}{8}yy$.

Wy hebben ook gevonden

$yy \infty - 24 + 4\sqrt{41}$

——————— $\frac{7}{8}$ verm.

komt $\frac{7}{8}yy \infty - 21 + 3\frac{1}{2}\sqrt{41}$

hier by ——— $7\frac{1}{2}$

———————

komt het □ van $x + y \infty - 13\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}\sqrt{41}$

$\sqrt{}$ ———————

of $x + y \infty \sqrt{.} - 13\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}\sqrt{41}$, het *tweede* getal.

Op de zelve manier vind men de andere;

Want by $xx + 2\frac{1}{2}xy + yy \infty 10$

vergaderende ——— $1\frac{1}{2}xy$ ——— $\infty 7\frac{1}{2} - 2\frac{5}{8}yy$

en ——————— $3yy \infty$ ——— $3yy$

———————

komt $xx + 4xy + 4yy \infty 17\frac{1}{2} - \frac{3}{8}yy$

of $x + 2y \infty \sqrt{.}\ 17\frac{1}{2} - \frac{3}{8}yy$

of $x + 2y \infty \sqrt{.}\ 8\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}\sqrt{41}$, het *derde*.

Op dezelfde wyze vind men mede het vierde getal en de voornoemde sommen.

Proef.

De Som van 't *eerste* en *tweede* getal is $\sqrt{.} - 170 + 30\sqrt{41}$
het *derde* getal is $\sqrt{.} + 8\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}\sqrt{41}$

Vermenigvuldigt, komt $\sqrt{400}$.

$\sqrt{}$ dies is 20 het vermenigvuldigde van de Som des eerste en tweede met het derde. Op dezelve manier vind men dat het vermenigvuldigde van de Som des tweede en derde met het vierde is 40.

329 *Drie getallen te vinden, indien men van yder getal in 't bezonder aftrekt de Cubicq van haare Somme, dat de Resten zijn Rationale Cuben:* De 20 des 5 Diophanti.

Stelle van de begeerde getallen de *Somme* $\infty\, ax$ zyn Cubicq is a^3x^3

het *eerste* getal $\infty\, b^3x^3 + a^3x^3$
het *tweede* getal $\infty\, c^3x^3 + a^3x^3$
het *derde* getal $\infty\, d^3x^3 + a^3x^3$.

De getallen zodanig gestelt zijnde, zo zullen de resten, trekkende van yder getal de Cubicq haarder Somme, als a^3x^3, zijn Rationale Cuben, te weten b^3x^3, c^3x^3, d^3x^3: Blijft overzulx alleenlijk overig, dat de Somme dezer drie getallen gelyk is aan de gestelde Somme, dat is,

dat $b^3 + c^3 + d^3 + 3a^3, x^3$ is $\infty\, ax$

of $x \infty \sqrt{\dfrac{a}{b^3 + c^3 + d^3 + 3a^3}}$

Indien nu de Teller a, en de Noemer $b^3 + c^3 + d^3 + 3a^3$, yder was een Rationaal Quadraat, zo was de Questie gesolveert. De Teller a kan men zodanig nemen: blijft dan alleenlyk overig dat $b^3 + c^3 + d^3 + 3a^3$ is een Rationaal Quadraat. Om dit te doen, zo laat ons bezien hoedanig dat wy b, c, of d moeten nemen, die noch onbepaalt zijn, om zulx te verkrygen.

Nemende $c \infty e - b$

$\sqrt{C.}$

zo is $c^3 \infty e^3 - 3eeb + 3ebb - b^3$
hier by $b^3 \infty \qquad b^3$
$d^3 \infty d^3$
$3a^3 \infty 3a^3$

komt $b^3 + c^3 + d^3 + 3a^3 \infty e^3 + d^3 + 3a^3 - 3eeb + 3ebb$,

de

de Wortel van dit leste $\infty fb - g$, of $g - fb$ stellende, zo hebben wy

$$e^3 + d^3 + 3a^3 - 3eeb + 3ebb \infty ffbb - 2fgb + gg$$

Stellende van deze Æquatie $ff \infty 3e$.

Zo resteert dat $e^3 + d^3 + 3a^3 - 3eeb$ is $\infty - 2fgb + gg$

of $b \infty \frac{gg - e^3 - d^3 - 3a^3}{2fg - 3ee}$

Nemende dan $a \infty$ een Rationaal Quadraat: g, f, en d yder na believen, men vind met weynig moeyten de Quantiteyt b; die trekkende van e, men heeft c. Maar om dat het lichtelijk kan komen te gebeuren dat men b grooter zoude vinden als e, en by gevolg dat $e - b$, of c, als dan minder als niets zoude zijn, zo laat ons dan onderzoeken hoedanig wy g, f, of d moeten nemen om zulx voor te komen.

Dewyl wy hebben $2fg - 3ee$, zo blykt dat $2fg$ grooter is als $3ee$, of als $\frac{1}{3}f^4$; of g grooter als $\frac{1}{6}f^3$: en om dat wy mede hebben $gg - e^3 - d^3 - 3a^3$, zo moet gg grooter wezen als $e^3 + d^3 + 3a^3$ (maar kleender indien g kleender is als $\frac{1}{6}f^3$). En voor 't laatste, om dat b minder moet wezen als e, zo moet

ook $\frac{gg - e^3 - d^3 - 3a^3}{2fg - 3ee}$ kleender zijn als e.

of g kleender als $\frac{1}{3}f^3 \pm \sqrt{.\frac{1}{27}f^6 + d^3 + 3a^3}$.

Nemende $a \infty 1$, dat is een Rationaal Quadraat, en d ook $\infty 1$: Voorts $f \infty 3$, zo is e ook $\infty 3$: en voor 't laatste $g \infty 7$ nemende, zo vind men $b \infty 1\frac{3}{7}$, minder als $e \infty 3$ zijnde. Dies is $c \infty 1\frac{4}{7}$, en overzulx $x \infty \frac{5}{17}$, en daarom zijn de begeerde getallen $\frac{141}{4913}$: $\frac{854}{4913}$: en $\frac{250}{4913}$.

330. *Zoekt drie getallen, indien men van de Cubicq haarder Somme aftrekt yder Getal in 't bezonder, datter t'elkens reste een Rationale Cubicq.* De 19 des 5 Diophanti, of de 57 L. van Keulen.

Stelle van de begeerde getallen de *somme* ∞ax zyn Cubicq. is a^3x^3.

het *eerste* getal $\infty a^3x^3 - b^3x^3$
het *tweede* getal $\infty a^3x^3 - c^3x^3$
het *derde* getal $\infty a^3x^3 - d^3x^3$.

Zo zullen de Resten, trekkende yder getal van a^3x^3, de Cubicq van de gestelde Somme, zyn drie Rationale Cuben, b^3x^3, c^3x^3, d^3x^3: Resteert dan alleenlyk dat de Somme der genomene getallen gelyk is aan de gestelde Somme, dat is,

dat $3a^3 - b^3 - c^3 - a^3$, x^3 is ∞ax.

of $x \infty \sqrt{\frac{a}{3a^3 - b^3 - c^3 - d^3}}$,

was van deze Breuk, de Teller en Noemer beyde een Rationaal

 Qua-

Quadraat, zo was de Questie ontbonden: De Teller kan men zodanig nemen, maar de Noemer staat te zoeken, te weten dat $3a^3 - (b^3 + c^3 + d^3)$ is een Rationaal Quadraat.

Laat ons wederom, gelyk in de laatst voorgaande Questie, stellen $c \infty e - b$

$$\text{zo is } c^3 \infty e^3 - 3eeb + 3ebb - b^3$$
$$b^3 \infty \text{———————} b^3$$
$$d^3 \infty d^3$$

———————————————— vergaart,

komt $b^3 + c^3 + d^3 \infty e^3 + a^3 - 3eeb + 3ebb$, dit getrokken van $3a^3$ rest $3a^3 - (b^3 + c^3 + d^3) \infty 3a^3 - e^3 - d^3 + 3eeb - 3ebb$: de Wortel van dit leste $\infty g + fb$ stellende, zo heeft men

$$3a^3 - e^3 - d^3 + 3eeb - 3ebb \infty gg + 2gfb + ffbb.$$

Wy konnen nu niet $-3ebb \infty ffbb$ nemen, om dat de Tekens ongelyk zyn, en ook niet gelyk konnen gebracht werden, met de Tekens van de Wortel anders te nemen.

Nemende dan $3eeb - 3ebb \infty 2gfb + ffbb$.

of $b \infty \frac{3ee - 2gf}{3e + ff}$, zo blykt dat

$3a^3 - e^3 - d^3$ is ∞gg, een Rationaal Quadraat.

Hier openbaart zich wederom dezelve zwarigheit van hier boven, alwaar $3a^3 - b^3 - c^3 - d^3$ een Rationaal Quadraat moeste wezen: maar om dat wy door die middel een term minder gekregen hebben, te weten e^3 in plaats van $b^3 + c^3$, zo laat ons wederom dezelve weg inslaan; en dewyl d noch gantschelyk onbepaalt is, zo stelle ik $e \infty e - b$, en daarom is

$$d^3 \infty e^3 - 3eeb + 3cbb - b^3$$
$$e^3 \infty e^3$$

———————————————— vergaart,

komt $e^3 + d^3 \infty 2e^3 - 3eeb + 3ebb - b^3$, dit getogen van $3a^3$, rest $3a^3 - e^3 - d^3 \infty 3a^3 - 2e^3 + 3eeb - 3ebb + b^3$,

De Wortel van dit laatste $\infty ie - k$, of $k - ie$ nemende, zo heeft men

$$3a^3 - 2e^3 + 3eeb - 3ebb + b^3 \infty iiee - 2iek + kk$$

Nemende $-2e^3 + 3eeb \infty iiee$, of $e \infty \frac{3b - ii}{2}$

en $-3ebb \infty -2iek$, of $i \infty \frac{3bb}{2k}$

zo blyft $3a^3 + b^3 \infty kk$, een Rationaal Quadraat.

Staat dan wederom b zodanig te bepalen dat $3a^3 + b^3$ is ∞kk, een Rationaal Quadraat.

Om dat a een Rationaal Quadraat is, zo is het zeker dat a^3 ook een

een Rationaal Quadraat zal moeten wezen; en om dat wy hebben $3a^3 + b^3$, zo blykt dat $b \infty a$ nemende, men $4a^3$ zal hebben ∞ een Rationaal Quadraat, om dat het getal 4, zo wel als a^3, een Rationaal Quadraat is,

$$\text{komt dan } 4a^3 \infty kk$$
$$\sqrt{}$$
$$\text{of } 2\sqrt{a^3} \infty k$$

Nemende $a \infty$ een Rationaal Quadraat na believen, zo werd door dit laatste de k gevonden; door de k de i; door de i de e; en door de e de d: Nemende f en g na believen, zo vind men b, en door de b vind men c. Zulx datter aan de ontbinding van de Questie niets gebreekt, ten waar dat de getallen te groot of te kleen gevonden wierden: Laat ons dan de Tekens onderzoeken.

Om dat wy genomen hebben voor de begeerde getallen $a^3x^3 - b^3x^3$ &c. zo blykt dat b, c, en d yder kleender als a moeten wezen. En om dat wy gesteld hebben $a \infty e - b$, en $d \infty e - b$, of $\infty e - a$, zo volgt dat e grooter moet wezen als a, en minder als $2a$, op dat d kleender is als a. Laten wy dan zulx onderzoeken.

Wy hebben gevonden $e \infty \frac{3h - ii}{2}$, of $e \infty \frac{39a^4}{32a^3}$, (stellende a in plaats van h, en $\frac{3hh}{2k}$, of $\frac{3aa}{2k}$ in plaats van i,) of $e \infty 1\frac{7}{32}a$, grooter zynde als a, en kleender als $2a$, zulx als vereyscht werd.

Voor 't laatste; Om dat wy hebben $c \infty e - b$, zo laat ons b zodanig bepalen dat hy kleender is als a, en grooter als $\frac{7}{32}a$, of als $\frac{7}{39}e$, op dat c, of $e - b$ ook minder is als a.

b, of $\frac{3ee - 2gf}{3e - ff}$ moet dan *minder* zijn als $\frac{32}{39}e$, of als a.

Daar door vind men lichtelijk dat g *grooter* moet wezen als $\frac{\frac{7}{13}ee - \frac{32}{39}eff}{2f}$.

b, of $\frac{3ee + 2gf}{3e + ff}$ moet ook *grooter* zyn als $\frac{7}{39}e$, of als $\frac{7}{32}a$.

Daar door vind men dat g moet *kleender* wezen als $\frac{2\frac{6}{13}ee - \frac{7}{39}eff}{2f}$.

En om dat wy hebben $\frac{7}{13}ee - \frac{32}{39}eff$, zo blykt dat $\frac{7}{13}e$ moet grooter zijn als $\frac{32}{39}ff$, of ff *kleender* als $\frac{21}{32}e$.

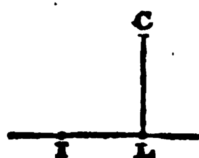
Nemende $a \infty 64$, dat is een Rationaal Quadraat, zo is $e \infty 78$, hier af b, of $a \infty 64$, rest $d \infty 14$. Om b en c te vinden, zo staat eerstelijk te onderzoeken hoedanig dat men nu f en g moet nemen.

Dewyl $\frac{21}{32}e$ is $\infty 51\frac{3}{16}$, zo blykt, in zodanigen geval, dat ff *minder* moet wezen als $51\frac{3}{16}$: ff dan $\infty 36$ stellende, zo is $f \infty 6$. En dan is $\frac{\frac{7}{13}ee - \frac{32}{39}eff}{2f} \infty 81$, en $\frac{2\frac{6}{13}ee - \frac{7}{39}eff}{2f} \infty 1206$.

g moet

g moet dan by deze gelegentheit *grooter* genomen werden als 81, en *kleender* als 1206. g dan ∞ 556 nemende, zo vind men daar door $b \infty 42\frac{2}{9}$, dit van $e \infty 78$, rest $35\frac{1}{9}$ voor c. Door middel van de gevondene a, b, c, d vind men $x \infty 3\frac{3}{65}$: en daar door vind men voor de begeerde getallen $\frac{26718104}{153212175}$: $\frac{31909696}{153212175}$: en $\frac{37820520}{153212175}$. f, of g maar veranderende, men vind andere en andere getallen in 't oneyndig.

Deze Questie is noyt volkomen gesolveert, noch door Diophantus, *noch door zyne Uytleggers, noch door* Ludolf van Keulen, *maar alleenlijk door* Adrianus Twilt, *volgens de getuygenis van* D. de Hollander, *in een Tractaetje over deze Questie alleenlijk handelende. In het welke verscheyde middelen zijn aangewezen om deze Questie op te lossen; en ook om vier zodanige Getallen te vinden, welke manier ook lichtelijk kan bespeurt werden uyt de voorgaande solutie; ja tot meer als vier.*



IL ∞ x
LC ∞ y

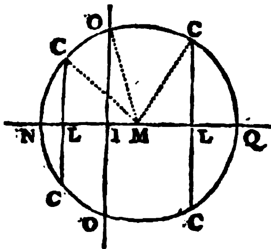
331. *Indien* I *een punt is in een gegeve onbepaalde rechte Lyn* IL, *en dat daar in* IL *is* ∞ x, *en* LC ∞ y; *de eerste onbepaalt na* L, *en de tweede na* C; *en de hoek* ILC *Recht: men vraagt na de Lyn waar in alle de punten van* C *begrepen zyn, of na zyn Plaats.*

Als men heeft $\pm y \infty \surd . + rr + sx - xx$, 1 geval:
ook als men heeft $\pm y \infty \surd . + rr - sx - xx$, 2 geval:
ook als men heeft $\pm y \infty \surd . - rr + sx - xx$, 3 geval:
ook als men heeft $\pm y \infty \surd . \quad + sx - xx$, 4 geval:
ook als men heeft $\pm y \infty \surd . + rr \quad - xx$, 5 geval.

Onderstellende de x een + te wezen als L is ter *rechter* zyde van I
en de y een + als C is *boven* de Lyn IL
waar uyt volgt
dat de x een — is als L is ter *linker* zyde van I
en dat de y een — is als C is onder *onder* de Lyn IL

op 't 1 geval. Daar in $\pm y \infty \surd . + rr + sx - xx$ is,
of $yy \infty + rr + sx - xx$,
of $xx \infty + rr + sx - yy$,
of $x \infty + \frac{1}{2}s \pm \surd . \frac{1}{4}ss + rr - yy$. A
op $+x$. of $x - \frac{1}{2}s \infty \pm \surd . \frac{1}{4}ss + rr - yy \infty - x + \frac{1}{2}s$. op $-x$. B

Neemt



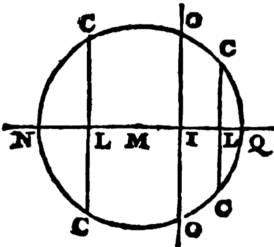
Neemt men C te vallen in de lyn IL, dat is C in L, en deze beyde in Q, zo is in de Æquatie A de $y \infty 0$, en men heeft $x \infty + \frac{1}{2}s \pm \sqrt{\frac{1}{4}ss + rr}$ voor de lengte van IQ als het Surdische + is, maar voor de lengte van IN als het Surdische — is. Hierom, nemende in IL, ter rechter zyde van I, om dat wy hebben $+\frac{1}{2}s$, IM zo lang als $\frac{1}{2}s$, zo zal MQ ter rechter zyde voor de $+\sqrt{}$, en MN ter linker zyde voor de $-\sqrt{}$, zo lang moeten wezen als $\sqrt{.\frac{1}{4}ss + rr}$, om Q en N te hebben, twee punten van de begeerde Plaats daar C in loopt, die beyde in de lyn IL vallen.

Om alle de andere punten te vinden, of om de geheele lyn te hebben daar in alle de punten C vallen, zo laat ons nemen de Æquatie B, waar uyt men ziet dat

$\frac{1}{4}ss + rr - yy$ is ∞ het □ van $x - \frac{1}{2}s$, of van $-x + \frac{1}{2}s \infty$ □ ML of $\frac{1}{4}ss + rr \infty$ □ ML $+ yy$, ∞ □ ML + □ LC: En om dat het □ MC is ∞ □ ML + □ LC, dewyl de hoek CLM recht is, zo is dan het □ MC $\infty \frac{1}{4}ss + rr$, dat is ∞ 't □ MO, als IO, evenwydig aan LC, is ∞r. Zo is dan het punt C in een kromme wiens punten alle van een zelfde punt M even ver afstaan: of de plaats van het punt C is een Kring, die men vind nemende IM $\infty \frac{1}{2}s$, ter rechter zyde van I, IO ∞r, rechthoekig op IL, en halende uyt M door O een Rond.

De heele omtrek is de Plaats van C, niet alleen om dat y gegeven is te wezen een + en ook een —, maar ook om dat x deze verandering onderworpen is, om dat wy hebben $\sqrt{.\frac{1}{4}ss + rr - yy}$, dat is ML $\infty x - \frac{1}{2}s$, en ook $\infty - x + \frac{1}{2}s$. waar door L niet alleen kan vallen ter rechter zyde van M, maar ook ter linker zyde tusschen I en M, dewyl ML dan $\infty - x + \frac{1}{2}s$ is; ja ook ter linker zyde van I, om dat x als dan een — is, waar door men dan mede heeft ML $\infty - x + \frac{1}{2}s$.

op't 2 geval. Daar in $\pm y \infty \sqrt{.+rr - sx - xx}$ is of $x \infty - \frac{1}{2}s \pm \sqrt{.\frac{1}{4}ss + rr - yy}$



Uyt deze Æquatie ziet men, dat men nu IM $\infty \frac{1}{2}s$ ter linker zyde van I moet nemen, op dat IL, of $x \infty - \frac{1}{2}s + \sqrt{.\frac{1}{4}ss + rr}$ werde wanneer $+y \infty 0$ is, of wanneer C en ook L beyde in Q vallen.

Om reden in het eerste geval gegeven, zo ziet men dat alle de punten C mede in

de Kring zullen vallen die men uyt M door O haalt, IO rechthoekig op IL ∞r nemende.

Op't 3 geval. Daar in $\pm y \infty \sqrt{-rr+sx-xx}$ is
of $x \infty +\frac{1}{2}s \pm \sqrt{\frac{1}{4}ss-rr-yy}$

Nu moet men wederom, als in't eerste geval, IM $\infty \frac{1}{2}s$ ter rechter zyde van I afmeten, om dat men $+\frac{1}{2}s$ heeft. Dewyl wy nu hebben $\sqrt{\frac{1}{4}ss-rr}$ voor MC, de Straal van de Kring waar in alle de punten C zijn, zo moet men op IM een halfrond maken, daar in nemen IO ∞r, zo is MO $\infty \sqrt{\frac{1}{4}ss-rr}$: dies zal de Kring gehaalt uyt M door O de Plaats van het punt C wezen in dit geval.

Op't 4 geval. Daar in $\pm y \infty \sqrt{+sx-xx}$ is,
of $x \infty +\frac{1}{2}s \pm \sqrt{\frac{1}{4}ss-yy}$

Dewyl dit geval over een komt met het derde, uyt genomen dat r in deze ∞ o is, zo moet men wederom IM $\infty \frac{1}{2}s$ ter rechter zyde van I afmeten, en dan een Kring halen uyt M door I: die is de begeerde Plaats van het punt C passende op deze Æquatie.

In deze twee gevallen kan de x geen — wezen.

Op't 5 geval. Daar in $\pm y \infty \sqrt{+rr-xx}$ is,
of $x \infty \sqrt{+rr-yy}$

Om dat in deze $s \infty$ o is, zo valt M, het middelpunt van de Kring, in I: en dewyl de Straal is ∞r ($y \infty$ o nemende) zo heeft men slegs uyt I met r als Straal een Kring te halen, om de Plaats te hebben van alle de punten C.

Men ziet dan, hebbende $\pm y \infty$ een Surdische quantiteyt waar in $-xx$ is, zonder bekende by zig te hebben, en dat de hoek van de lyn x en de lyn y begrepen Recht is, dat de Plaats van het punt C is een *Kring*.

332. *Gegeven zynde een rechte Lyn* AB: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt trekkende lynen tot* A *en* B, *als* CA CB, *dat de som van haare Vierkanten tot de Inhoud van de Driehoek* ABCA

AV of VB $\infty\, a$ ABCA *hebbe een gegeve reden als r tot s.* Uyt Apollonius.
VD $\infty\, x$
DC $\infty\, y$

Aanmerkt CD rechthoekig op AB, en V voor het midden van AB.

AD is dan $\infty\, a + x$, en DB $\infty\, a - x$.

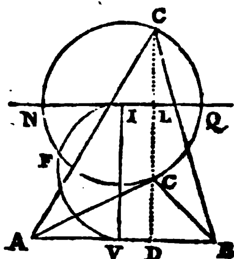
Hier door vind men $2aa + 2xx + 2yy \infty$ 't□AC + 't□BC, en ay voor de Inhoud van de Driehoek ABCA:

dies zyn $2aa + 2xx + 2yy \,/\, ay \,//\, r \,/\, s$ evenredig.

waar door men heeft $yy \infty \frac{ar}{2s}y - aa - xx$

of $y \infty \frac{ar}{4s} \pm \sqrt{.\frac{aarr}{16ss} - aa - xx}$

waar van het Surdische over een komt met het vyfde geval van het laatste Vraagstuk. Het punt C zal dan lopen in de Omtrek van een Rond.



Om dat y is $\infty \frac{ar}{4s}$ + en — het Surdische, daarom maakt eerst VI, rechthoekig op AB, zo lang als het Rationale $\frac{ar}{4s}$, en trekt door I een evenwydige aan AB; deze NQ wezende, zo moet CL wezen het Surdische, om dat LD het Rationale is.

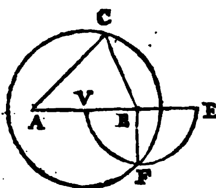
Het Surdische ∞ o nemende, zo heeft men

$x \infty\, o \pm \sqrt{.\frac{aarr}{16ss} - aa}$

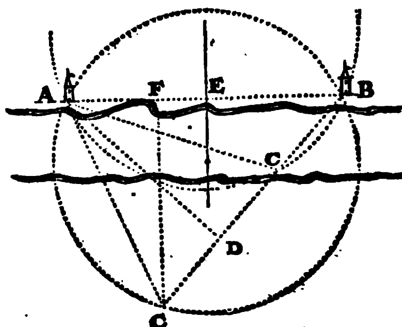
waar uyt blykt dat r grooter moet gegeven zyn als $4s$.

Dewyl het Rationale hier ∞ o is, zo is I het middelpunt van het Rond. Om dat $\frac{aarr}{16ss}$ het Vierkant is van VI; daarom op VI beschreven een halfrond, en daar in genomen VF ∞ VA, zo is IF $\infty \sqrt{.\frac{aarr}{16ss} - aa}$. Dan uyt I door F een Kring getrokken, zo begrypt die alle de punten van C. CL is $\infty \sqrt{.\frac{aarr}{16ss} - aa - xx}$ om dat IL $\infty\, x$ is, en daarom CD, of $y \infty \frac{ar}{4s} \pm \sqrt{.\frac{aarr}{16ss} - aa - xx}$.

Zynde de zelfde bewerking die van Schoten *over deze Questie gebruykt in zyn herstelde Vlakke plaatzen, in het tweede Boek het 15 Werkstuk.*



Maar wil men dat de Som der Vierkanten van AC en van BC zullen wezen tot het Vierkant van AB, als een gegeve lyn r tot de gegeve lyn AB: zo maakt ABE zo lang als r, en trekt op VE een halfrond, daarin halende de Perpendiculaar BF, zo zal de Kring getogen uyt V door F de plaats wezen van alle de punten C.



333. *Gegeven zynde twee Torens* A *en* B: *de Vrage is na de plaats waar uyt dat men dezelve altyt even ver van den anderen afstaande zal konnen zien, dat is tot de welke dat de hoek* ACB *altyd evenwyd is, het Oog in* C *zynde.*

AE of EB ∞a
EF ∞x
FC ∞y
CB ∞z

Aanmerkt E voor het midden van AB: CF en AD voor Lootlynen op AB en CB.

Om de gelykhoekigheit van de $\triangle^{en}$ ADB CFB is 't

$$CB\,z \,/\, CF\,y \,/\, AB\,2a?\ \text{komt}\ \frac{2ay}{z} \infty AD:$$

$$CB\,z \,/\, FB\,a+x \,/\, AB\,2a?\ \text{komt}\ \frac{2aa+2ax}{z} \infty DB.$$

Dit laatste afgetrokken van CB ∞z, rest $\frac{zz-2aa-2ax}{z} \infty$ CD:

Dewyl de hoek ACB altyd evenwyd moet wezen, en hem voor gegeven aanmerkende, zo is met eenen gegeven de reden van AD tot DC; dezelve gelyk a tot b stellende, zo zyn evenredig,

$$a \,/\, b \,//\, AD\ \frac{2ay}{z} \,/\, CD\ \frac{zz-2aa-2ax}{z}:$$

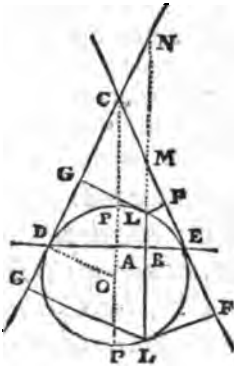
waar door men vind $2by \infty zz - 2aa - 2ax$.

Door middel van de rechthoekige Driehoek CFB vind men $zz \infty aa + 2ax + xx + yy$; dit in de laatste Æquatie stellende in plaats van zz, en gereduceert, men vind

$$y \infty b \pm \sqrt{.}\, bb + aa - xx.$$

Indien men de hoek ACB neemt Bot te wezen, men vind dezelfde Æquatie.

Dewyl de hoek EFC recht genomen is, zo betoont deze Æquatie dat de plaats van het Oog C overal is in de Omtrek van een Rond, overeenkomende met het 5e. geval in 't 331 Vraagstuk aangetekent: en om dat de hoek ACB mag wezen van alderley wydte, en bygevolg ook de lenkte van de lyn *b*, zo blykt dat men het Oog niet alleen zal mogen houden in de Omtrek van een Cirkel, maar dat daar toe ontallyke zodanige gevonden werden, welkers aller Middelpunten zyn in de oneyndig Perpendiculaar getogen door E op AB; en de Kringen alle gaan door de punten A en B, om dat *y*, of FC ∞ o zynde, de *x* ∞ *a* word, dat is EF gelyk EA, of gelyk EB, of F in A of in B. En alzo vinden wy de 21 Propositio des 3 Boeks Euclidis (24 V.) en by gevolg mede de 31 Propositio, van het zelfde Boek (24 V.) aanmerkende dat het Middelpunt van dit Rond in E zal vallen als de hoek ACD recht is, of als *b* ∞ o is: maar buyten E, in de Perpendiculaar door E gaande, als deze hoek scheef is, en dat het Centrum aan die zyde van AB zal zyn alwaar de hoek is, indien de hoek Scherp is, maar aan de andere zyde als hy Bot is.



334. *Gegeven zynde een gelykbenigen Driehoek* DCE, *wiens grond is* DE: *alle de punten* L *te vinden, waar uyt trekkende Perpendicularen op de zyden van deze Driehoek, of op haare verlengde, als* LF LB LG, *dat die op de grond*, LB, *midden evenredig is tussen de twee andere, of dat het* □ LB *altyd gelyk is aan de* ▭ FLG.

AD of
AE ∞ *a*
DC of
EC ∞ *b*
CA ∞ *c*
AB ∞ *x*
BL ∞ *y*

Laat BL aan L verlengt wezen, ontmoetende EC in M, en de verlengde DC in N; en getogen CA rechthoekig op DE.

Dan gezegt

AE*a* / AC*c* / BE *a*—*x*? komt $\frac{ac - cx}{a}$ ∞ BM

dies is $\frac{ac - cx - ay}{a}$ ∞ LM

AD*a* / AC*c* / BD *a*+*x*? komt $\frac{ac + cx}{a}$ ∞ BN

dies is $\frac{ac + cx - ay}{a}$ ∞ LN

 CE*b* /

$CE\,b \,/\, AE\,a \,/\, LM\,\frac{ac - cx - ay}{a}$? komt $\frac{ac - cx - ay}{b} \infty LF$

$CD\,b \,/\, AD\,a \,/\, LN\,\frac{ac + cx - ay}{a}$? komt $\frac{ac + cx - ay}{b} \infty LG$

LF met LG vermenigvuldigt, en de uytkomst gelyk gestelt aan yy, en gereduceert, men heeft

$$yy \infty aa - \frac{2aa}{c}y - xx$$

$$\text{of } y \infty - \frac{aa}{c} \pm \sqrt{.\,\frac{a^4}{cc} + aa - xx}$$

Stellende $x \infty 0$, of B in A, en L in de Perpendiculaar CA, of in zyn verlengde,

$$\text{zo is } y \infty - \frac{aa}{c} \pm \sqrt{.\,\frac{a^4}{cc} + aa}$$

Halende dan uyt D een rechthoekige op DC, ontmoetende de verlengde CA in O, en trekkende uyt O door D een Kring. zo is deze geheele Kring de plaats van het punt L, om dat AO is $\infty \frac{aa}{c}$, en DO of OP $\infty \sqrt{.\,\frac{a^4}{cc} + aa}$, en daarom AP $\infty - \frac{aa}{c} \pm \sqrt{.\,\frac{a^4}{cc} + aa}$, of ∞y als B in A valt.

Is de Driehoek CDE gelykzydig, zo kan men op yder zyde die bewerking toepassen welke wy aan DE toegeeygent hebben, en daarom zynder dan drie zodanige Kringen. In een van hen een punt kiezende, en daar uyt trekkende Perpendicularen op de zyden of haare verlengde, zo zyn deze gedurig evenredig, dog de middelste van hen is de geene die op die zyde valt waar op de bewerking gedaan is. Deze Kringen zyn yder zo groot als de Cirkel die om de gelykzydige Driehoek kan beschreven werden.

335. *Gegeven zynde twee punten* A *en* B: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt trekkende* CA *en* CB, *dat* CA *tot* CB *hebbe een gegeve reden als* p *tot* q. Uyt Apollonius.

$AB \infty a$
$AT \infty x$
$CT \infty y$

Trekt AB, en daar op rechthoekig, of op zyn verlengde, CT, zo is BT $\infty a - x$, of $\infty x - a$,

$\square$ AC $xx + yy$ is tot $\square$ BC $xx + yy - 2ax + aa$, als pp tot qq. waar door men vind $yy \infty - \frac{aapp}{pp - qq} + \frac{2app}{pp - qq}x - xx$ aanwyzende dat het punt C is in de Omtrek van een Rond.

$y \infty 0$ nemende, zo is $xx \infty \frac{2app}{pp - qq}x - \frac{aapp}{pp - qq}$

of $x \infty \frac{app}{pp - qq} \pm \sqrt{\frac{aappqq}{pp - qq \, \square}}$

of $x \infty \frac{app \pm apq}{pp - qq}$, of $x \infty \frac{ap}{p \mp q}$,

delende de Teller en Noemer beyde door $p \pm q$.

Constructie. Trekt AF na believen, en neemt daar in AD ∞p, en DE DF yder ∞q: dan haalt EB, en daar aan evenwydig DQ, ook FB, en daar aan gelykwydig DG: dan beschryft een Kring waar af GQ de middellyn is: deze is de plaats van het punt C.

Indien men eerst het punt G zoekt op de wyze als wy hen hier gevonden hebben, delende AB in G zodanig dat AG is tot GB als p tot q, en dan stelt GB ∞a, GT ∞x, en TC ∞y, zo vind men $yy \infty \frac{2ap}{p - q}x - xx$; waar uyt blykt dat dit Rond door G moet lopen; want $x \infty 0$ nemende, zo is ook $y \infty 0$. En om dat men heeft, $y \infty 0$ stellende, $x \infty \frac{ap}{p - p} \pm \sqrt{}$. &c. zo blykt dat men M, het Centrum van dit Rond, vind makende dat $p - q$ / a // p / GM evenredig zyn

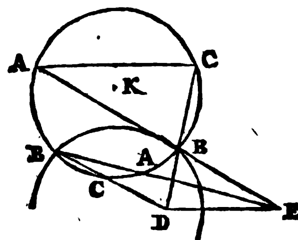
Hier uyt blykt, *hoe men de plaats zal vinden waar in men het Oog* C *zal mogen houden; om twee ongelyke grootheden* AG *en* GB, *in een rechte lyn staande, even groot te zien*: om reden dat GC de hoek ACB in tweën gelyk deelt, ter oorzake dat AG is tot GB als AD tot DF, of als p tot q, of als AC tot BC. Indien AG 6 en GB 4 voeten is, zo is GM 12 voeten; M het middelpunt zijnde.

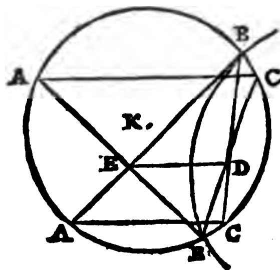
Men kan hier door, *uyt twee gegeve punten* A *en* B, *twee lynen* AC *en* BC *te zamen trekken*; of *men kan op een gegeve lyn* AB *een oneyndige menigte van Driehoeken maken, zodanig dat de Vierkanten, of in 't kort, de gelykformige figuren op* AC *en* BC *beschreven tot elkander hebben een gegeve reden*: om dat men twee lynen p en q kan vinden, dewelke tot elkander zodanigen reden hebben als de gelykstandige zyden van deze figuren. De gelykformige figuren moetende wezen als p tot r, zo moeten de gelykstandige zyden zyn als als p tot $\sqrt{pr}$, of als p tot q; $q \infty \sqrt{pr}$ nemende.

En indien men een lyn trekt evenwydig aan AB, snydende dit Rond, *zo vind men daar door twee Driehoeken, hebbende een gegeve hoogte, of Inhoud, en welkers opstaande zyde, of welkers gelykformige Figuren daar op beschreven, hebben een gegeve reden.*

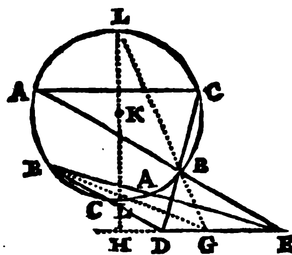
Men

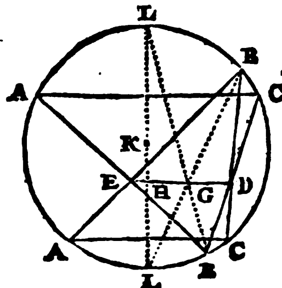
Men kan hier door ook oplossen ons 103 Voorstel, anders als aldaar op de wyze van *Pappus* gedaan is, om dat men kan aanwyzen dat EB tot DB is, als de Raaklyn uyt E getogen tot het gegeven Rond, tot de Raaklyn uyt D, wanneer de punten E en D buyten het Rond gegeven zyn: maar als de perpend. uyt E op EK tot het Rond, tot die uyt D op DK, als deze punten beyde binnen het Rond gegeven zyn. Want, die uyt E $\propto p$, en die uyt D $\propto q$ zijnde, en stellende EB $\propto y$, DB $\propto x$, EA $\propto z$, DC $\propto v$, zo is $pp \propto yz$ en $qq \propto xv$; en om de gelykhoekigheit van de Δ^{en} DBE CBA, zyn EB / BA // DB / BC evenredig, dat is $y \,/\, z \mp y \,//\, x \,/\, v \mp x$, waar door men heeft $vy \propto zx$. Uyt deze drie Æquatien de z en de v weg gereduceert, men bekomt $ppxx \propto qqyy$, of $\propto px \propto qy$: dies is y tot x, of EB tot DB als p tot q.





Dan gezogt de kring in welke alle de punten B begrepen zyn, zodanig dat BE tot BD hebbe een gegeve reden als p tot q, op vorige wyze, zo zal deze het gegeve Rond snyden op twee plaatzen B B: dan getogen EBA DBC, zo zal AC evenwydig aan DE wezen.





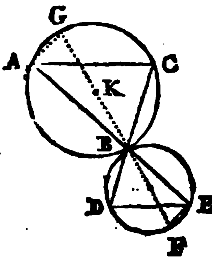
Anders. Zonder deze kring te trekken. Deelt DE in G, zodanig dat DG tot GE is als q tot p; en trekt door K een rechte welke DE of zyn verlengde rechthoekig snyt in H, en het gegeve Rond in L L: dan haalt GL GL, ontmoetende, of zyn verlengde, de omtrek in B B: zo zyn B B dezelfde punten die hier even door de snyding van de kring gevonden zyn: want, om dat AL is gelyk LC, ter oorzake dat AC rechthoekig door LK gaat, dewyl DE zulx in H doet, daar-

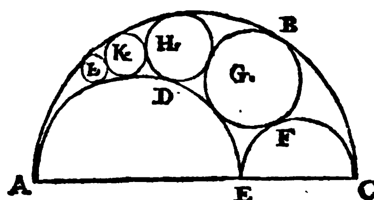
daarom is ABL gelyk CBL, of EBG gelyk DBG, of EB tot DB als EG tot DG, of als p tot q: en daarom zyn B B dezelfde punten van hier voren.

Men kan door middel van twee zodanige kringen te halen, oplossen ons 275 Voorstel meetkunstig, dat aldaar Telkunstig is voorgedragen, vier punten C D E F in een rechte lyn gegeven zynde, of drie afstanden CD DE EF zodanig gegeven zynde: want twee Ronden trekkende op vorige wyze, een door E en een door D, zo zal haare snyding het punt O aanwyzen, waar uyt men ziende, de afstanden CD DE EF alle evengroot zal beschouwen.

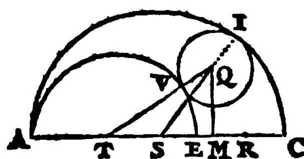
En zo men drie punten geeft, niet in een rechte lyn zynde, zo kan men mede door middel van twee zodanige kringen te trekken, twee punten vinden, waar van dat yder punt van deze drie punten een afstant heeft in een gegeve reden: zynde het vyfde werkstuk van *Vieta* in zyn appendix op zyn Apollonius Gallus: overeenkomende met ons 327 Voorstel, daar zulx Telkunstig is gevonden.

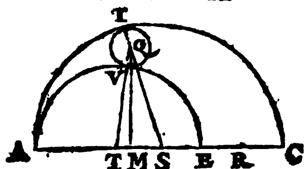
Wy zullen hier byvoegen, dat men door middel van dit Werkstuk van *Pappus* kan oplossen het 8 Problema van *Vieta* in zyn Apollonius Gallus, van dezen Inhoud. *Gegeven zynde een Rond, en twee punten beyde buyten, of beyde binnen dit Rond: een Rond te trekken gaande door deze twee punten, en rakende het gegeve Rond.* Want men heeft alleenlyk het punt B te zoeken, en dan een Rond te trekken gaande door B en de twee gegeven punten D en E, zo zal dit getrokkene Rond het begeerde voldoen, om dat het het gegevene zal raken in B. Want, een lyn trekkende door K (het Centrum) en B, stotende de Omtrek van de Ronden in G en F, en halende AG EF, zo is AGB gelyk ACB gelyk BDE gelyk BFE; dies is AGB, de eerste, gelyk BFE, de laatste: ook is ABG gelyk EBF, en daarom is BEF gelyk BAG: maar de laatste is Recht, om dat BG de Middellyn is, daarom ook de eerste BEF Recht; dies is BF mede de Middellyn: zo gaat dan GKBF door haar beyder Middelpunten: zo is dan B het Raakpunt (23 V.) Op deze wyze zal het gezeyde mede blyken in de andere gevallen. En, om dat men op yder opgaaf twee punten B B vind, zo blykt ook dat men in yder geval twee onderscheydene Kringen zal konnen trekken die het begeerde zullen voldoen.

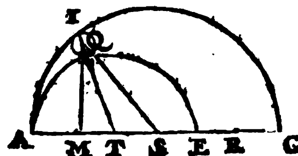




336 *Indien* ABC ADE EFC *drie halve Ronden zyn, elkander rakende in* A E *en* C; *en dat in de Hoorn* ADEFCBA *heele Ronden zyn, wiens Middelpunten zyn* G H K L, *die zo wel de halve Ronden raken als elkander: zo zal de hangende uyt* G *op* AC *zo lang wezen als* eenmaal *de Middellyn van 't Rond* G: *die uyt* H *als* tweemaal *de Middellyn van* H; *die uyt* K *als* driemaal; *die uyt* L *zal* viermaal *zo lang zyn als zyn Middellyn, en zo voort in 't oneyndig*. Pappus, tussen zyn 12 en 13 Propositio van 't 4 Boek: hy zegt dit in een oud Boek gevonden te hebben.







Aanmerkt, van de nevenstaande Figuren, T voor het midden van AE, S voor het zelvige van AC, en R voor dat van EC: ook dat het Rond, wiens Middelpunt Q is, de twee halve Ronden raakt in de punten V en I: QM voor een hangende op AC, en de rest als te zien is.

Stelle QV, of QI $\infty\, r$

QM $\infty\, s$

AT $\infty\, x$

CR $\infty\, y$

en RM $\infty\, z$

Dewyl dan AC $\infty\, 2x + 2y$ is, of AS $\infty\, x + y$, zo is TS $\infty\, y$; en om dat RC ook is $\infty\, y$, zo is SR $\infty\, x$. en daarom

SM $\infty + x - z$, in de 1 Figuur

of SM $\infty - x + z$, in de 2 en 3 Fig.

en overzulks is TM $\infty + y + x - z$, in de 1 en 2 Fig.

of TM $\infty - y - x + z$, in de 3 Fig.

In

In elke Figuur is
$SQ \infty y+x-r$
en $TQ \infty x+r$

$TM \infty x+y-z$, of $-x-y+z$ $\qquad$ $x+r \infty QT$

A. $\square QT \infty xx+yy+zz+2xy-2xz-2yz (\square TM) + ss \infty xx+2xr+rr \square QT$

$SQ \infty x+y-r$, $\qquad$ $+x-z$, of $-x+z \infty SM$

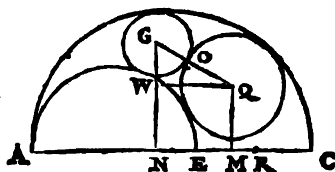
B. $\square SM \infty xx+yy+rr+2xy-2xr-2yr (\square SQ) - ss \infty xx-2xz+zz \square SM$

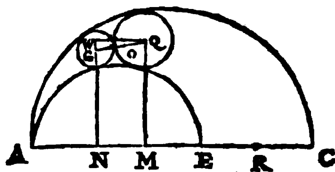
A en B vergaart en gereduceert,

komt $yy+2xy-yz-yr \infty 2xr$, of $z \infty y+2x-r-\frac{2xr}{y}$
of $yy+2xy-yr-2xr \infty yz$
———————————————— z
of $yyz+2xyz-yrz-2xrz \infty yzz$.

B van A getrokken en gereduceert

komt $zz-yz+yr+ss \infty 2xz+rr$
———————————————— y
of $yzz-yyz+yyr+yss \infty 2xyz+yrr$,
of $yzz \infty yyz-yyr-yss+2xyz+yrr$.
boven is $yzz \infty yyz+2xyz-yrz-2xrz$.
daarom $yyz-yyr-yss+2xyz+yrr \infty yyz+2xyz-yrz-2xrz$.
of $z \infty \frac{-yyr-yss+yrr}{-yr-2xr}$
———————————————— y
of $yz \infty \frac{-y^3r-yyss+yyrr}{-yr-2xr} \infty yy+2xy-yr-2xr$
of $ssyy \infty +4xyyr-4xyrr+4xxyr-4xxrr$. C





Indien men noch een ander Rond hier by voegt, als hier nevens het Rond wiens middelpunt G is, dat mede de halve Ronden raakt, en ook het heele Rond wiens middelpunt Q is; en zo men de lootlyn uyt G op AC ∞q, en de Straal GO ∞p stelt te wezen, zo is het kenlyk dat men dezelfde Æquatie zal vinden: daarom, in de Æquatie C, q en p stellende voor s en r, men heeft voor die op dit bygevoegde Rond

$qqyy \infty +4xyyp-4xypp+4xxyp-4xxpp$. D

maar in plaats van $z \infty y + 2x - r - \frac{2xr}{y} \infty$ RM, zal men nu hebben

$$z \infty y + 2x - p - \frac{2xp}{y} \infty \text{RN}.$$

Indien men onderstelt dat deze Ronden, wiens middelpunten Q en G zyn, elkander raken in O, zo is GQ $\infty p + r$.

En aanmerkende QW voor een rechthoekige op GN, of op zyn verlengde,

zo is GW $\infty + q - s$ in deze eerste figuur,

en GW $\infty - q + s$ in deze tweede figuur.

Vorders. Dewyl QW is ∞ NM, of RN — RM, zo vind men, trekkende de quantiteyten, die aan z gelyk zyn, van elkander,

$$QW \infty r + \frac{2xr}{y} - p - \frac{2xp}{y},$$

of QW $\infty ry + 2xr - py - 2xp$, door y gedeelt

of het $\square$ QW $\infty rryy + 4xxrr + ppyy + 4xxpp + 4xrry - 2pryy - 4xpry - 4xpry - 8xxrp + 4xppy$ gedeelt door yy: en dewyl dit gelyk is aan het $\square$ QG — 't $\square$ GW, dat is $\infty pp + 2pr + rr - qq + 2qs - ss$, zo vind men door reductie.

$$4pryy - qqyy + 2qsyy - ssyy \infty 4xxrr + 4xxpp + 4xrry - 8xpry - 8xxrp + 4xppy \quad \text{E.}$$

Wy hebben dan, op dit geval, gevonden *drie* Æquatien C D E, waar door wy de x en de y konnen weg reduceren.

Door C, $4xxyr - 4xxrr \infty ssyy - 4xyyr + 4xyrr$, gedeelt door $yr - rr$

vind men $4xx \infty \frac{ssyy}{yr - rr} - 4xy$, of $4xx + 4xy \infty \frac{ssyy}{yr - rr}$.

door D, $4xxyp - 4xxpp \infty qqyy - 4xyyp + 4xypp$, gedeelt door $yp - pp$

vind men $4xx \infty \frac{qqyy}{yp - pp} - 4xy$, of $4xx + 4xy \infty \frac{qqyy}{yp - pp}$

door E, $4xxrr + 4xxpp - 8xxrp \infty 4pryy - qqyy + 2qsyy - ssyy - 4xrry + 8xpry - 4xppy$

vind men $4xx \infty \frac{4pryy - qqyy + 2qsyy - ssyy}{rr + pp - 2rp} - 4xy$

of $4xx + 4xy \infty \frac{4pryy - qqyy + 2qsyy - ssyy}{rr + pp - 2rp}$.

Wy hebben dan gevonden, om dat elk gelyk aan $4xx + 4xy$ is,

$\frac{ssyy}{yr - rr} \infty \frac{qqyy}{yp - pp}$, en $\frac{qqyy}{yp - pp} \infty \frac{4pryy - qqyy + 2qsyy - ssyy}{rr + pp - 2rp}$.

alles gedeelt door yy,

of $\frac{ss}{yr - rr} \infty \frac{qq}{yp - pp}$ F, en $\frac{qq}{yp - pp} \infty \frac{4rp - qq + 2qs - ss}{rr + pp - 2rp}$ G.

door de Æquatie F vind men $y \infty \frac{qqrr - sspp}{qqr - ssp}$

$\overline{}\, p$

of $py \infty \frac{qqprr - ssp^3}{qqr - ssp}$

en daarom is $py - pp \infty \frac{qqprr - ssp^3}{qqr - ssp} - pp$

of $py - pp \infty \frac{qqprr - qqppr}{qqr - ssp}$

De Æquatie G in 't kruys gemultipliceert, en stellende voor $py - pp$ het geene daar aan gelyk is, nu even gevonden,

komt

komt $rr+pp-2rp,\ qq \infty 4rp-qq+2qs-ss,\ \frac{qqprr-qqppr}{qqr-ssp}$. door qq:

of $rr+pp-2rp \infty 4rp-qq+2qs-ss,\ \frac{prr-ppr}{qqr-ssp}$. door $r-p$.

of $r-p \infty 4rp-qq+2qs-ss,\ \frac{pr}{qqr-ssp}$. met $qqr-ssp$

of $qqrr-qqrp-sspr+sspp \infty 4rrpp-qqpr+2qspr-sspr$

of $qqrr-2qspr+sspp \infty 4rrpp$. uyt yder de $\sqrt{q}$.

of $+qr-sp$ } $\infty 2rp$, of $qr \infty sp \pm 2rp$
of $-qr+sp$ }

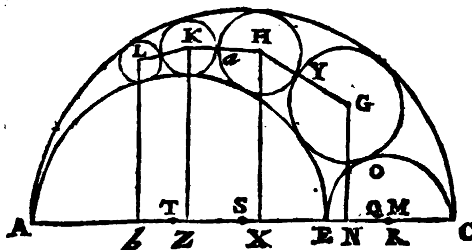
——————— 2

of $2qr \infty 2sp \pm 4rp$.

dies zyn $s \pm 2r / 2r // q / 2p$ evenredig; dat is QM ± de middellyn van het Rond wiens middelpunt is Q, tot deze middellyn, als GN, tot de middellyn van het Rond wiens Centrum G is: zynde het geene by Pappus bewezen is in het 15 Voorstel van het vierde Boek.

Wy hebben dan gevonden $qr \infty sp \pm 2rp$

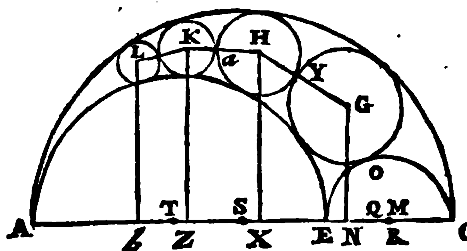
Indien men nu $s \infty 0$ stelt, of dat men het Centrum Q laat nederdalen tot dat het komt in de middellyn AC, waar door Q en ook M beyde komen in R, mits dat het Rond wiens middelpunt G is, aan hen verknogt blyft, zo verkrygt de figuur, waar uyt deze Æquatie gevonden is, de gedaante van de alder-eerste, of liever van de nevenstaande, om dat Q en M daar in beyde in R zyn.



s dan $\infty 0$ nemende
zo hebben wy $qr \infty 2rp$
of $q \infty 2p$

dat is de perpendiculaar GN *zo lang* als de middellyn van het eerste Rond wiens middelpunt G is, of dat de drie halve Ronden raakt En dit is het eerste lit van het begeerde.

Indien wy 'er nog een Rond in voegen, als hier boven, wiens middelpunt H is, dat het Rond, wiens Centrum G is, raakt in Y: en indien wy dan GN ∞s, GY ∞r, de perpendiculaar HX ∞q, en HY ∞p stellen, zo is het kenlyk dat wy wederom zullen vinden.



$qr \infty sp + 2rp$

en om dat nu $s \infty 2r$ is, zo hebben wy in dit geval

$qr \infty 2rp + 2rp$

r ———————

of $q \infty 2p + 2p$,

of $q \infty 4p$,

dat is de perpendiculaar HX zo lang als *tweemaal* de middellyn van het Rond wiens middelpunt H is

Wederom: stellende HX ∞s, H$a \infty r$, KZ ∞q, en K$a \infty p$, zo heeft men als voren $qr \infty sp + 2rp$

en om dat nu $s \infty 4r$ is, zo hebben wy in dit geval

$qr \infty 4rp + 2rp$

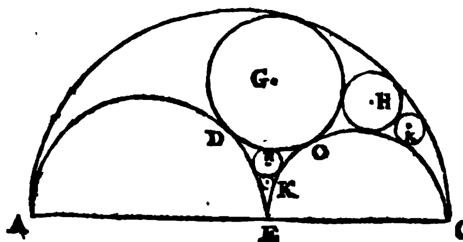
r ———————

of $q \infty 4p + 2p$, of $q \infty 6p$, dat is de perpendiculaar KZ zo lang als *driemaal* de middellyn van 't Rond wiens middelpunt K is.

Op de zelfde wyze vind men dat de Lootlyn Lb *viermaal* zo lang is als de middellyn van het Rond wiens middelpunt L is, en zo voort in 't oneyndig, altyt met de *eenheit* toenemende, dat lichtelyk uyt de manier van vinding kan bespeurt werden altyt zodanig te zullen moeten volgen, om dat de laatste $2p$ by de voorste Term ($2p$, $4p$) 't elkens vergaart werd.

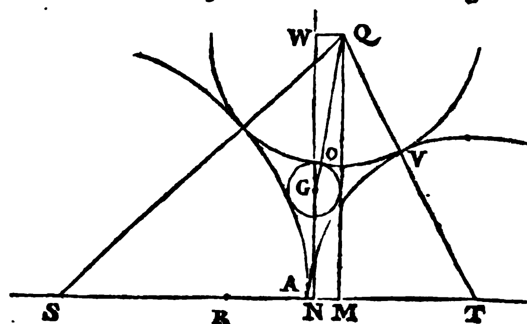
De Middellynen van de Ronden	G	H	K	L &c.
Stellende op	1	1	1	1
de Perpendiculaaren	GN,	HX,	KZ,	Lb &c.
zyn dan	1	2	3	4 &c,

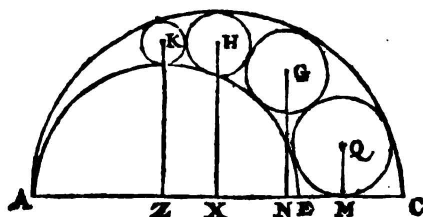
een Arithmetice Progressie, beginnende van 1 en opklimmende met 1.



Aanmerking. Dewyl in de Figuur, waar op de Æquatie $qr \infty sp \pm rq$ gevonden is, het Rond H, beneffens het Rond G, alleenlyk raakt twee van de gestelde halve Ronden, zo kan men met rede besluyten, zo menigmaal als dit kan ge-

geschieden, dat men ook zo menigmaal dezelfde Æquatie zal vinden, en by gevolg, de Ronden trekkende als hier neven, dat men de zelfde proportie tusschen de Perpendicularen uyt haare Middelpunten op AC getogen, en haare Middellynen zal vinden. Ik hebbe het zelve op het Rond H onderzogt dat tussen EDOE valt, en hebbe de voornoemde Æquatie gevonden: maar de Figuur moet men dan stellen gelyk hier nevens, indien men de voorgaande bewerking op alles zal toepassen: in de Tekens geschiet echter eenige verandering.





Indien men in de Æquatie $qr \infty sp + 2rp$, stelt $s \infty r$, zo raakt het Rond wiens Middelpunt Q is de lyn EC; of de Figuur valt als hier nevens; en dan hebben wy

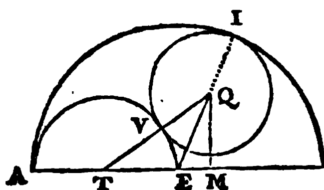
$$qr \infty rp + 2rp$$

$$r \overline{\quad\quad\quad\quad}$$

$$q \infty p + 2p$$

of $q \infty 3p$

dat is, de Perpendiculaar GN zo lang als $1\frac{1}{2}$maal de middellyn van het Rond G, uyt wiens middelpunt dat hy getogen is. HX zal men bevinden $2\frac{1}{2}$maal zo lang te wezen als de Middellyn van het Rond H; KZ $3\frac{1}{2}$maal langer als de Middellyn van 't Rond K, en zo voort, altyt eenmaal langer, om dat QM een $\frac{1}{2}$ maal zo lang is als de Middellyn van het Rond Q. Zo volgt dan, de Middellynen alle op 1 stellende, dat de Perpendicularen tot elkander zyn als $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$ &c, of als 1. 3. 5. 7. 9. 11. de Middellynen 2 wezende.



Indien de Straal van het grootste Rond de halve Middellyn is van het kleenste (of zo E in het midden van AC valt) zo zal AM (of de Perpendiculaar uyt Q op de Raaklyn door A) driemaal langer wezen als de Straal van het ingeschreve Rond wiens Middelpunt Q is, hy zy in de Hoorn AVECIA geplaast waar men wil.

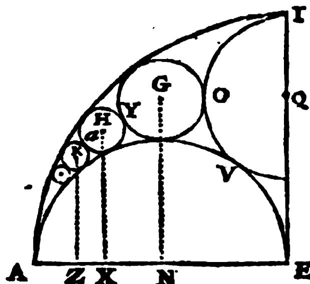
AM $\infty\ v$ nemende, en de rest als voren, zo is TM $\infty\ v - x$, of $\infty\ x - v$, en EM $\infty\ v - 2x$, of $\infty\ 2x - v$.

dies is 't $\square$ QM $+ \square$ TM $\infty\ ss + vv - 2vx + xx \ \infty\ xx + 2rx + rr \ \infty$ 't $\square$ TQ,

en 't $\square$ QM $+ \square$ EM $\infty\ ss + vv - 4vx + 4xx \ \infty\ 4xx - 4rx + rr \ \infty$ 't $\square$ EQ.

afgetogen en gereduceert, komt $v\ \infty\ 3r$, bevestigende de waarheit van het gezeyde.

Het volgt, dat alle Rakende Ronden, die in het Hoorn van een Quadrant, of vierendeel Ronts ingeschreven zyn, deze gezeyde eygenschap hebben; ook die eygenschap welke in 't begin is aangewezen generaal te zyn; ja ook die welke het Voorstel van Pappus dicteert, als het Centrum van het eerste ingeschreve Rond is in de zyde van het Quadrant: waar door men zeer vaardig kan vinden de Middellynen van deze ingeschreve Ronden.



De zyde van het Quadrant AE of EI $\infty\ a$ stellende, zo is de Straal van het eerste ingeschrevene QI $\infty\ \frac{1}{3}a$. Om GO, de Straal van het tweede te vinden.

GO $\infty\ x$ stellende, zo is AN $\infty\ 3x$; dies is NE $\infty\ a - 3x$, en de Perpendiculaar GN $\infty\ 4x$ (als 2 maal langer zynde als de Middellyn van het Rond G) en dewyl GE is $\infty\ a - x$, zo hebben wy $aa - 2ax + xx\ \infty\ aa - 6ax + 9xx + 16xx$, of $x\ \infty\ \frac{1}{6}a$.

HY $\infty\ y$ stellende, en om dat AX is $\infty\ 3y$, of XE $\infty\ a - 3y$, en HX $\infty\ 6y$, zo hebben wy $aa - 2ay + yy\ \infty\ aa - 6ay + 9yy + 36yy$, of $4ay\ \infty\ 44yy$, of $\infty\ \frac{1}{11}a$.

Ka $\infty\ z$ nemende, zo is AZ $\infty\ 3z$, en KZ $\infty\ 8z$: daaarom

het $\square$ van KZ $\infty\ 8z$ is $64zz$, vergaart by

het $\square$ van AZ, min $1zz$, $8zz$

komt $72zz\ \infty\ 4az$, of $z\ \infty\ \frac{1}{18}a$.

de

de Straal van het volgende Rontie zoude wezen $\frac{1}{27}a$.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

——————————— 2

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

——————————— √

4. 16. 36. 64. 100. 144. 196.
8. 8. 8. 8. 8. 8. 8.

——————————— vergaart

12. 24. 44. 72. 108. 152. 204.

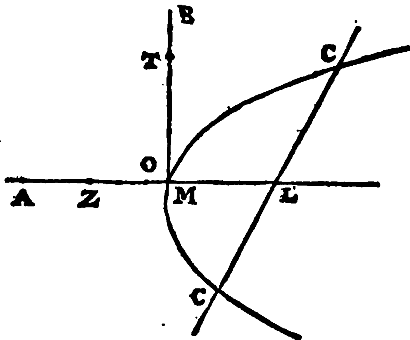
4 ———————————

3. 6. 11. 18. 27. 38. 51. de Noemers van de Stralen welkers tellers de eenheit zyn.

welkers verschillen zyn 3. 5. 7. 9. 11. 13. een Arithmetice progressie.

dies is de Straal van het volgende Rond
51 + 15, dat is $\frac{1}{66}a$.

337. *Gegeven zynde een onbepaalde rechte lyn* ML, *beginnende van* M: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt trekkende* CL *tot* ML *in een gegeve hoek, dat het Vierkant van* CL *zo groot is als de Rechthoek van* ML *en een gegeve lyn r,*



Stellende ML ∞ x,
en CL ∞ y, zo hebben wy
$yy \infty rx$,
of $y \infty \sqrt{rx}$.

Constructie. Verlengt LM aan M met MA ∞ r, en trekt uyt M een onbepaalde MB, rechthoekig op ML: dan neemt in AL een punt O na believen, tusschen Z, het midden van AM, en L; en meet af OT in MB, en OL in ML, yder gelijk OA: dan getogen door L de rechte CLC in de gegeve hoek met ML, en daar in genomen LC LC, op en neerwaarts, yder zo lang als MT: zo zijn C C twee van de begeerde punten. Een ander punt O kiesende in ZL, en doende als voren, men heeft twee andere punten C C. Dit vervolgende,

de, en met een goede hand over deze punten halende een lyn, men heeft een Kromme lyn waar in alle de begeerde punten C begrepen zijn.

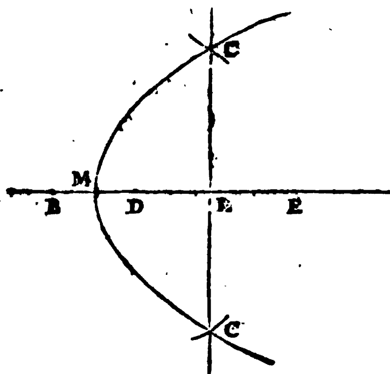
Deze Kromme hebben de Oude de naam van Parabole *gegeven*: M *noemdenze de Top*, ML *de Middellyn*, MA, *of de lyn r*, *de Latus Rectum*, *of de Rechte zyde*, CL *de Applicata* (*Toegepaste*, *en* ML *de Intercepta* (*Tussenschepte.*)

Valt de Toegepaste rechthoekig op de Middellyn, zo werd deze Middellyn, niet alleen in deze Kromme, maar ook in de twee volgende, Axis, of As genaamt.

't Bewys. Om dat OA OT OL alle gelyk zyn, daarom zal het halfrond dat op AL beschreven word door T gaan; en om dat AMT recht is, daarom zal het □ MT, of het □ LC gelyk zyn aan de ▭ AML, of $yy \infty rx$: waar uyt blykt de waarheit van de Constructie.

Deze manier is algemeen, of de hoek MLC recht is of scheef.

Maar de hoek MLC *Recht* wezende, zo kan men de punten C C gemakkelyker vinden op deze wyze.



Constructie. Neemt in ML, en ook in zyn verlengde aan M, MD MB yder zo lang als $\frac{1}{4}r$: dan in ML een punt L nemende na believen, zo maakt LE gelyk LD, en haalt twee bogen, een uyt D en een uyt E, met LB als Straal, elkander snydende in de punten C C: zo zyn deze twee punten van die Kromme waar in ze alle zyn: dit vervolgende men heeft de Kromme. In dit geval werd ML de As genaamt, gelyk boven gezegt is.

't Bewys. De rechte C C gaat door L, om dat hy een gelykafstandige is tusschen D en E, die evenver van L af zyn; en om dezelve reden gaat hy ook rechthoekig door DE. Om dat LB, of DC is $\infty x + \frac{1}{4}r$, en LD $\infty x - \frac{1}{4}r$, daarom is het verschil van haare Vierkanten rx, voor het Vierkant van LC: dies is $rx \infty yy$, daarom enz.

Anders. *Op de wyze van* Claudius Mydorgius, *in zyn tweede Boek van de Kegelsneden, waar in hy nog verscheyde andere manieren aanwyst, niet alleen om deze Kromme door punten te beschryven, maar ook de Ellipsis en de Hyperbole.* *Con-*

Constructie. Haalt MR ∞ r, evenwydig aan LC, en door R een zodanig aan ML: daar in genomen hebbende RS ∞ r, zo trekt SMK; ook STI, door T het midden van MR. Genomen hebbende in de Middellyn het punt L na believen, zo haalt daar deur CLH evenwydig aan MR, snydende de verlengde SM in K, en de verlengde ST in I: dan haalt uyt I door K of door H een boog, snydende LG, rechthoekig op LK, in G: dan genomen in de rechte CLC, LC LC, op en neerwaarts, yder zo lang als LG: zo zyn C C twee punten van de Parabole waar in ze alle zyn. Een ander punt L nemende, en het zelve doende, men heeft twee andere punten: dit vervolgende enz.

Is de Hoek MLC *Recht*, zo valt LG in ML; dies heeft men als dan geen Perpendiculaar LG te trekken: daar de boog uyt I door K de Middellyn ML snyd daar is G.

't Bewys. Om dat RM is gelyk RS, daarom is ook LK gelyk LM, of LK is ∞ x; en dewyl LH ∞ r is, en I het midden van KH, zo zal de boog uyt I door K voortgetogen zynde niet alleen vallen in H, maar LG zal wezen ∞ $\sqrt{rx}$, en daarom ook LC die ∞ y is: dies is y ∞ $\sqrt{rx}$, of yy ∞ rx; daarom enz.

338. *Gegeven zynde een rechte lyn* NQ: *alle de Punten* C *te vinden, waar uyt halende een rechte* CL *tot* NQ,

B
E
C
C
D
A F N L M L Q
C
C

in een gegeve hoek, dat het Vierkant van CL *is tot de Recht-hoek* NLQ, *als een gegeve lyn r tot* NQ.

Laat M het midden van NQ wezen, en gestelt werden ML ∞x
LC ∞y
en NQ ∞q, zo is
NL $\infty \frac{1}{2}q \mp x$, LQ $\infty \frac{1}{2}q \pm x$, en de ▭ NLQ is $\infty \frac{1}{4}qq - xx$.
dies moeten $yy \,/\, \frac{1}{4}qq - xx \,//\, r \,/\, q$ evenredig wezen.

Constructie. Maakt NA ∞r, in de verlengde NQ, en beschryft op AQ een halfrond, snydende NB, rechthoekig op AQ, in B, en haalt BA: dan beschryft op NM een halfrond: in zyn omtrek een punt D na believen nemende, zo meet af NE, in NB, gelyk ND, en trekt EF evenwydig aan BA: dan genomen ML ML yder gelyk MD, en door L L getogen lynen met NQ de gegeve hoek bepalende, en daar in genomen LC, op en ook neerwaarts gelyk NF; zo zyn C C C C vier van de begeerde punten. Een ander punt D in het halfrond uytkiezende, en doende als boven, men heeft vier andere punten: dan over deze punten met een goede hand een lyn getrokken, men heeft een Kromme

Van de Oude Ellipsis *genaamt* (*Ovaal*, *Langrond*) *wiens Middellyn is* NQ, *Middelpunt* M, *Toppen* N *en* Q, *Applicata* CL, *Intercepta* NL *of* QL, *en welkers Rechte zyde is r*.

't Bewys. NB is $\infty \sqrt{rq}$, om dat hy midden evenredig is tusschen NA ∞r en NQ ∞q. Om dat ML of MD is ∞x, en NM $\infty \frac{1}{2}q$, daarom is ND, of NE $\infty \sqrt{.\frac{1}{4}qq - xx}$: zo is dan

N
B

$$NB\sqrt{rq} \text{ tot } NA\, r, \text{ als } NE\, \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - xx} \text{ tot } NF, \text{ of } LC\, y$$

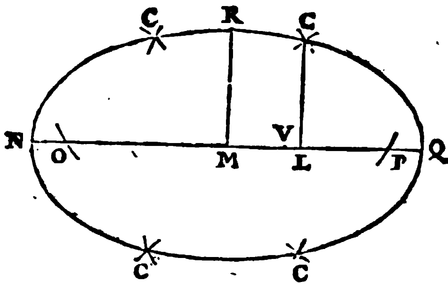
of rq tot rr

r

of q tot r / als $\tfrac{1}{4}qq - xx$ tot yy,

de proportie hier voren aangetekent; dies is de Constructie goet.

Anders. Als de Hoek MLC *Recht* is, of NQ de As.



Constructie. Trekt uyt M, het midden van NQ, MR regthoekig op NQ, en zo lang als de helft van de midden evenredige tusschen r en NQ: dan haalt uyt R, met NM als Straal, een boog, snydende NQ in O en in P: dan in NQ genomen een punt V na believen, en getogen uyt O en ook uyt P yder twee bogen, een met NV en een ander met QV als Straal: deze zullen elkander snyden in vier punten C C C C, welke vier punten van de begeerde Kromme zyn. Een ander punt V in NQ nemende, en het zelfde doende, men heeft weer vier andere punten, enz.

'*t Bewys.* Laat CL een hangende op NQ wezen, zo is ML $\infty\, x$ en CL $\infty\, y$: MV $\infty\, v$ stellende. Dewyl RO of RP is $\infty\, \tfrac{1}{2}q$, en MR $\infty\, \sqrt{\tfrac{1}{4}rq}$, zo is MO of MP yder $\infty\, \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{4}rq}$: dies is OL $\infty + x + \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{4}rq}$, en PL $\infty - x + \sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{4}rq}$. Om dat OC is ∞ NV, dat is $\infty\, \tfrac{1}{2}q + v$, en PC ∞ QV, dat is $\infty\, \tfrac{1}{2}q - v$, daarom

$$\square\, OC \infty\, \tfrac{1}{4}qq + vq + vv \infty\, yy + xx + \tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{4}rq + 2x\sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{4}rq}$$
$$\square\, PC \infty\, \tfrac{1}{4}qq - vq + vv \infty\, yy + xx + \tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{4}rq - 2x\sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{4}rq}$$

Afgetogen, rest $2vq \infty\, 4x\sqrt{.\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{4}rq}$,

Vergaart, komt $\tfrac{1}{2}qq + 2vv \infty\, 2yy + 2xx + \tfrac{1}{2}qq - \tfrac{1}{2}rq$.

Door deze twee de v weggenomen en gereduceert,

men vind $-rxx + \tfrac{1}{4}rqq \infty\, qyy$

dies zyn yy / $\tfrac{1}{4}qq - xx$ // r / q evenredig; daarom enz.

Anders. Op de wyze van *Mydorgius.*

Constr. Trekt uyt M, het midden van NQ, MR in de gegeve hoek met NQ, zo lang als $\sqrt{\frac{1}{4}rq}$, of als de helft van de midden evenredige tusschen r en NQ; dan haalt NRK, en, aan deze evenwydig, QH en MI: Genomen hebbende in de Middellyn NQ twee punten L L even ver van M af, en daar door getogen lynen evenwydig aan MR, snydende NR in K, QH in H, en MI in I: dan getrokken uyt I door K of door H een boog, ontmoetende LG, rechthoekig op HK, in G: dan genomen LC LC LC LC op en neerwaarts zo lang als LG, zo zyn C C C C vier punten van de begeerde Kromme. Twee andere punten L L genomen even ver van M af, en hetzelfde doende, men heeft vier andere punten.

't Bewys. NM $\frac{1}{2}q$ / MR $\sqrt{\frac{1}{4}rq}$ // NL $\frac{1}{2}q \mp x$? k^t. $\dfrac{\frac{1}{2}q \mp x, \sqrt{\frac{1}{4}rq}}{\frac{1}{2}q}$ ∞ KL.

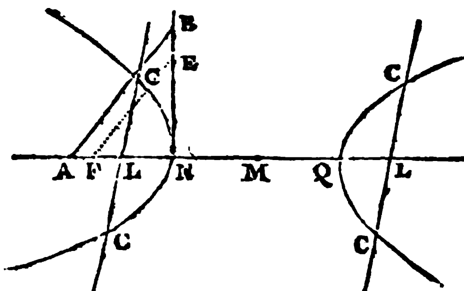
ook, NM $\frac{1}{2}q$ / MR $\sqrt{\frac{1}{4}rq}$ // QL $\frac{1}{2}q \pm x$? k^t. $\dfrac{\frac{1}{2}q \pm x, \sqrt{\frac{1}{4}rq}}{\frac{1}{2}q}$ ∞ LH

vermenigv. komt □ LC ∞ yy ∞ $\dfrac{\frac{1}{4}qq - xx, \frac{1}{4}rq}{\frac{1}{4}qq}$ ∞ □ LG

of $\frac{1}{4}qqyy$ ∞ $\frac{1}{4}qq - xx$, $\frac{1}{4}rq$, of qyy ∞ $\frac{1}{4}qq - xx$, r, of yy / $\frac{1}{4}qq - xx$ // r / q evenredig; daarom enz.

Is de Hoek MLC *Recht*, zo valt LG in NQ: dies heeft men als dan LG, rechthoekig op HK, niet te trekken.

339. *Gegeven zynde een rechte lyn* NQ: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt halende een rechte* CL *tot de verlengde van* NQ, *in een gegeve Hoek, dat het Vierkant van* CL *is tot de Rechthoek* NLQ, *als een gegeve lyn r tot* NQ.



MN of MQ $\infty \frac{1}{2}q$.
ML ∞x
LC ∞y

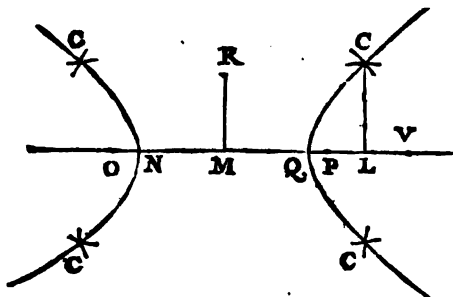
Constructie. Gemaakt hebbende NA ∞r, en NB, rechthoekig op NQ, gelyk de middenevenredige tusschen AN en NQ, of $\infty \sqrt{rq}$, en getogen BA: zo neemt twee punten in de verlengde NQ na believen, even ver van M af, en trekt daar door lynen tot de verlengde NQ in de gegeve hoek: dan haalt uyt M door L een boog, ontmoetende NB of zyn verlengde in E: dan EF evenwydig aan BA, en genomen LC LC LC LC, onder en boven yder zo lang als NF: zo zyn C C C C vier punten van de Kromme waar in ze alle zyn. Twee andere punten L L, op dezelfde wyze genomen in de verlengde NQ, en gedaan als boven, men heeft vier andere: dan met een goede hand over deze punten gehaalt een lyn, men heeft twee Kromme.

Van de Oude Hyperbole *genaamt* (*Wassende snee*) *wiens Middellyn is* NL *of* QL, M *het Middelpunt*, *Toppen* N *en* Q, *Applicata* CL, *Intercepta* NL QL, *Transversa* NQ (*Dwarse*), *en welkers Rechte zyde is r.*

't Bewys. Geschiet op de wyze als in de Ellipsis. Nu is NE ∞ $\sqrt{.xx - \frac{1}{4}qq}$, en daarom vind men dat $yy / xx - \frac{1}{4}qq // r / q$ evenredig zyn, en by gevolg enz.

Anders.

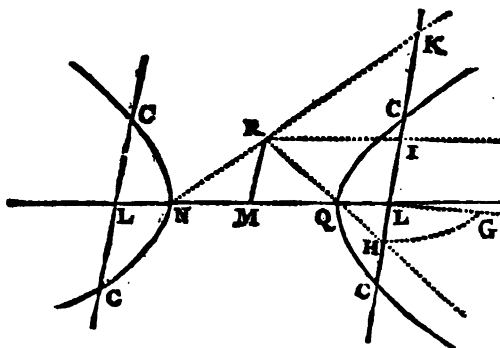
Anders. Als de Hoek MLC Recht is.



Constructie. Trekt uyt M, het midden van NQ, MR rechthoekig, en zo lang als de helft van de midden evenredige tusschen *r* en NQ: dan neemt MO MP, in de verlengde NQ, yder zo lang als RN. Dan V in de verlengde NQ nemende na believen, en getogen uyt O en ook uyt P yder twee bogen, een met NV en een met QV als Straal: deze zullen elkander snyden in vier punten C C C C van de Kromme waar in ze alle zyn. Een ander punt V nemende, en het zelve doende, men heeft vier andere punten: dit vervolgende, enz.

Het *Bewys* is even als in de Ellipsis, $\sqrt{xx - \frac{1}{4}qq}$ hebbende in plaats van $\sqrt{.\frac{1}{4}qq - xx}$.

Anders. Op de wyze van *Mydorgius.*

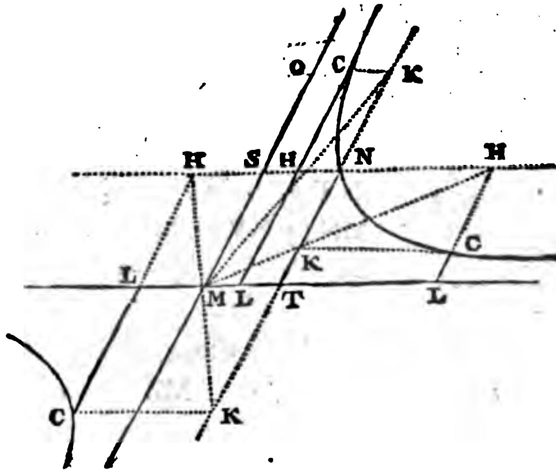


Constructie. Gehaalt hebbende MR in de gegeve hoek met NQ, en zo lang als de helft van de midden evenredige tusschen *r* en NQ: zo haalt NRK en RQH, ook RI evenwydig aan NQ. Genomen hebbende in de verlengde NQ, even ver van M af, twee punten L L, en daar door gehaalt lynen evenwydig aan MR, waar van de eene de verlengde NR en RQ snyd in K en in H, en RI in I; zo trekt uyt I door H of door K een boog, ontmoetende LG, rechthoekig op HK, in G: dan genomen LC LC LC LC yder zo lang als LG: zo zyn C C C C vier punten van de begeerde. Twee andere punten L L nemende, enz.

Is MLC recht, zo valt G in de verlengde NQ; dies behoeft men LG, rechthoekig op HK, niet te halen.

't Bewys Hier van is mede als in de Ellipsis, uytgenomen dat QL nu is $\infty x \mp \frac{1}{2}q$, en NL $\infty x \pm \frac{1}{2}q$, waar door men heeft $xx - \frac{1}{4}qq$ in plaats van $\frac{1}{4}qq - xx$; zulx dat men vind $qyy \infty xx - \frac{1}{4}qq, r$, waar uyt blykt dat $yy / xx - \frac{1}{4}qq / r / q$ evenredig zyn, en daarom enz.

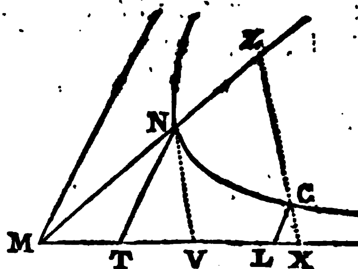
340. *Twee lynen* MT *en* TN *gegeven zynde, bevattende een gegeve hoek* MTN: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt trekkende* CL *tot* MT, *of tot zyn verlengde, evenwydig aan* TN, *zodanig dat de Rechthoek* MLC *gelyk is aan de Rechthoek* MTN.



Constructie. Haalt door N een rechte HNH, evenwydig aan MT: en kiest in MT, of in zyn verlengde een punt L na believen, en trekt daar door LCH gelykwydig aan TN, ontmoetende NH in H: dan trekt HM, welke of zyn verlengde TN of zyn verlengde snyd in K: dan haalt KC gelykwydig aan MT, ontmoetende LH of zyn verlengde in C. zo is C een punt van de begeerde. Een ander punt L in MT of in zyn verlengde nemende, en doende als boven, men heeft een tweede punt. Dit vervolgende enz. en door deze punten een lyn halende, men heeft de Kromme waar in alle de begeerde punten geplaatst zyn.

Deze Kromme is mede een Hyperbole, waar van de oneyndige MT en MO, evenwydig aan TN, de *Asymptoti* (Naderende) genaamt werden, om datze de Kromme, van M af te tekenen, altyd naderen, zonder datze oit komen te zamen komen.

't Bewys. Om dat HL evenwydig is aan TN, en KC aan ML; daarom is HL gelyk TN, en CL gelyk TK: en om dat MT / TK of LC // ML / LH of TN evenredig zyn, daarom is de ▭ML, LC gelyk de ▭MT, TN 't geen te bewyzen was.



Dat deze Kromme is een Hyperbole bewyst men aldus.

Neemt TV gelyk TM; haalt NV, en daar aan evenwydig door C de rechte XCZ, ontmoettende de verlengde MN in Z.

wy hebben $vz \infty ab$, of $v \infty \frac{ab}{z}$.

Om de evenwydigheit van ZX en NV, ook van CL en NT, daarom is

MT, of TV ∞a
TN ∞b
MN $\infty \frac{1}{2} q$
NV ∞n
ML ∞v
LC ∞z
MZ ∞x
ZC ∞y

NT b / TV a // CL z ? komt $\frac{az}{b} \infty$ LX:
NT b / NV n // CL z ? komt $\frac{nz}{b} \infty$ CX:
MN $\frac{1}{2}q$ / NV n // MZ x ? komt $\frac{2nx}{q} \infty$ ZX.
zo is dan $\frac{nz}{b} \infty \frac{2nx}{q} - y$
of $z \infty \frac{2bnx - bqy}{nq}$,
dies is $v \infty \frac{anq}{2nx - qy}$

Voorts is 't. MN $\frac{1}{2}q$ / MV $2a$ // MZ x ? komt $\frac{4ax}{q} \infty$ MX.

Maar MX is ook $v + \frac{az}{b}$. zo is dan

$$\frac{4ax}{q} - \frac{anq}{2nx - qy} \infty \frac{2anx - aqy}{nq} \left(\infty \frac{az}{b}\right)$$

Alles gedeelt door a, en vermenigvuldigt met $2nnqx - nqqy$, en gereduceert,

komt $4nnxx - nnqq \infty qqyr$; dies zyn

$yr \,/\, xx - \frac{1}{4}qq \,//\, 4nn \,/\, qq$

of $yy \,/\, xx - \frac{1}{4}qq \,//\, \frac{4nn}{q} \,/\, q$ evenredig.

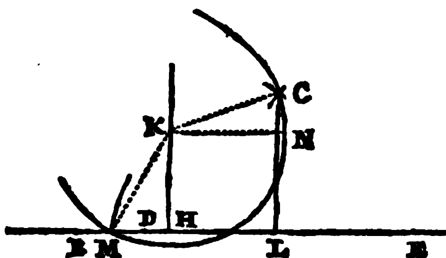
overeenkomende met de Proportie hier voren aangetekent op de Hyperbole, mits dat r, de Rechtezyde is $\infty \frac{4nn}{q}$: waar uyt dan blykt dat deze Kromme mede is een Hyperbole, schoon ze op een heel andere wyze door punten gevonden werd.

Men

Men kan deze drie Kromme lynen mede door een trek beschryven, met Werktuygen daar toe geordineert, gelyk *Franciscus van Schoten* zulx aanwylt in zyn Mathematische Oeffening: maar om dat twee dingen zig als dan te gelyk moeten bewegen, zo geschiet dit zo gemakkelyk niet als het trekken van een Rond, waar in maar een ding bewogen werd. Dog ons voornemen is niet in dit Boek eenige verhandeling daar van te doen. Wy zullen alleenlyk zeggen, dat deze Kromme lynen, van de Oude Kegelsneden genoemt, van een groot gebruyk zyn in de Oplossing van de Meetkunstige Werkstukken; dat men door de eerste, of de Parabole, wanneer de hoek MLC recht is, en door een Rond, kan ontbinden alle Æquatien waar in de onbekende opklimt tot drie en ook tot vier Dimensien, waar door men een oneyndig getal van Voorstellen kan solveren, die anders, zonder deze, onmogelyk op te lossen zyn. By voorbeelt.

341. *Tusschen twee gegeve lynen a en b twee midden evenredige te vinden.*

Stellende de eene $\infty\, x$, en de andere $\infty\, y$, zo zyn $a : x : y : b$ vier gedurige evenredige: waar door wy hebben $xx \infty ay$ en $yy \infty bx$: de y weg reducerende, men behoud $x^3 \infty aab$.



Om dan de lengte van de lyn x te vinden, zo neemt, in een rechte lyn, BM, MD en DH yder zo lang als $\frac{1}{4}a$, en trekt uyt H een rechthoekige op MH, en neemt daar in HK $\infty \frac{1}{2}b$: dan haalt uyt K door M een Kring. Dan zoekt een punt C, waar door een Parabole loopt, de hoek MLC Recht zynde. Nemende L na believen in de verlengde MH aan H; LE gelyk LD; en halende uyt D en ook uyt E yder een Boog met LB als Straal: Indien de snee van deze twee bogen niet in de Kring valt, zo kiest een ander punt L, en doet als voren, men zal haast een punt C vinden dat in de Kring is. Dit hebbende, zo trekt de rechte CL, die staat rechthoekig op ML, en hy is zo lang als x, waar door de y openbaar is, om dat hy de derde evenredige is tot a en x; of liever, hy is zo lang als ML, om dat die $\infty \frac{xx}{a}$, of $\infty\, y$ is. zo dat de Rechte zyde a, of 2 maal MH, CL, ML, 2 maal HK gedurig evenredig zyn.

't Bewys. Trekt KN evenwydig aan ME, zo is CN $\infty\, x - \frac{1}{2}b$, HL, of KN $\infty\, \frac{xx}{a} - \frac{1}{2}a$; welkers Vierkanten vergaart, komt voor het $\square$ KC, of voor het $\square$ KM $\frac{x^4}{aa} + \frac{1}{4}aa - bx + \frac{1}{4}bb$: maar MH is $\infty\, \frac{1}{2}a$, en HK is $\infty\, \frac{1}{2}b$; dies is het $\square$ KM ook $\infty\, \frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb$: deze vergeleken en gereduceert, men heeft $x^3 \infty\, aab$. waar uyt blykt dat CL is $\infty\, x$, of dat de Constructie wel gedaan is.

Zo men $a\, \infty$ d'eenheit neemt, zo heeft men $x^3 \infty\, b$, of $x \infty \sqrt{C.b}$, waar uyt blijkt dat CL zo lang is als de Cubicq wortel uyt b, a voor de eenheit nemende. En alzo is hier door bekent *op wat wyze dat men de Cubicq wortel kan trekken uyt een gegeve lyn.*

342. *Wil men een gegeve Cubicq* NO *eenige malen vergroten,*

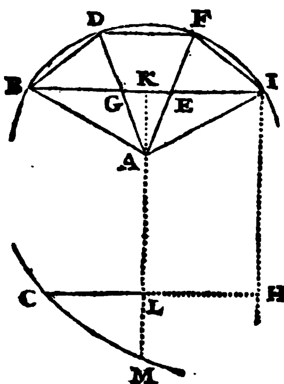
Zo trekt uyt H, het midden van de zijde MN, een rechtstaande op MN, en verdeelt die in eenige gelijke deelen, waar van yder deel zo lang is als HM, als hier in 1, 2, 3, 4. Een gedeelte van een Parabole boven MN, en ter rechter zijde van NP, door punten op vorige wijze gemaakt hebbende, waar van M is de Top, ML de Middellijn, waar op de Applicata rechthoekig vallen, en wiens Rechte zijde is MN, zo trekt Kringen uyt de punten 2, 3, 4 die door M gaan: deze de Parabole in C S V snijdende, zo haalt CL SR VT alle rechthoekig op de verlengde van MN: zo zal de Cubicq van CL *twee* maal groter wezen als de Cubicq NO, die van SR *drie* maal, en die van VT *vier* maal. En wil men een lijn hebben wiens Cubicq half zo groot is als de Cubicq NO, zo moet men uyt het midden van H 1, een Kring halen die door M gaat.

't Bewijs. Stelle de zijde van de Cubicq MN $\infty\, a$, ML $\infty\, x$, en LC $\infty\, y$: zo is uyt de natuur van de Parabole $yy \infty\, ax$, om dat de

Rechte

Rechte zijde ∞ *a* of gelijk MN is. Verlengende 2 P tot aan CL, zo is CQ ∞ $y - a$, en HL, of 2 Q is ∞ $x - \frac{1}{2}a$, welkers Vierkanten te zamen, als $yy - 2ay + aa + xx - ax + \frac{1}{4}aa$ zijn ∞ $1\frac{1}{4}aa$, het Vierkant van M 2, of van C 2: dies is $yy - 2ay + xx - ax \infty 0$: voor yy gestelt ax, die gelijk zijn, zo heeft men $2ay \infty xx$: boven is $yy \infty ax$; de x weg genomen, men heeft $y^3 \infty 2a^3$. Zo is dan de Cubicq van CL tweemaal groter als de Cubicq NO, die ∞ a^3 is. Op gelijke wijze ontdekt men dat de Cubicq van SR is driemaal, en die van VT is viermaal groter.

343. *Wil men een gegeve Hoek of Boog in drie gelyke deelen deelen,*



By voorbeelt, de Hoek BAI door de lijnen AD en AF; of de Boog BD in de punten D en F.

Stelle AB ∞ *a*, BI ∞ *b*, en BD ∞ *x*.

Om dat de Driehoeken BAD DBG GAE gelijkhoekig zijn, daarom AB *a*. BD *x* / BD *x* ? komt $\frac{xx}{a} \infty$ DG dies is AG ∞ $a - \frac{xx}{a}$: dan AB *a* / BD *x*. AG $a - \frac{xx}{a}$? kt. $x - \frac{x^3}{aa} \infty$ GE.

Om dat BG is ∞ BD, IE ∞ IF, en om dat BD DF FI alle even lang zijn,

zo is BI ∞ $3x - \frac{x^3}{aa} \infty b$

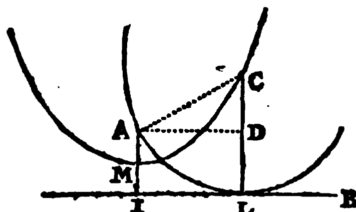
of $x^3 \infty 3aax - aab$

Om dan deze Æquatie op te lossen, of om de lengte van de lijn x te vinden, zo haalt uyt K, het midden van BI, een lijn KAM, zo dat KM zo lang is als tweemaal AB: dan uyt I door M een Boog. Dan zoekt een punt van een Parabole dat in deze Boog valt, waar van AB is de Rechte zijde, M de Top, en MA de As: dit punt C gevonden hebbende, zo trekt CL rechthoekig op MA; zo is CL ∞ x: daarom de lengte van CL overgezet in de Boog BDFI, van B tot D; zo zal de Boog BD het derde deel wezen van de Boog BDFI, of BAD het derde deel van de Hoek BAI.

Want, ML is ∞ $\frac{xx}{a}$; en hebbende getrokken IH evenwijdig aan KM, ontmoetende de verlengde CL in H, zo is IH ∞ $2a - \frac{xx}{a}$; en om dat CLH is ∞ $x + \frac{1}{2}b$, zo vind men daar door voor het Vierkant van CI $4aa + \frac{x^4}{aa} - 3xx + bx + \frac{1}{4}bb$; en om dat

het Vierkant van IM is $4aa+\frac{1}{4}bb$, of van IC, om dat die twee even lang zijn, zo hebben wy $4aa+\frac{x^4}{aa}-3xx+bx+\frac{1}{4}bb \infty 4aa+\frac{1}{4}bb$, of $x^3 \infty 3aax-aab$, onze gevonde Æquatie; en daarom is CL zo lang als hy behoorde te wezen.

Men kan door middel van deze Kromme lijnen niet alleenlijk oplossen bepaalde Werkstukken, maar ook onbepaalde.



344. *Willende alle de punten C vinden, waar uyt men Ronden kan trekken gaande door een gegeve punt* A, *en rakende een gegeve lijn* B,

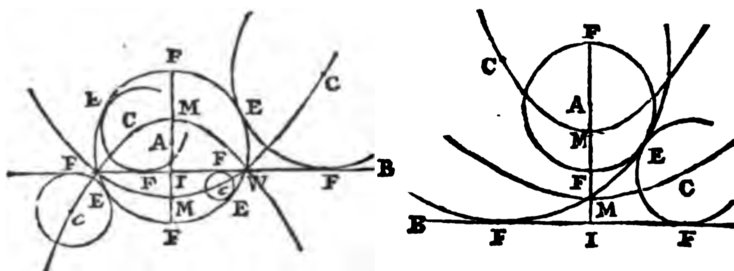
Zo vind men dat C overal zal wezen in een Parabole, wiens Rechte zijde tweemaal langer is als de Perpendiculaar uyt A op B, en welkers Top is in het midden van deze hangende: AM de As zijnde.

Want, halende AI CL, beyde rechthoekig op de lijn B, en AD zodanig op CL. Noemende AI ∞a, IL ∞x, en CL ∞y, zo is AC ook ∞y; en men heeft $yy \infty xx+yy-2ay+aa$, of $2ay \infty aa+xx$. Neemt men $x \infty 0$, zo valt C in AI, en om dat als dan $y \infty \frac{1}{2}a$ is, zo blijkt dat de Top in M zal vallen, als M in het midden van AI is: stelt men $y \infty a$, dat is C in D, zo heeft men $2aa \infty aa+xx$, of $xx \infty aa$; en om dat CA als dan rechthoekig op MA staat, of om dat CA als dan de Applicata is, aanmerkende MA voor de As, zo deelt het Vierkant van CA, dat is aa, door MA, de Intercepta, $\infty \frac{1}{2}a$, komt $2a$ voor de Rechte zijde: en alzo blijkt het gezeg van hier boven.

345. *Maar is gegeven een Rond wiens Middelpunt is* A (in plaats van een punt A) *en wil men alle de punten* C *vinden, waar uyt men Kringen kan trekken, rakende dit gegeve Rond, en ook een gegeve lyn* B,

Zo zal men op de zelve wyze vinden dat C ook overal zal wezen in de trek van een Parabole, wiens Top M is in het midden van IF, welke door A gaat en rechthoekig door de lyn B, en welkers Rechte zyde is viermaal langer als AM; die hier mede de As is.

Maar



Maar wy zullen afkorten, hebbende in dit werk zo veel verhandelt dat het genoeg zal wezen om te konnen dienen tot een INLEYDING van de WISKUNST.